

5. Вибрации в технике / Справочник: В 6-ти т. Т. 3: Колебания машин, конструкций и их элементов — М.: Машиностроение, — 1980. — 544 с.
6. Бетин В. Н., Айзеншток Г. И. Динамика радиального движения шпинделя на магнитных опорах // Станки и инструменты. — 1988. — №5. — С. 20—22.
7. Дьяконов В. П. Matlab 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Основы программирования — М: СОЛОН-Пресс, — 2002. — 576 с.
8. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров. — М.: Высшая школа, — 1994. — 544 с.

629.114.2-235:681.3

НЕКОТОРЫЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫБОРУ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ

Канд. техн. наук, доц. В.М. ЗЯБЛИКОВ, канд. техн. наук, доц. В.Ф. СМИРНОВ

Описывается методика и представлены результаты исследования характера прохождения волновой энергии крутильных колебаний через валопровод силовой передачи машинного агрегата. При этом предполагалось, что бегущая волна проходит по дискретной динамической системе без отражения. Для обеспечения этого условия были разработаны конструкции муфт, встраиваемых как в соединения между агрегатами силовой передачи, так и в сами агрегаты, а именно, редуктор.

The methodic decrypted and results of examining a history of wave energy in torsional oscillation using shafting power transmission of the machine unit are presented. Thus it was supposed, that the traveling wave transits on discrete dynamic system without reflection. Muff constructions that built in either in linking between units of power transmission or directly into units, to be exact, in a reduction gear, have been developed for maintenance of this requirement.

Любая машина есть совокупность источника энергии, силовой передачи и исполнительного органа. Одной из главных причин, вызывающих динамические нагрузки в силовых передачах машинных агрегатов, являются колебания, возникающие в результате возмущения от источника энергии (например, д.в.с.), от исполнительного органа (например, механизм виброперемещений), от самой передачи (например, карданные соединения). В большом числе приводов силовых передач используются зубчатые механизмы различных конструкций и назначений (редукторы, мультипликаторы).

Создание высокопроизводительных машин и скоростных транспортных средств, форсированных по мощности, нагрузкам, другим рабочим характеристикам, неизбежно приводит к увеличению интенсивности и расширению спектра вибрационных и виброакустических полей, в том числе: в редукторах и мультипликаторах, передающих все большую энергию колебаний. Указанные зубчатые механизмы являются частью динамической системы привода и должны иметь такие частотные характеристики, чтобы не возникли резонансные режимы внутри самих механизмов при вынужденных колебаниях.

Процесс вынужденных колебаний связан с распространением по динамической системе энергии, переносимой от источника возмущения бегущими волнами [1]. При встрече с неоднородностью происходит частичное или полное отражение бегущих волн, что приводит в определенных условиях к образованию стоячих волн и возникновению резонанса. Степень отражения бегущих волн на границе неоднородных участков определяется коэффициентом отражения R , который является функцией характеристических импедансов Z_1 и Z_2 пограничных участков [1]

$$R = (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2). \quad (1)$$

Импеданс как комбинация параметров, определяющих возвращающую силу и инерцию, характеризует скорость распространения энергии по динамической системе бегущими волнами, поскольку в выражение затормаживающей силы он входит как коэффициент при скорости. При полном согласовании импедансов ($Z_1 = Z_2$) отражение бегущей волны на границах характерных участков не возникает ($R = 0$), стоячие волны отсутствуют, и в системе наблюдается только бегущая волна и, следовательно, условий для образования резонанса нет.

Силовой привод большинства машин можно представить как динамическую крутильную систему, составленную из сосредоточенных масс с соответствующими моментами инерции (ротор электродвигателя, барабан тормоза, зубчатые колеса передач, элементы исполнительного органа) и соединяющих их безынерционных стержней, заменяющих реальные валы, муфты, зубчатые зацепления, имеющие соответствующие податливости. Некоторые участки таких систем (а иногда и вся система) имеют моменты инерции и податливости, мало отличающиеся друг от друга. Такие участки можно называть квазиоднородными, если число элементов «вал—диск», укладываемых в полуволне формы колебаний, достаточно велико. Состоящая из таких элементов крутильная система в определенных условиях ведет себя аналогично однородной: образует форму колебаний, близкую к синусоидальной, и допускает существование бегущих волн. Как и для однородной системы, характеристикой квазиоднородной системы может служить фазовая скорость [2] $v_{\phi} = \sqrt{c/J}$ и характеристический импеданс $Z = \sqrt{cJ} = \sqrt{J/E}$. В этих формулах c — жесткостная, J — инерционная характеристики элемента «вал—диск» квазиоднородного участка, $E = 1/c$ — податливость участка.

На границах квазиоднородных участков, имеющих различные параметры, возможно полное или частичное отражение бегущих волн, создание условий для образования стоячих волн и возникновения резонанса. С целью устранения условий для возникновения резонанса необходимо исключить или уменьшить отражение бегущих волн на границах участков, т.е. коэффициент отражения должен быть равен нулю ($R = 0$). Это выполняется, если в формуле (1) $Z_1 = Z_2$. Следовательно, при равенстве импедансов всех участков ($Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n$) получится крутильная динамическая система свободная от отраженных и стоячих волн, т.е. резонансных режимов. Метод преобразования исходной крутильной системы в динамическую систему с одинаковыми импедансами на участках получил название метода согласования импедансов [3].

Возможно использовать еще один способ, препятствующий образованию стоячих волн [1]. Если позволяют геометрические характеристики системы, то можно избавиться от отражения волновой энергии при переходе от одного участка к другому следующим образом. Следует сделать так, чтобы импеданс каждого участка динамической системы, состоящей из N участков, изменялся монотонно, а на промежутке, равном четверти длины любой из передаваемых волн, изменялся на очень малую величину. Можно считать, что имеет место дискретное изменение импеданса каждый раз, когда число участков n соответственно увеличивается на $1/4\lambda_n$, где λ_n — длина волны, выраженная числом участков, которая должна быть передана без отражения. Тогда полностью можно избавиться от отражений, если амплитуда, отраженная при n , уничтожится амплитудой, отраженной при $n + 1/4\lambda_n$, и т.д. Коэффициент отражения при одном шаге по n , когда импеданс изменится до $Z_2 = Z_1 + \Delta Z$, будет равен

$$\Delta R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \approx \frac{-\Delta Z}{2Z} \approx \frac{-1}{2Z} \left[\frac{dZ(n)}{dn} \right] \left(\frac{\lambda}{4} \right). \quad (2)$$

Если отражения от границ n и $n + 1/4\lambda_n$, т.е. при одном дискретном шаге по n , взаимно гасятся, то величина ΔR должна быть постоянной и независимой от n . Обозначив ΔR через α , формулу (2) можно записать в следующем виде

$$\frac{dZ}{Z} = -\frac{8\alpha}{\lambda} dn. \quad (3)$$

Следовательно, если считать, что длина λ_n волны возмущения, проходящей по квазиоднородной системе, состоящей из N участков, постоянна и не зависит от данного произвольного номера n , то интегрирование уравнения (3) дает закон изменения относительного импеданса $Z_{\text{отн}} = Z/Z_0$

$$\ln Z_{\text{отн}} = -\frac{8\alpha}{\lambda} n, \quad (4)$$

который обеспечивает прохождение бегущей волны по системе без отражения.

Данный прием находит большое распространение в технике. Экспоненциально расширяющийся рупор, импеданс которого меняется из-за изменения его диаметра, используется в громкоговорителях для передачи без отражения звуковой энергии, излучаемой мембраной.

Практика показывает, что крутильные системы силовых передач, содержащие многоступенчатые зубчатые механизмы, могут рассматриваться как квазиоднородные и анализироваться с позиций волновой теории. Поэтому указанный выше способ вполне может быть использован для устранения стоячих волн и, таким образом, резонансов, и, следовательно, снижения динамических нагрузок в этих системах.

Преобразование крутильной динамической схемы силовой передачи по данному способу показано на примере привода мельницы для размола горной породы (рис. 1). Привод состоит из электродвигателя, трехступенчатого цилиндрического редуктора с передаточным числом каждой ступени $u = 4$, упругой муфты между электродвигателем и редуктором, компенсирующей зубчатой муфты между редуктором и, собственно, мельницей. Приведенная к валу электродвигателя крутильная динамическая схема мельницы показана на рис. 2.

Размеры валов определены из расчета на прочность, жесткость и выносливость, а размеры зубчатых передач рассчитаны из условия усталостной контактной прочности рабочих поверхностей зубьев и прочности зубьев при изгибе. Компенсирующая зубчатая муфта выбрана по передаваемому крутящему моменту. Известные размеры элементов привода позволили определить моменты инерции крутильных масс и податливости деформируемых участков между ними, которая учитывает деформацию зубьев в зацеплении и закрутку валов (табл. 1).

Податливость упругой муфты E_{M1} , предназначенной для уменьшения динамических нагрузок и снижения уровня колебаний, должна быть определена исходя из указанных условий.

Крутильная система, представленная на рис. 2, в определенных условиях может рассматриваться как квазиоднородная с характеристическими импедансами участков «вал—диск». За базовый выбран импеданс участка: 6-я масса и примыкающая к ней податливость. Это объясняется тем, что изменять конструкцию мельницы и размеры зубчатой муфты нерационально. Обозначим базовый импеданс Z_1 . Тогда значение этого импеданса и всех последующих можно определить по известной формуле

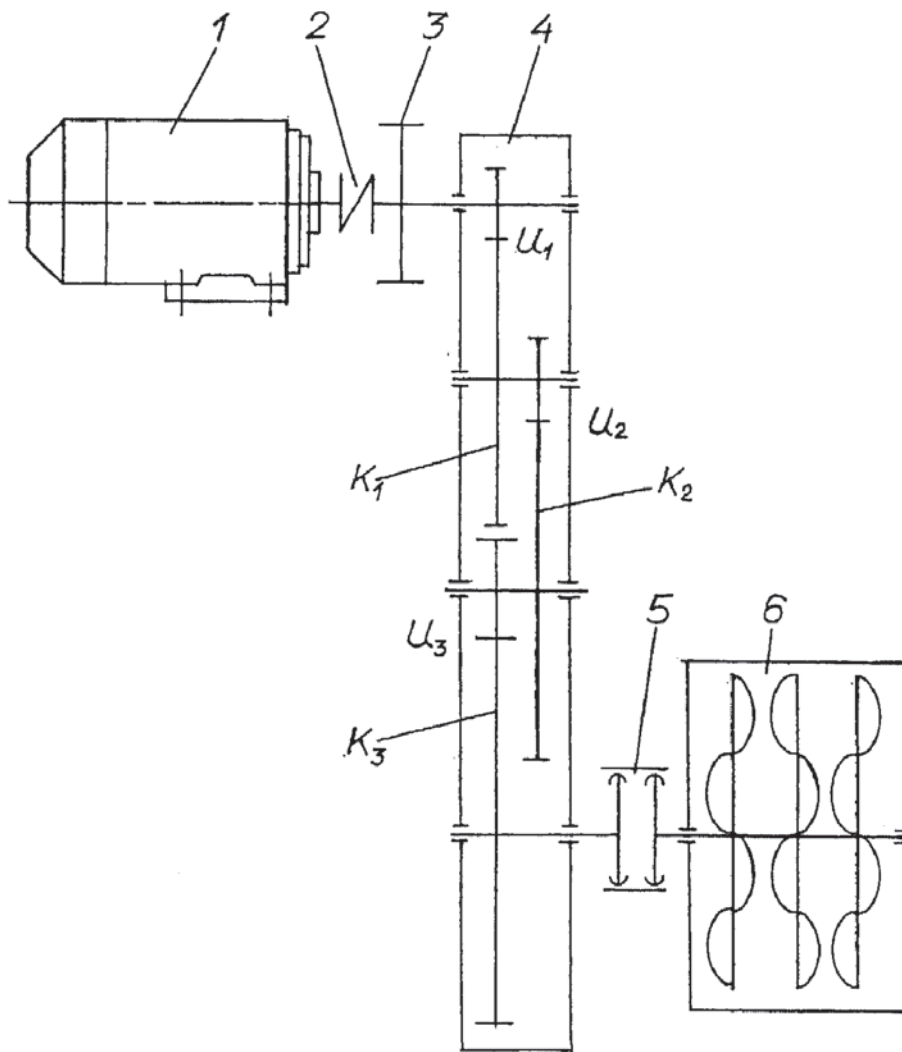


Рис. 1. Схема привода мельницы для размола горной породы: 1 — электродвигатель; 2 — муфта упругая; 3 — тормозной барабан; 4 — редуктор цилиндрический 3-х ступенчатый; 5 — муфта зубчатая; 6 — мельница; K_1, K_2, K_3 — колеса зубчатые 1-й, 2-й, 3-й ступени; u_1, u_2, u_3 — передаточные числа ступеней редуктора

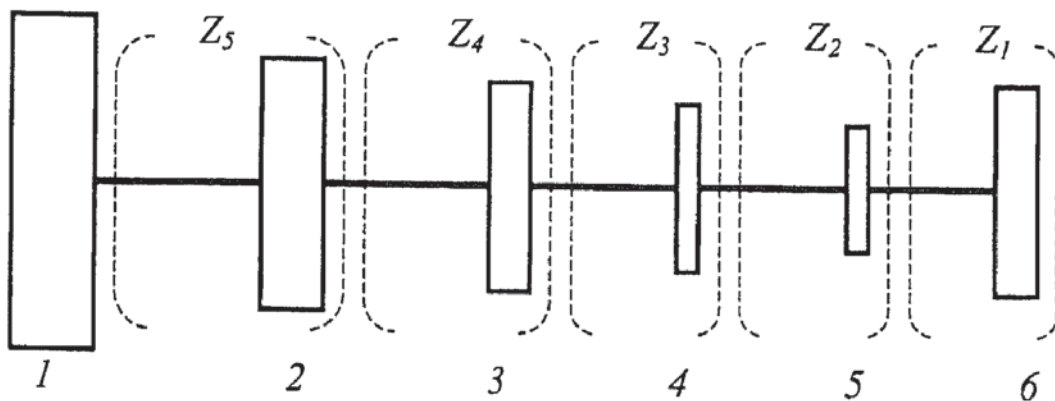


Рис. 2. Крутильная система привода мельницы, приведенная к валу электродвигателя. Инерционные массы: 1 — ротора электродвигателя; 2 — тормозного барабана; 3, 4, 5 — зубчатых колес K_1, K_2, K_3 ; 6 — вращающихся частей мельницы; Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 — импедансы участков «вал—диск».

Таблица

№ массы	Параметры		
	Момент инерции, J , кгм ²	Податливость участков E , 1/Н·м	
		основная	преобразованная
1	0,36	$3,63 \cdot 10^{-5}$	$3,36 \cdot 10^{-3}$
2	0,05		
3	$7,625 \cdot 10^{-3}$	$5,036 \cdot 10^{-6}$	$8,82 \cdot 10^{-4}$
		$3,065 \cdot 10^{-5}$	$1,258 \cdot 10^{-4}$
4	$0,637 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$2,146 \cdot 10^{-5}$
5	$0,0635 \cdot 10^{-3}$		
6	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$

$$Z_1 = \sqrt{J_6/E_{с6}} = \sqrt{3,66 \cdot 10^{-3}/2,14 \cdot 10^{-3}} = 1,31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

Аналогично $Z_2 = 0,485 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, $Z_3 = 4,56 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, $Z_4 = 38,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$. Импеданс Z_5 определить нельзя поскольку неизвестна податливость упругой муфты E_{M1} .

Для определения импедансов системы, преобразованной в экспоненциальную, используем (4). Нетрудно заметить, что относительные импедансы участков такой системы должны изменяться по экспоненте

$$Z_{\text{отн } n} = e^{\alpha n}, \quad (5)$$

где $\alpha = \Delta R$ — коэффициент отражения, постоянный по величине и независимый от номера участка; $n = (1-5)$ — номер участка.

Используя (5), можно получить коэффициент отражения

$$\alpha = \frac{1}{n} \ln Z_{\text{отн } n}. \quad (6)$$

Взяв номер базового участка $n = 1$ и приняв выше найденное численное значение $Z_{\text{отн } 1} = 1,31$ за относительный импеданс, по (6) получим коэффициент отражения участка $\alpha = \ln 1,31 = 0,27$. Тогда, используя найденное значение α , можно определить по (5) относительные импедансы второго участка преобразованной экспоненциальной системы $Z_{\text{отн } 2} = e^{0,27 \cdot 2} = 1,72$. Аналогично, импедансы остальных участков будут равны $Z_{\text{отн } 3} = 2,25$, $Z_{\text{отн } 4} = 2,94$, $Z_{\text{отн } 5} = 3,86$.

Очевидно, что найденные относительные импедансы можно принять в качестве действующих значений импедансов участков динамической системы, имеющих экспоненциальный закон распределения. Тогда при неизменных значениях моментов инерции масс J_i податливости участков преобразованной системы $E_{i-1,i}$ подсчитываются по формуле $E_{i-1,i} = J_i / Z_n^2$, с учетом соответствия индексов моментов инерции и податливостей номеру

участка. Импеданс базового участка преобразованной динамической системы одинаков и равен $Z_1 = Z_1^{\text{пр}} = 1,31 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$, и, следовательно, податливость остается той же самой $E_{56} = E_{56}^{\text{пр}} = 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$. Податливости остальных участков преобразованной экспоненциальной системы будут равны $E_{45}^{\text{пр}} = J_5/Z_2^2 = 0,0635 \cdot 10^{-3}/1,72^2 = 2,146 \cdot 10^{-5} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$. Аналогично подсчитанные значения податливостей участков равны $E_{34}^{\text{пр}} = 1,258 \cdot 10^{-4} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$, $E_{23}^{\text{пр}} = 8,82 \cdot 10^{-4} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$, $E_{12}^{\text{пр}} = E_{\text{М1}} = 3,36 \cdot 10^{-3} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$. Все эти податливости приведены в последнем столбце таблицы.

Реальные податливости участков рассмотренной силовой передачи можно получить перерасчетом полученных приведенных податливостей по формулам приведения с учетом передаточных отношений редуктора. Для участка «мельница—колесо K_3 » (рис. 1) получим

$$E_{\text{М,К3}} = \frac{E_{56}}{(u_1 u_2 u_3)^2} = \frac{2,14 \cdot 10^{-3}}{(4 \cdot 4 \cdot 4)^2} = 0,522 \cdot 10^{-6} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}.$$

Для других участков имеем: «колесо K_3 — колесо K_2 » $E_{K_3, K_2} = 0,84 \cdot 10^{-7} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$, «колесо K_2 — колесо K_1 » $E_{K_2, K_1} = 7,86 \cdot 10^{-6} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$, «колесо K_1 — тормозной барабан» $E_{K_1, \text{Т.Б.}} = E_{23} = 8,82 \cdot 10^{-4} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$, «тормозной барабан — ротор электродвигателя» $E_{\text{Т.Б., Р.Э.}} = E_{12} = 3,36 \cdot 10^{-3} \text{ 1/Н}\cdot\text{м}$.

Как видно из приведенного примера, для выполнения экспоненциальной зависимости податливости должны значительно отличаться по своему значению. Для обеспечения этого условия в редуктор необходимо встраивать упругие элементы в виде различных по конструкции муфт. Муфта с наименьшей податливостью показана на рис. 3. Зубчатое колесо 1 посредством упругих стержней 2 со скользящей посадкой, образующих «беличье колесо», соединено со ступицей 3, связанной шпоночным соединением с валом — шестерней 4. Податливость этой муфты может быть подсчитана по следующей формуле:

$$e = \frac{l^3}{12 E J_x n R^2},$$

где l — длина рабочей части стержня; $E J_x$ — жесткость стержня; n — число стержней; R — радиус «беличьего колеса».

Если необходима податливость средних значений, то могут быть использованы муфты, показанные на рис. 4 и 5. Здесь зубчатое колесо связано со ступицей либо цилиндрическими пружинами, либо пакетом плоских пружин. В первом случае податливость вычисляется по формуле

$$e = \frac{8 n d^3}{G m \delta^4 R^2},$$

где G — модуль сдвига материала пружины; m — число пружин; n — число рабочих витков пружины; d — диаметр витка пружины; δ — диаметр проволоки; R — расстояние от оси муфты до оси пружины. Для второй муфты с плоскими пружинами податливость равна

$$e = \frac{4 l^3}{E m b h^3 R^2},$$

где E — модуль упругости материала пластин; m — общее число пластин; b и h — ширина и толщина пластины; l — длина пластины; $R = d_1/2$ — расстояние от оси муфты до опоры зубчатого колеса.

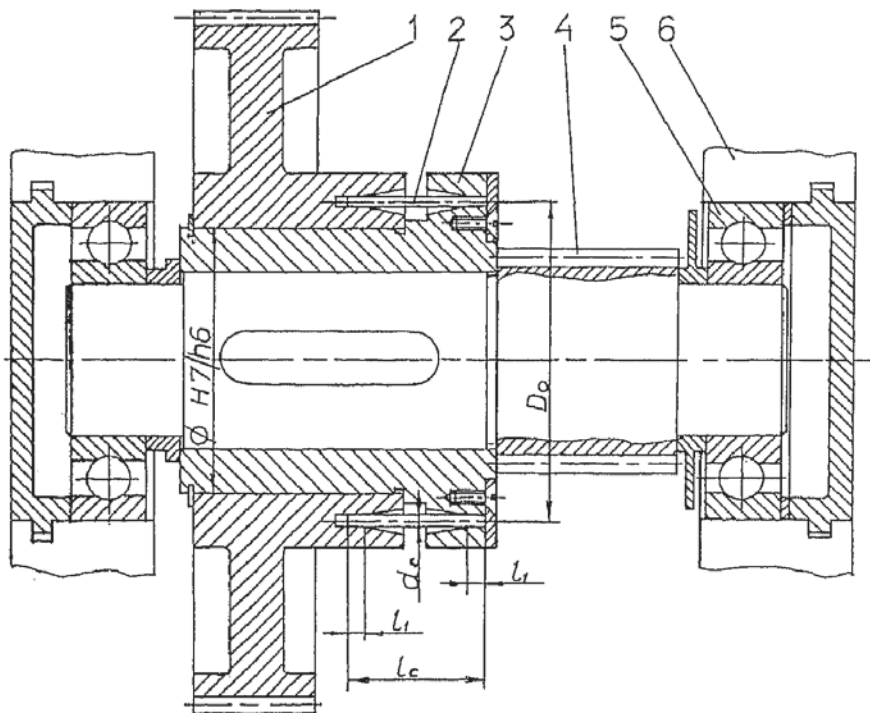


Рис. 3. Упругая связь «беличье колесо» между зубчатым колесом и ступицей: 1 — зубчатое колесо; 2 — упругие стержни «беличьего колеса»; 3 — ступица; 4 — вал-шестерня; 5 — подшипник качения; 6 — корпус редуктора

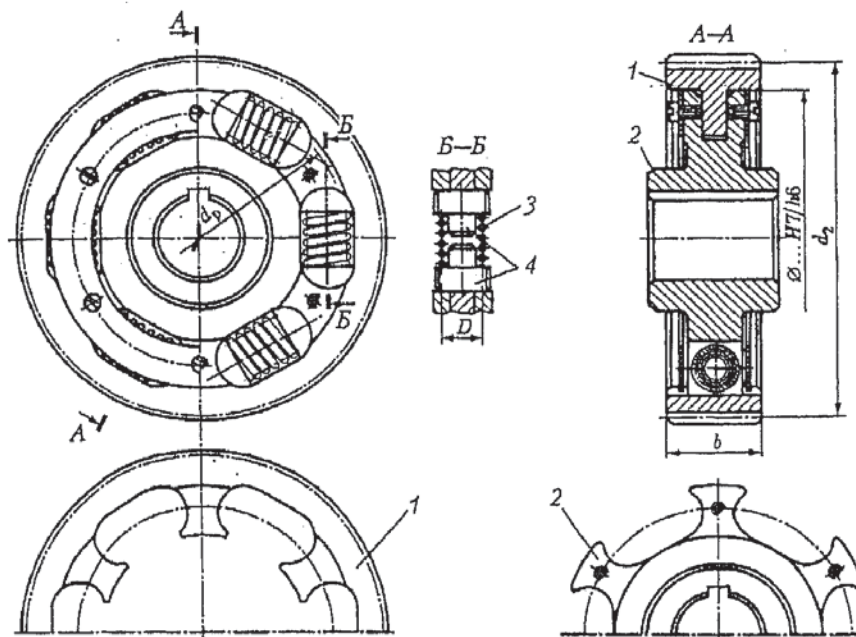


Рис. 4. Упругая связь между зубчатым венцом и ступицей с помощью цилиндрических пружин; 1 — зубчатый венец; 2 — ступица колеса; 3 — пружина; 4 — сухари

Если же требуется очень большая податливость, то используется соединение зубчатого колеса 1 и шестерни 4 торсионным валом 5 (рис. 6) или спиральной пружиной. При использовании торсионного вала податливость равна

$$e = \frac{32l}{\pi G d^4},$$

где G — модуль сдвига материала вала; d и l — диаметр и длина торсионного вала.

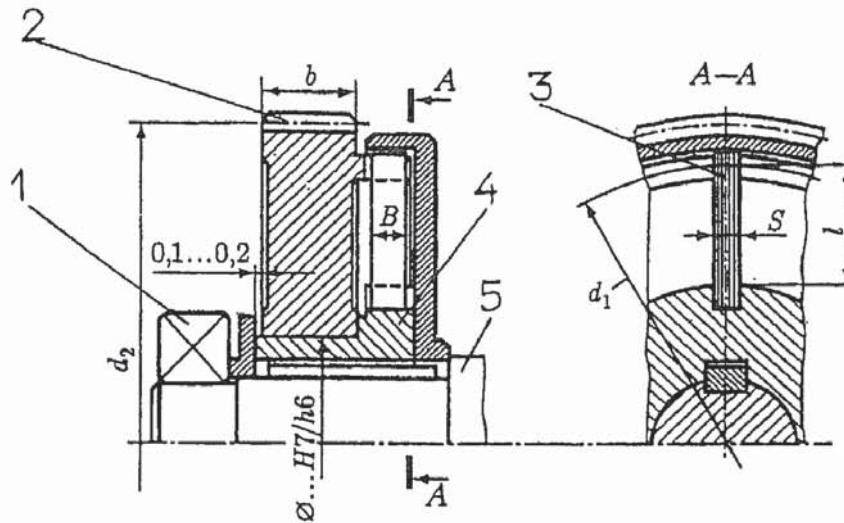


Рис. 5. Упругая связь зубчатого колеса и ступицы пакетами плоских пружин: 1 — подшипник качения; 2 — зубчатое колесо; 3 — пакет плоских пружин; 4 — ступица колеса; 5 — вал

Податливость муфты со спиральной пружиной определяется по формуле

$$e = \frac{12l}{Ebh^3},$$

где E — модуль упругости; l , b и h — длина пружины, ширина и толщина сечения.

Конкретный расчет всех элементов в представленных конструкциях можно найти в [4].

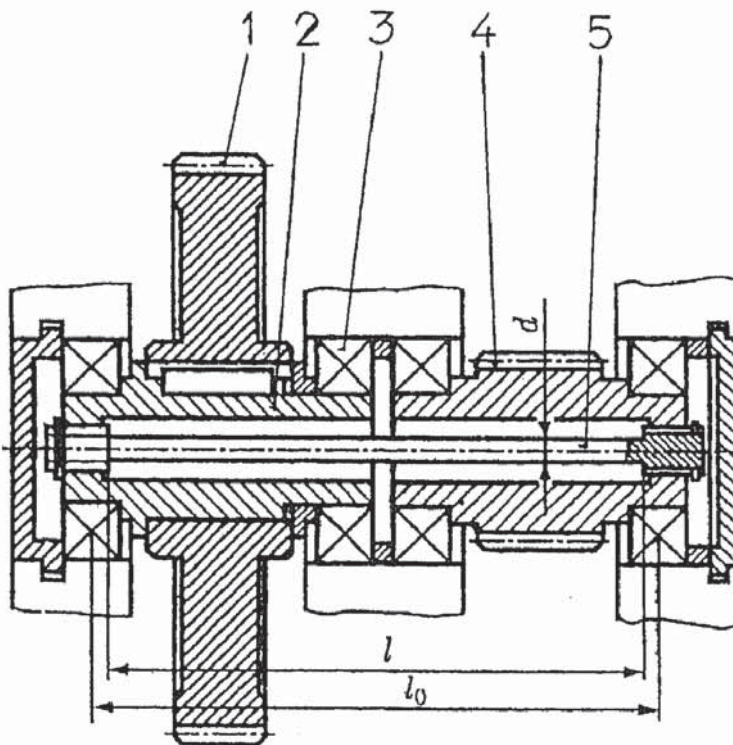


Рис. 6. Упругое соединение зубчатого колеса одной ступени с шестерней другой ступени торсионным валом: 1 — зубчатое колесо; 2 — вал; 3 — подшипник качения; 4 — вал—шестерня; 5 — торсионный валик

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крауфорд Ф. Волны. — М.: Наука, 1976. — 528 с.
2. Смирнов В. Ф., Зябликов В. М. Фазовые скорости в дискретных крутильных системах // Известия вузов. Машиностроение. — 1984. — №8. — С. 32—36.
3. Зябликов В. М., Смирнов В. Ф. Уменьшение динамических нагрузок в крутильных системах согласованием импедансов // Известия вузов. Машиностроение. — 1985. — № 9. — С. 82—87.
4. Дунаев П. Ф., Леликов О. П. Конструирование узлов и деталей машин. — М.: АСАДЕМА, 2003.