

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА НА ПОДШИПНИКАХ ЖИДКОСТНОГО ТРЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ДВУХФАЗНОГО СОСТОЯНИЯ СМАЗОЧНОГО МАТЕРИАЛА

Канд. техн. наук, доц. О.В. СОЛОМИН

Представлена методика расчета границ устойчивости ротора на подшипниках жидкостного трения в условиях смазки криогенными жидкостями и возможного двухфазного парожидкостного состояния смазочного материала. Представлены численные результаты о влиянии фазовых переходов на устойчивость ротора. Обсуждаются вопросы применения полученных результатов в расчетах динамики роторных систем криогенных турбомашин.

This article describes principles of calculation of threshold stability of a rotor on fluid-film bearings in conditions of lubrication by cryogenic liquids and by possible two-phase steam-liquid lubricant. Numerical results defining influence of phase transitions in a lubricant on threshold stability of a rotor are presented. Possibility of application of obtained results to problems of rotor dynamics of cryogenic turbomachines is discussed.

Одной из основных задач, возникающих при проектировании высокоскоростного роторного подвеса на основе подшипников жидкостного трения, является обеспечение устойчивости движения ротора. В условиях смазки подшипников однофазной средой (жидкостью или газом) такая задача довольно подробно исследована [1—9]. Однако применение опор жидкостного трения в криогенных турбомашинах может сопровождаться их смазкой двухфазной парожидкостной средой. Появление газовой фазы в смазочном слое является следствием кипения и/или кавитации криогенного смазочного материала (жидкий водород, кислород) при его течении в гидравлических трактах подшипников [1, 2, 10]. Это обстоятельство обуславливает необходимость решения задачи устойчивости ротора на опорах жидкостного трения, смазываемых низкокипящими жидкостями.

Положение центра цапфы уравновешенного ротора при стационарном режиме нагружения определяется соответствующей точкой на кривой подвижного равновесия, а в случае неуравновешенного ротора центр цапфы движется по траектории эллиптического типа вокруг положения равновесия [5—9]. Такое движение цапфы должно быть устойчивым и обеспечивать работоспособность роторной системы. Отметим, что движение без возмущений возможно лишь в подшипнике с абсолютно жесткими и гладкими опорными поверхностями, не имеющими отклонений формы. Однако в реальных конструкциях всегда есть отклонения формы и положения, а также могут действовать случайные возмущающие импульсы.

Рассмотрим движение (рис. 1, а) симметричного гибкого ротора на двух одинаковых подшипниках жидкостного трения (модель ротора Джеффкотта), широко применяемую при качественном анализе динамических процессов в роторных системах [5—9]. Координатами центра цапфы O_1 в неподвижной системе координат XOY будут соответственно X_1 и Y_1 , определяющие эксцентриситет e и угол положения цапфы φ ; подвижная система координат $X_1O_1Y_1$, связанная с центром цапфы, служит для определения прогиба f упругой линии вала ротора при его прецессировании (Ω — частота прецессии).

Уравнения движения данной динамической системы запишем в виде:

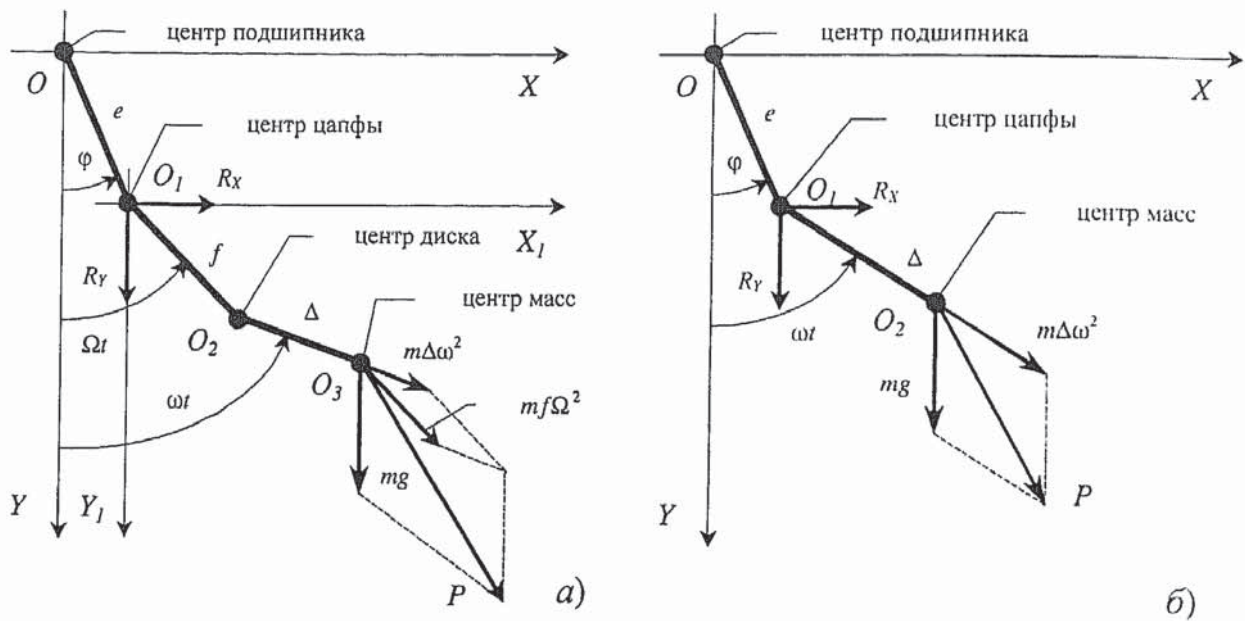


Рис. 1. Динамические модели ротора: а — гибкий ротор; б — жесткий ротор

$$\begin{cases} m(\ddot{X} + \ddot{X}_1) + cX_1 = m\Delta\omega^2 \sin \omega t \\ m(\ddot{Y} + \ddot{Y}_1) + cY_1 = m\Delta\omega^2 \cos \omega t + mg \\ 2R_x = -cX_1 \\ 2R_y = -cY_1 \end{cases} \quad (1)$$

где m и Δ — масса и дисбаланс ротора; c — жесткость ротора; ω — частота вращения ротора; R_x и R_y — реакции опор, определяемые, в общем случае, интегрированием поля давлений по поверхности смазочного слоя [10, 11]; множитель «2» указывает на наличие двух одинаковых опор.

Для модели жесткого ротора (рис. 1, б), а реальные конструкции довольно часто могут быть сведены именно к такой схеме [1, 3—9], уравнения принимают следующий вид (в этом случае $X_1 \equiv Y_1 \equiv 0$):

$$\begin{cases} m\ddot{X} = 2R_x + m\Delta\omega^2 \sin \omega t \\ m\ddot{Y} = 2R_y + m\Delta\omega^2 \cos \omega t + mg \end{cases} \quad (2)$$

Последние два уравнения системы (1) дают: $X_1 = -2R_x/c$; $Y_1 = -2R_y/c$. Тогда уравнения движения гибкого ротора примут вид:

$$\begin{cases} m\ddot{X} - 2\frac{m}{c}\ddot{R}_x = 2R_x + m\Delta\omega^2 \sin \omega t \\ m\ddot{Y} - 2\frac{m}{c}\ddot{R}_y = 2R_y + m\Delta\omega^2 \cos \omega t + mg \end{cases} \quad (3)$$

Введем следующие безразмерные комплексы и переменные:

$$\bar{X} = \frac{X}{h_0}; \quad \bar{Y} = \frac{Y}{h_0}; \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}; \quad Q = \frac{m\Delta\omega^2}{2p_0DL}; \quad G = \frac{mg}{2p_0DL}; \quad \bar{R}_x = \frac{R_x}{p_0DL}; \quad \bar{R}_y = \frac{R_y}{p_0DL},$$

где h_0 — номинальный радиальный зазор подшипника; D и L — диаметр и длина подшипника; p_0 — давление подачи смазочного материала; $t_0 = 2\pi/\omega$ — характерное время, равное продолжительности одного оборота. В работах [10, 11] вопрос перехода к безразмерным величинам и обратно рассматривается более подробно.

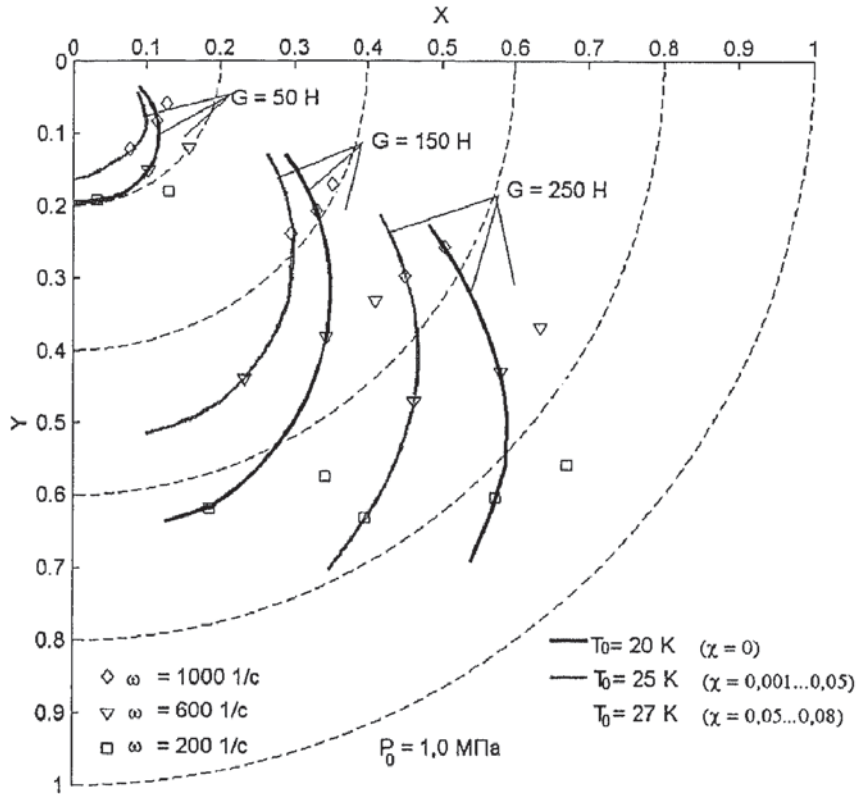


Рис. 2. Кривые подвижного равновесия

Тогда уравнения движения для жесткого (2) и гибкого (3) ротора примут вид (штрих «'» означает дифференцирование по безразмерному времени \bar{t})

$$\begin{cases} \Lambda \bar{X}'' - \bar{R}_x = Q \sin(2\pi\bar{t}) \\ \Lambda \bar{Y}'' - \bar{R}_y = Q \cos(2\pi\bar{t}) + G \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \Lambda \bar{X}'' - k^2 \bar{R}_x'' - \bar{R}_x = Q \sin(2\pi\bar{t}) \\ \Lambda \bar{Y}'' - k^2 \bar{R}_y'' - \bar{R}_y = Q \cos(2\pi\bar{t}) + G \end{cases} \quad (5)$$

где Λ — приведенная масса, характеризующая инерционные свойства; k — коэффициент гибкости аналогично [12], отражающий упругие свойства ротора и связывающий частоту собственных колебаний ω_0 с частотой вращения ω :

$$\Lambda = \frac{mh_0}{2p_0DLt_0^2} = \frac{mh_0\omega^2}{8\pi^2p_0DL}; \quad k = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

Особенностью современных высокоскоростных турбомашин является работа их роторов при очень малых (и, часто, практически нулевых) относительных эксцентриситетах $\bar{e} = e/h_0$. Тогда стационарным положением цапфы уравновешенного ротора можно считать ось, проходящую через центры подшипников. Амплитуды прецессионных дви-

жений неуравновешенного ротора по эллиптическим траекториям в этом случае также малы, а само движение происходит в окрестности стационарного положения на кривой подвижного равновесия (рис. 2). Это обстоятельство справедливо для мало- и средненагруженных быстроходных роторов ($\bar{e} \leq 0,3$) [1—3, 6—8] и позволяет рассматривать задачу устойчивости движения в линейной постановке [13].

Для анализа устойчивости ротора в линейной постановке необходимо получить уравнения его возмущенного движения в окрестности положения равновесия [13]. Для этого линеаризуем реакции смазочного слоя, которые в соответствии с обозначениями [14] могут быть представлены в безразмерном виде

$$\begin{aligned}\bar{R}_x &= \bar{R}_{x0} - \bar{K}_{xx}\Delta\bar{X} - \bar{K}_{xy}\Delta\bar{Y} - \bar{B}_{xx}\Delta\bar{X}' - \bar{B}_{xy}\Delta\bar{Y}', \\ \bar{R}_y &= \bar{R}_{y0} - \bar{K}_{yx}\Delta\bar{X} - \bar{K}_{yy}\Delta\bar{Y} - \bar{B}_{yx}\Delta\bar{X}' - \bar{B}_{yy}\Delta\bar{Y}'.\end{aligned}\quad (6)$$

Подставляя эти соотношения, а также выражения для возмущенных координат $\bar{X} = \bar{X}_0 + \Delta\bar{X}$ и $\bar{Y} = \bar{Y}_0 + \Delta\bar{Y}$, в систему (5) и вычитая затем из полученных уравнений уравнения равновесия (при $\bar{X} = \bar{X}_0$ и $\bar{Y} = \bar{Y}_0$), получим систему уравнений движения центра цапфы ротора в возмущениях, анализ которых позволяет судить об устойчивости исходной (нелинейной) системы (5) по уравнениям первого приближения

$$\begin{cases} \Lambda\Delta\bar{X}'' + k^2[\bar{K}_{xx}\Delta\bar{X}'' + \bar{K}_{xy}\Delta\bar{Y}'' + \bar{B}_{xx}\Delta\bar{X}''' + \bar{B}_{xy}\Delta\bar{Y}'''] + \\ \quad + \bar{K}_{xx}\Delta\bar{X}' + \bar{K}_{xy}\Delta\bar{Y}' + \bar{B}_{xx}\Delta\bar{X}'' + \bar{B}_{xy}\Delta\bar{Y}'' = 0 \\ \Lambda\Delta\bar{Y}'' + k^2[\bar{K}_{yx}\Delta\bar{X}'' + \bar{K}_{yy}\Delta\bar{Y}'' + \bar{B}_{yx}\Delta\bar{X}''' + \bar{B}_{yy}\Delta\bar{Y}'''] + \\ \quad + \bar{K}_{yx}\Delta\bar{X}' + \bar{K}_{yy}\Delta\bar{Y}' + \bar{B}_{yx}\Delta\bar{X}'' + \bar{B}_{yy}\Delta\bar{Y}'' = 0 \end{cases}\quad (7)$$

Обоснование и границы применимости этого подхода к анализу устойчивости даются теоремами Ляпунова [13]. Решение системы уравнений (7) имеет вид

$$\Delta\bar{X} = A_x e^{\lambda t}; \quad \Delta\bar{Y} = A_y e^{\lambda t},\quad (8)$$

где A_x и A_y — амплитуды возмущений в начальный момент времени; λ — комплексное число, действительная часть которого характеризует демпфирующие свойства (степень затухания), а мнимая — частоту колебаний, имеющие место в системе; $\lambda = \nu i t_0 = 2\pi \frac{\nu}{\omega}$, $\nu = s + ip$, s и p — соответственно экспоненциальная и гармоническая составляющие; ω — вынуждающая частота (частота вращения ротора).

Подстановка решения (8) в систему (7) и сокращение на множитель $e^{\lambda t}$ приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно A_x и A_y

$$\begin{cases} A_x [k^2 \bar{B}_{xx} \lambda^3 + (\Lambda + k^2 \bar{K}_{xx}) \lambda^2 + \bar{B}_{xx} \lambda + \bar{K}_{xx}] + \\ \quad + A_y [k^2 \bar{B}_{xy} \lambda^3 + k^2 \bar{K}_{xy} \lambda^2 + \bar{B}_{xy} \lambda + \bar{K}_{xy}] = 0 \\ A_x [k^2 \bar{B}_{yx} \lambda^3 + k^2 \bar{K}_{yx} \lambda^2 + \bar{B}_{yx} \lambda + \bar{K}_{yx}] + \\ \quad + A_y [k^2 \bar{B}_{yy} \lambda^3 + (\Lambda + k^2 \bar{K}_{yy}) \lambda^2 + \bar{B}_{yy} \lambda + \bar{K}_{yy}] = 0 \end{cases}\quad (9)$$

Эта система уравнений имеет единственное нетривиальное решение только в случае равенства нулю ее определителя, из чего следует характеристическое уравнение системы уравнений движения гибкого ротора

$$a_0\lambda^6 + a_1\lambda^5 + a_2\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_4\lambda^2 + a_5\lambda + a_6 = 0, \quad (10)$$

где коэффициенты уравнения определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} a_0 &= k^4 [\bar{B}_{xx}\bar{B}_{yy} - \bar{B}_{xy}\bar{B}_{yx}]; \\ a_1 &= k^4 [\bar{B}_{xx}\bar{K}_{yy} + \bar{B}_{yy}\bar{K}_{xx} - \bar{B}_{xy}\bar{K}_{yx} - \bar{K}_{xy}\bar{B}_{yx}] + k^2\Lambda(\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy}); \\ a_2 &= \Lambda^2 + k^4(\bar{K}_{xx}\bar{K}_{yy} - \bar{K}_{xy}\bar{K}_{yx}) + k^2[\Lambda(\bar{K}_{xx} + \bar{K}_{yy}) + 2(\bar{B}_{xx}\bar{B}_{yy} - \bar{B}_{xy}\bar{B}_{yx})]; \\ a_3 &= \Lambda(\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy}) + 2k^2(\bar{B}_{xx}\bar{K}_{yy} + \bar{B}_{yy}\bar{K}_{xx} - \bar{B}_{xy}\bar{K}_{yx} - \bar{B}_{yx}\bar{K}_{xy}); \\ a_4 &= \Lambda(\bar{K}_{xx} + \bar{K}_{yy}) + 2k^2(\bar{K}_{xx}\bar{K}_{yy} - \bar{K}_{xy}\bar{K}_{yx}) + \bar{B}_{xx}\bar{B}_{yy} - \bar{B}_{xy}\bar{B}_{yx}; \\ a_5 &= \bar{B}_{xx}\bar{K}_{yy} + \bar{B}_{yy}\bar{K}_{xx} - \bar{B}_{xy}\bar{K}_{yx} - \bar{B}_{yx}\bar{K}_{xy}; \\ a_6 &= \bar{K}_{xx}\bar{K}_{yy} - \bar{K}_{xy}\bar{K}_{yx}. \end{aligned}$$

Проделав аналогичные преобразования с системой (4) или положив в уравнении (10) $k = 0$, получим характеристическое уравнение для жесткого ротора

$$a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0, \quad (11)$$

коэффициенты которого равны соответственно

$$\begin{aligned} a_0 &= \Lambda^2; \\ a_1 &= \Lambda(\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy}); \\ a_2 &= \Lambda(\bar{K}_{xx} + \bar{K}_{yy}) + \bar{B}_{xx}\bar{B}_{yy} - \bar{B}_{xy}\bar{B}_{yx}; \\ a_3 &= \bar{B}_{xx}\bar{K}_{yy} + \bar{B}_{yy}\bar{K}_{xx} - \bar{B}_{xy}\bar{K}_{yx} - \bar{B}_{yx}\bar{K}_{xy}; \\ a_4 &= \bar{K}_{xx}\bar{K}_{yy} - \bar{K}_{xy}\bar{K}_{yx}. \end{aligned}$$

Динамические коэффициенты смазочного слоя в широком диапазоне относительных эксцентриситетов (до $\bar{e} = 0,3$) для мало- и средненагруженных быстроходных роторов могут быть приняты при концентричном расположении цапфы ротора в подшипнике ($\bar{e} = 0$) [6—8, 14]

$$\bar{K}_{xx} = \bar{K}_{yy} = \bar{K}_0; \bar{K}_{xy} = -\bar{K}_{yx} = \bar{C}_0; \bar{B}_{xx} = \bar{B}_{yy} = \bar{B}_0; \bar{B}_{xy} = -\bar{B}_{yx} = \bar{D}_0 \approx 0.$$

Тогда при центральном положении цапфы коэффициенты характеристического уравнения для гибкого ротора примут вид:

$$a_0 = k^4 [\bar{B}_0^2 + \bar{D}_0^2]; \quad a_1 = 2k^2 [k^2 (\bar{B}_0 \bar{K}_0 + \bar{D}_0 \bar{C}_0) + \Lambda \bar{B}_0];$$

$$a_2 = \Lambda^2 + k^4 (\bar{K}_0^2 + \bar{C}_0^2) + 2k^2 [\Lambda \bar{K}_0 + \bar{B}_0^2 + \bar{D}_0^2]; \quad a_3 = 2 [\Lambda \bar{B}_0 + 2k^2 (\bar{B}_0 \bar{K}_0 + \bar{D}_0 \bar{C}_0)];$$

$$a_4 = 2 [\Lambda \bar{K}_0 + k^2 (\bar{K}_0^2 + \bar{C}_0^2)] + \bar{B}_0^2 + \bar{D}_0^2; \quad a_5 = 2 [\bar{K}_0 \bar{B}_0 + \bar{C}_0 \bar{D}_0]; \quad a_6 = \bar{K}_0^2 + \bar{C}_0^2.$$

Для жесткого ротора характеристические коэффициенты также упростятся:

$$a_0 = \Lambda^2; \quad a_1 = 2\Lambda \bar{B}_0; \quad a_2 = 2\Lambda \bar{K}_0 + \bar{B}_0^2 + \bar{D}_0^2; \quad a_3 = 2(\bar{K}_0 \bar{B}_0 + \bar{C}_0 \bar{D}_0); \quad a_4 = \bar{K}_0^2 + \bar{C}_0^2.$$

Коэффициенты характеристического уравнения являются функциями свойств смазочного слоя и ротора: $a_0, \dots, a_6 = f(\bar{K}_{xx}, \bar{K}_{xy}, \dots, \bar{B}_{yx}, \bar{B}_{yy}, \Lambda, k)$. В свою очередь, характеристики подшипника определяются его геометрическими и рабочими параметрами: $\bar{K}_{xx}, \dots, \bar{B}_{yy} = f(D, L, \omega, p_0, T_0, \mu, \rho, \chi, \dots)$. В условиях смазки криогенными рабочими телами (жидкий водород, кислород) возможно вскипание смазочного материала и его парожидкостное состояние [10, 11], что влечет за собой изменение вязкости μ и плотности ρ смазки, которые становятся функциями температуры T и паросодержания (концентрации газовой фазы) χ в смазочном слое. Это обстоятельство существенно меняет динамические характеристики подшипника [14] и влияет на динамическую устойчивость ротора.

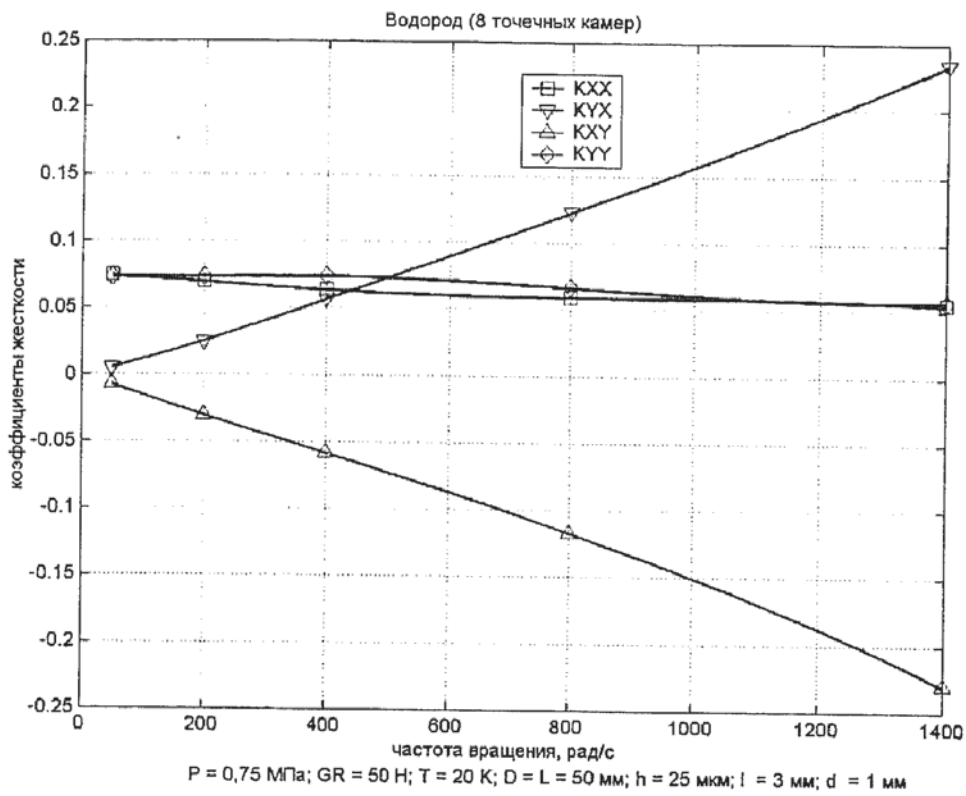
В качестве иллюстрации влияния паросодержания на характеристики опор жидкостного трения на рис. 2 приведен набор кривых подвижного равновесия, построенных с помощью разработанного программного обеспечения [15] для подшипника с восемью точечными камерами, имеющего следующие параметры: $D = 50$ мм; $L = 50$ мм; $h_0 = 25$ мкм; $p_0 = 0,75$ МПа и $p_s = 0,25$ МПа — давления подачи и на сливе; $l_h = 3$ мм — длина жиклера; $d_h = 1$ мм — диаметр жиклера.

Из рис. 3 видно, каков характер изменения безразмерных динамических коэффициентов как функций частоты вращения и температуры подачи смазки, характеризующей паросодержание при прочих равных параметрах. Более подробное описание расчета кривых подвижного равновесия и динамических характеристик, а также влияния на них различных факторов приведено в работе [14].

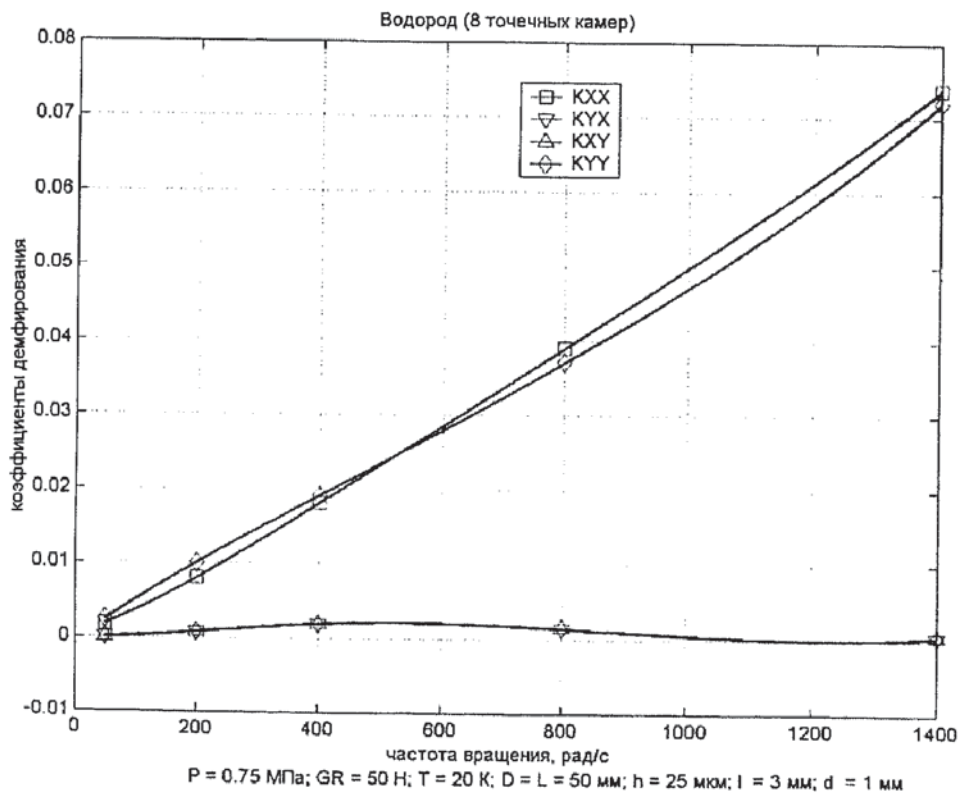
Для устойчивости рассматриваемой динамической системы необходимо и достаточно, чтобы все корни уравнений (10) или (11) имели отрицательную действительную часть [13]. Встречаются два варианта рассмотрения задачи устойчивости: 1) заданы все параметры системы и определяется, устойчиво ли данное состояние; 2) заданы лишь некоторые параметры и определяется, при каких сочетаниях остальных параметров система устойчива. Первая задача сводится к применению различных критериев устойчивости (Рауса—Гурвица, Найквиста, Михайлова), а второй подход предполагает построение областей устойчивости в пространстве некоторых параметров (например, методом D-разбиений).

Применение критерия Рауса—Гурвица требует построения матрицы Гурвица, которая для гибкого и жесткого роторов имеет вид [13]:

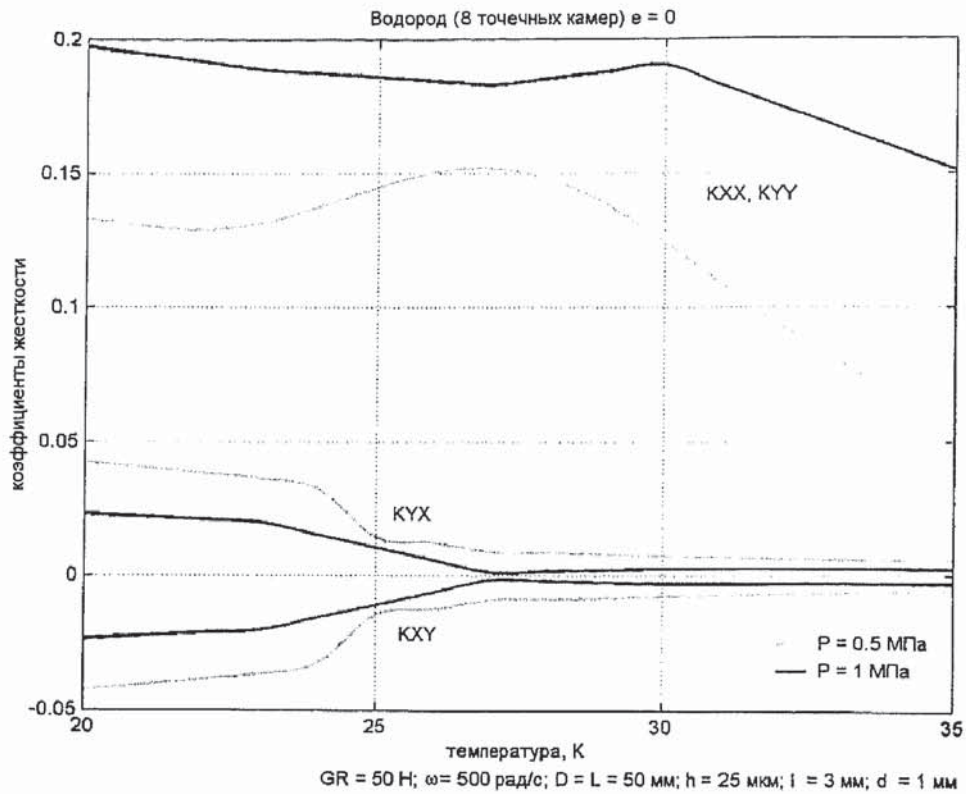
$$\text{гибкий ротор} \rightarrow \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_6 & a_5 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 \end{bmatrix}, \quad \text{жесткий ротор} \rightarrow \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{bmatrix}.$$



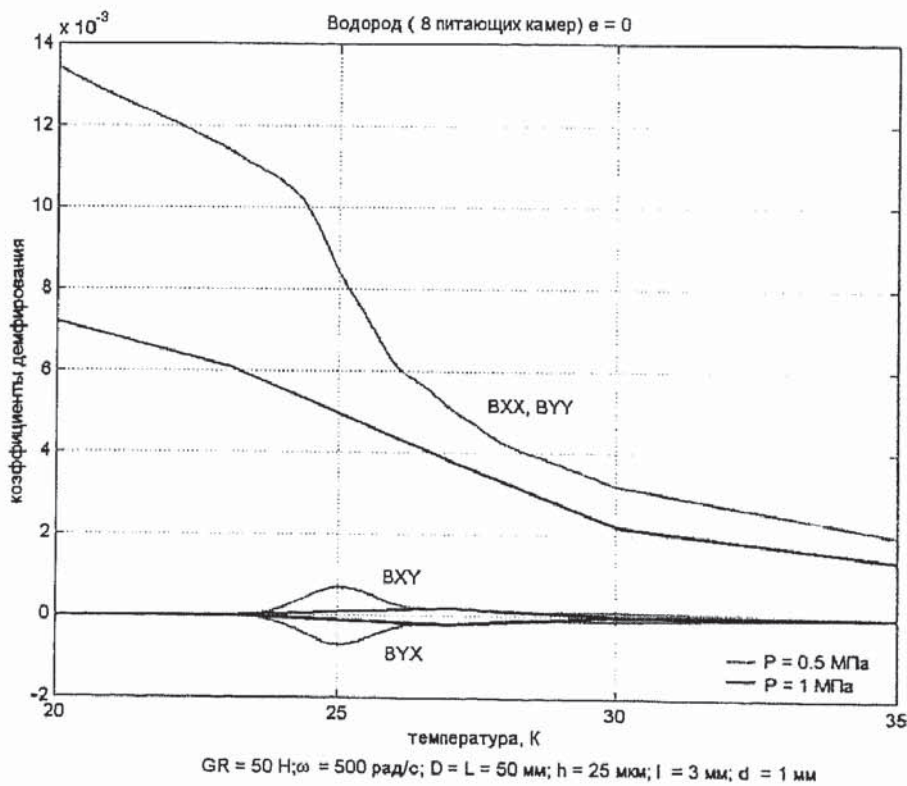
a)



b)



в)



г)

Рис. 3. Коэффициенты жесткости (а, в) и демпфирования (б, г)

Необходимые и достаточные условия отрицательности действительной части корней λ и, следовательно, устойчивости рассматриваемой системы, выражаются в положительности (при $a_0 > 0$) всех главных диагональных миноров матрицы Гурвица. Для гибкого ротора эти условия запишутся в виде

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= a_1 > 0; \quad \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0; \quad \Delta_3 = a_1 a_2 a_3 + a_0 a_1 a_5 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 > 0; \\ \Delta_4 &= a_1 a_2 a_3 a_4 + a_0 a_2 a_3 a_5 + 2a_0 a_1 a_4 a_5 + a_1^2 a_2 a_6 - a_0 a_1 a_3 a_6 - a_1 a_2^2 a_5 - \\ &- a_0 a_3^2 a_4 - a_1^2 a_4^2 - a_0^2 a_5^2 > 0; \quad \Delta_5 = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 + 2a_1^2 a_2 a_5 a_6 + a_1^2 a_3 a_4 a_6 + 2a_0 a_1 a_4 a_5^2 + \\ &+ a_0 a_3^3 a_6 + a_0 a_2 a_3 a_5^2 - a_1 a_2 a_3^2 a_6 - a_1 a_2^2 a_5^2 - a_1^2 a_4^2 a_5 - a_1^3 a_6^2 - 3a_0 a_1 a_3 a_5 a_6 - \\ &- a_0 a_3^2 a_4 a_5 - a_0^2 a_5^3 > 0; \quad \Delta_6 = a_6 \Delta_5 > 0 \end{aligned}$$

Для жесткого ротора условия устойчивости выглядят значительно проще:

$$a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_4 > 0; \quad a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 > 0.$$

Применение критерия Рауса—Гурвица связано с необходимостью расчета определителей высокого порядка. Вычисление путем разложения их по элементам строки (столбца) или методом, основанном на приведении матрицы Гурвица к диагональной форме, нецелесообразно. Это определяет факт ограниченного применения этого критерия для изучения подобных систем; рассматриваются, как правило, лишь системы с порядком уравнения до 4. Развитие символьной математики и применение систем компьютерной математики типа MATLAB, Maple, MathCAD частично позволяет преодолеть это противоречие. Другим недостатком является то, что для уравнений высоких степеней можно лишь получить ответ, устойчива система или нет. При этом критерий не дает ответа на вопрос, как изменить параметры системы, чтобы сделать ее устойчивой.

Метод D-разбиений [13] основан на том, что при потере устойчивости корни уравнения пересекают ось мнимых чисел и переходят из левой в правую полуплоскость. При нахождении корней на оси мнимых чисел действительная часть обращается в нуль ($s = 0$) и корни уравнения имеют вид: $\lambda = \gamma i$, где $\gamma = 2\pi p/\omega$ — относительная частота; p — частота колебаний на границе устойчивости; ω — вынужденная частота (в данном случае — частота вращения ротора).

Подстановка $\lambda = \gamma i$ в (10) приводит к следующей системе:

$$\begin{cases} -a_0 \gamma^6 + a_2 \gamma^4 - a_4 \gamma^2 + a_6 = 0 \\ a_1 \gamma^5 - a_3 \gamma^3 + a_5 \gamma = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Относительная частота определяется уравнением: $\gamma(a_1 \gamma^4 - a_3 \gamma^2 + a_5) = 0$.

Если $\gamma = 0$, то $a_6 = 0$, что соответствует системам с отрицательной жесткостью и в рассматриваемом объекте не встречается. Следовательно, получаем уравнение частоты автоколебаний на границе устойчивости:

$$a_1 \gamma^4 - a_3 \gamma^2 + a_5 = 0 \Rightarrow \gamma_{1,2}^2 = \frac{\Lambda(\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy}) + 2k^2 a_5 \pm \Lambda(\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy})}{2k^2 [k^2 a_5 + \Lambda(\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy})]}. \quad (13)$$

Если перед корнем в выражении (13) взять знак «+», то для частоты имеем

$$\gamma_1^2 = \frac{1}{k^2} \Rightarrow p_1 = \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

Подстановка γ_1 в первое уравнение (12) дает: $\Lambda^2/k^4 = 0$, что реализуется либо при $\Lambda = 0$, либо при $k = \infty$. Оба случая принципиально неосуществимы и, значит, автоколебания с частотой $p = \omega_0 = \sqrt{c/m}$ невозможны [3].

Если знак в выражении (13) взять знак «—», то квадрат частоты равен:

$$\gamma_2^2 = \frac{a_5}{k^2 a_5 + \Lambda (\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy})}.$$

Подставляя в это выражение значения для коэффициентов характеристического уравнения, получаем соотношение:

$$\gamma_2^2 = \frac{\bar{B}_{xx} \bar{K}_{yy} + \bar{B}_{yy} \bar{K}_{xx} - \bar{B}_{xy} \bar{K}_{yx} - \bar{B}_{yx} \bar{K}_{xy}}{k^2 [\bar{B}_{xx} \bar{K}_{yy} + \bar{B}_{yy} \bar{K}_{xx} - \bar{B}_{xy} \bar{K}_{yx} - \bar{B}_{yx} \bar{K}_{xy}] + \Lambda (\bar{B}_{xx} + \bar{B}_{yy})} = a_*. \quad (14)$$

Для центрального положения цапфы в подшипнике имеем

$$\gamma_2^2 = a_* = \frac{B_0 K_0 + C_0 D_0}{k^2 [B_0 K_0 + C_0 D_0] + \Lambda B_0}. \quad (15)$$

Граница устойчивости гибкого ротора с учетом (12) имеет вид

$$-a_0 a_*^3 + a_2 a_*^2 - a_4 a_* + a_6 = 0. \quad (16)$$

Для жесткого ротора подстановка $\lambda = \gamma i$ в (11) дает систему:

$$\left. \begin{aligned} a_0 \gamma^4 - a_2 \gamma^2 + a_4 = 0 \\ -a_1 \gamma^3 i + a_3 \gamma i = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a_0 \gamma^4 - a_2 \gamma^2 + a_4 = 0 \\ \gamma (a_1 \gamma^2 - a_3) = 0 \end{aligned} \right\}.$$

Если $\gamma = 0$, то $a_4 = 0$, что невозможно. Тогда уравнение для частоты имеет вид: $a_1 \gamma^2 - a_3 = 0$, откуда $\gamma^2 = a_3/a_1$ — частота на границе устойчивости.

Уравнение для границы устойчивости жесткого ротора примет форму

$$a_0 \left[\frac{a_3}{a_1} \right]^2 - a_2 \left[\frac{a_3}{a_1} \right] + a_4 = 0. \quad (17)$$

В качестве иллюстрации работы рассмотренной методики на рис. 4 приведены результаты расчета границ устойчивости по уравнению (12) для гибкого ротора в координатах «приведенная масса Λ — коэффициент гибкости k ». Результаты получены с использованием значений коэффициентов жесткости и демпфирования для опор, смазка которых осуществляется жидким водородом (рис. 3).

Анализируя полученные результаты, можно отметить незначительное расширение зоны устойчивой работы ротора при малом паросодержании ($\chi < 0,05$), что объясняется некоторым увеличением гидродинамической реакции в результате неравномерного распределения газовой фазы по опорной поверхности подшипника. В первую очередь газовая фаза появляется в ненагруженной зоне подшипника в области более низких давлений. Дальнейший рост концентрации газовой фазы приводит к резкому сужению границ устойчивости. Этот результат, полученный на основе линейной аппроксимации реакций подшипника жидкостного трения, подтверждается и при интегрировании полной системы нелинейных уравнений, описывающих процессы в системе «ротор — подшипники» при смазке криогенными жидкостями [10, 11].

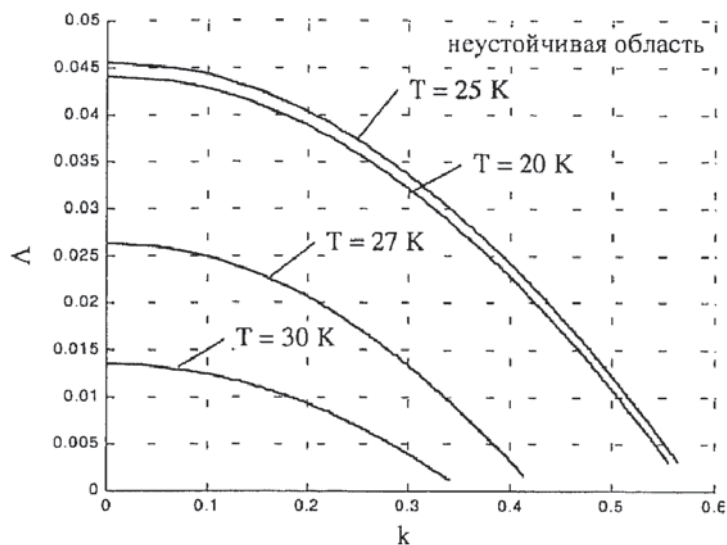


Рис. 4. Границы устойчивости гибкого ротора

Предложенная методика определения границ устойчивости движения системы «ротор — подшипники жидкостного трения» и разработанное на ее основе программное обеспечение [15] позволяют решать задачи определения рабочих и геометрических параметров роторной системы для работы ее в устойчивой зоне как для традиционных однофазных смазочных материалов, так и с учетом возможного парожидкостного состояния рабочей среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давыдов А. Б., Кобулашвили А. Ш., Шерстюк А. Н. Расчет и конструирование турбодетандеров. — М.: Машиностроение, 1987. — 230 с.
2. Гидростатические опоры роторов быстроходных машин / Артеменко Н. П. и др. — Харьков: Основа, 1992. — 198 с.
3. Равикович Ю. А. Конструкции и проектирование подшипников скольжения агрегатов двигателей летательных аппаратов. — М.: Изд-во МАИ, 1995. — 58 с.
4. Герашенко Б. И. Динамика закритических роторов лопаточных машин. М.: Компания Спутник+, 2000. — 250 с.
5. Штернлихт, Льюис. Проблемы вибраций высокоскоростных турбомашин. // Конструирование и технология машиностроения, 1968. — № 3. — С. 130—144.
6. Позняк Э. Л. Колебания роторов // Вибрации в технике. В 6 т. Том 3. Колебания машин, конструкций и их элементов. — М.: Машиностроение, 1980. — С. 130—189.
7. Yamamoto T., Ishida Y. Linear and nonlinear rotordynamics. A modern treatment with applications. — New York, John Willey & Sons, 2001. — 326 p.
8. Rao J. S. Rotor dynamics comes of age // Sixth International Conference on Rotor Dynamics: Proceedings. — Sydney, Australia: The University of New South Wales, 2002. — Vol. 1. — P.p. 15—26.
9. Childs D. Rotordynamics of turbomachinery ... Looking back ... Looking forward // Sixth International Conference on Rotor Dynamics: Proceedings. — Sydney, Australia: The University of New South Wales, 2002. — Vol. 2. — P.p. 759—768.
10. Савин Л. А., Соломин О. В. Расчет подшипников скольжения, работающих в условиях двухфазного состояния смазочного материала // Известия вузов. Машиностроение, 2004. — №2. — С. 36—42.
11. Савин Л. А., Соломин О. В. Динамика жесткого ротора на подшипниках скольжения, смазываемых криогенной жидкостью // Известия вузов. Машиностроение, 2004. — №4. — С. 27—38.
12. Сергеев С. И. Динамика криогенных турбомашин с подшипниками скольжения. — М.: Машиностроение, 1973. — 304 с.
13. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения. — М.: Наука, 1987. — 304 с.
14. Соломин О. В. Динамические характеристики гидростатодинамических опор в условиях двухфазного состояния смазочного материала // Известия вузов. Машиностроение, 2006. — №1. — С. 14—23.
15. Программа расчета характеристик подшипников скольжения с криогенной смазкой («Подшипник-Криоген») / Савин Л. А., Соломин О. В. и др. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2000610593. Зарегистрировано в Роспатенте 7 июля 2000 г.