

УДК 539.3

Моделирование процесса деформирования и оценка несущей способности системы грунт — тонкостенная конструкция*

Р.А. Каюмов¹, Ф.Р. Шакирзянов¹, С.С. Гаврюшин²¹ КГАСУ, 420043, Казань, Российская Федерация, ул. Зеленая, д. 1.² МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Modeling of the deformation process and evaluation of the bearing capacity of a thin-walled structure in the ground

R.A. Kayumov¹, F.R. Shakirzyanov¹, S.S. Gavryushin²¹ Kazan State University of Architecture and Engineering, Zelenaya st., 1, 420043, Kazan, Russian Federation.² Bauman Moscow State Technical University, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation.

e-mail: kayumov@rambler.ru, faritbox@mail.ru, gss@bmstu.ru



Оценка состояния, прочности и долговечности тонкостенных полиэтиленовых трубопроводов в грунте в настоящее время является актуальной проблемой. В статье рассмотрена задача численного анализа предельной нагрузки, вызывающей осадку грунта, взаимодействующего с размещенной в нем полиэтиленовой гофрированной трубой. Для описания процесса деформирования использована упруго-вязко-пластическая модель системы грунт — тонкостенная конструкция, учитывающая дилатансию и изменения механических характеристик грунта во времени, а также влияние температуры на механические характеристики полиэтилена. Приведены результаты численных экспериментов, выполненные с использованием разработанного авторами комплекса конечно-элементных программ. В результате исследования выявлены закономерности влияния геометрических и механических характеристик на процесс осадки и предельную нагрузку для системы грунт—полиэтиленовый трубопровод.

Ключевые слова: механика грунтов, ползучесть, пластичность, предельная нагрузка, дилатансия, метод конечных элементов.



Estimating the strength and durability of thin-walled plastic pipes in the ground is of particular interest at present. This paper deals with the numerical analysis of the ultimate load causing displacements of the ground in which a polyethylene corrugated pipe is located. An elastic-viscous-plastic model was developed to describe deformations of a thin-walled structure in the ground. The model takes into account the dilatancy and changes in mechanical characteristics of the ground over time and the effect of temperature on the mechanical properties of polyethylene. Numerical experiments were performed using a finite element code developed by the authors. The results of study show the influence of the geometrical and mechanical characteristics of the plastic pipe on the displacements of the ground. The ultimate load causing this phenomenon is determined.

Keywords: soil mechanics, creep, plasticity, ultimate load, dilatancy, finite element method.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ на 2013–2014 г. (проект № 13-01-90708 мол_рф_нр).

Сильная изношенность коммуникаций ЖКХ, тонкостенных трубопроводов в грунте требует оценки их состояния, прочности и прогнозирования долговечности и, в случае необходимости, замены их на трубы из современных, прочных и долговечных материалов. Однако в материалах типа полиэтилен от перепада температур сильно меняются прочностные и жесткостные характеристики, что может обусловить значительное изменение напряженно-деформированного состояния (НДС) и несущей способности системы грунт — тонкостенная конструкция. Поэтому необходима оценка влияния уменьшения жесткости и прочности полиэтилена при нагревании на несущую способность и осадку полиэтиленовой трубы в грунте.

С другой стороны, система грунт — тонкостенная конструкция сама изменяется с течением времени от деформаций пластичности, ползучести, дилатансии, что может привести к значительному изменению НДС и несущей способности [1–5]. Поэтому их также необходимо учитывать. В данной работе эта проблема рассматривается для полиэтиленовой гофрированной трубы низкого давления, находящейся в грунте.

Цель работы — определить несущую способность системы грунт — тонкостенная конструкция.

Запишем вариационное уравнение принципа возможных перемещений

$$\iiint_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV = \iiint_V Q_i \delta u_i dV + \iint_S P_{ni} \delta u_i dS, \quad (1)$$

где Q_i , P_{ni} — объемные и поверхностные нагрузки.

Связь между деформациями и перемещениями будем считать линейной, используя соотношения Коши:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (2)$$

Прочность грунта оценим по критерию Друкера — Прагера [6]

$$F = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} - k = 0, \quad (3)$$

где коэффициенты α и k зависят от сцепления C и угла внутреннего трения φ ;

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z;$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2.$$

Прочность полиэтилена оценим по критерию Мизеса [6]

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]^{1/2}. \quad (4)$$

Ползучесть грунта учтем по теории течения с упрочнением, где тензор скорости деформаций ползучести имеет вид [7]

$$\frac{d\epsilon_{ij}^c}{dt} = \frac{\mu \sigma_0^\alpha}{1 + A_1 \epsilon_0^\alpha} \delta_{ij} + \frac{\eta \sigma_i^\beta}{1 + A_2 \epsilon_i^\beta} H^{ijkl} \sigma_{kl}. \quad (5)$$

Здесь μ , η , α , β — реологические коэффициенты; A_1 , A_2 — параметры упрочнения; H^{ijkl} — тензор, связывающий компоненты тензора напряжений и девиатор скорости деформаций ползучести.

Пластические деформации грунта описываются ассоциированным законом течения [7]

$$\frac{d\epsilon_{ij}^p}{d\theta} = \frac{d\lambda}{d\theta} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (6)$$

Предельную нагрузку и осадку системы оценим по теории упруго-вязко-пластического деформирования с учетом температуры, так как в полиэтиленовых трубопроводах при колебаниях температуры воды могут возникать значительные деформации. Температурные деформации определим из закона линейного температурного расширения

$$\epsilon_{ii}^T = \beta \Delta T, \quad (7)$$

где β — коэффициент температурного расширения; ΔT — перепад температуры.

Тогда полная деформация будет определяться выражением

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^c + \epsilon_{ij}^T, \quad (8)$$

в котором скорости пластических деформаций $\dot{\epsilon}^p$ и скорости деформаций ползучести $\dot{\epsilon}^c$ определяются из соотношений (5), (6), а упругие деформации ϵ^e из нелинейных соотношений:

$$\epsilon_{ij}^e = \left(\frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right) \sigma_0 \sigma_{ij} + \frac{1}{2G} \sigma_{ij}; \quad (9)$$

$$\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3.$$

Здесь K — объемный модуль; G — модуль сдвига, которые зависят от уровня деформированного состояния. Зависимость (9) принимается в виде дробно-линейного соотношения, предложенного С.П. Тимошенко:

$$\sigma_0 = 3K(\epsilon_0) \epsilon_0; \quad \tau_i = G(\gamma_i) \gamma_i, \quad (10)$$

где

$$K = \frac{E_0 \sigma_s}{3(1-2\nu)\sigma_s + E_0 \epsilon_0}; \quad G = \frac{G_0 \tau_s}{\tau_s + G_0 \gamma_i};$$

σ_s , τ_s — экспериментальные механические характеристики; E_0 — начальный модуль сжатия; G_0 — начальный модуль сдвига.

При моделировании процессов деформирования грунта необходимо учитывать и дилатансию, т. е. изменение объема грунта от сдвига:

$$\epsilon_0^d = \frac{d_1 \gamma_i}{1 + d_2 \gamma_i}. \quad (11)$$

Здесь d_1 , d_2 — экспериментальные механические характеристики; γ_i — интенсивность сдвига. Тогда объемную деформацию грунта можно представить в виде суммы:

$$\epsilon_0 = \epsilon_0^0 + \epsilon_0^d, \quad (12)$$

где ϵ_0^0 — объемная деформация, обусловленная все-

сторонним давлением; ε_0^d — объемная дилатансионная часть деформации, вызванная сдвигом.

Прочность полиэтилена значительно ниже, чем у стали, а коэффициент линейного температурного расширения, наоборот, в 15–20 раз больше [8–9]. Поэтому учет изменения прочностных и жесткостных характеристик в зависимости от температуры через их линейную аппроксимацию:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{прочн}}(T) &= \Delta T \sigma_{\Delta T} + \sigma_{\text{прочн}}(T_0); \\ \sigma_{\Delta T} &= [\sigma_{\text{прочн}}(T_0) - \sigma_{\text{прочн}}(T_1)] / \Delta T; \\ E_{\text{прочн}}(T) &= \Delta T E_{\Delta T} + E_{\text{прочн}}(T_0); \\ E_{\Delta T} &= [E_{\text{прочн}}(T_0) - E_{\text{прочн}}(T_1)] / \Delta T. \end{aligned} \quad (13)$$

Сама задача определения НДС системы грунт — тонкостенная конструкция решается методом последовательных догрузений, где на всех шагах нагружения решается вытекающее из (1) уравнение равновесия в приращениях [9]. Согласно (7), приращения напряжений

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon^e\}. \quad (14)$$

Здесь $[D]$ — матрица упругих характеристик; $\{\Delta\varepsilon^e\}$ — вектор приращений упругих деформаций,

$$\{\Delta\varepsilon^e\} = \{\Delta\varepsilon\} - \{\Delta\varepsilon^p\} - \{\Delta\varepsilon^c\} - \{\Delta\varepsilon^d\} - \{\Delta\varepsilon^T\}, \quad (15)$$

где $\{\Delta\varepsilon^p\}$, $\{\Delta\varepsilon^c\}$ и $\{\Delta\varepsilon^d\}$ определяются из соотношений (6), (5), (11), а $\{\Delta\varepsilon^T\}$ — из соотношения (7). Тогда разрешающее уравнение расчета по упруго-вязко-пластической модели принимает вид [10, 11]

$$\begin{aligned} \iiint_V \{\Delta\varepsilon\}^T [D_{ep}] \{\delta\varepsilon\} dV &= \iiint_V \{\Delta Q\}^T \{\delta u\} dV + \\ &+ \iint_S \{\Delta P\}^T \{\delta u\} dS + \iiint_V \{\Delta\varepsilon^d\}^T [D] \{\delta u\} dV + \\ &+ \iiint_V \{\Delta\varepsilon^c\}^T [D] \{\delta u\} dV + \iiint_V \{\Delta\varepsilon^T\}^T [D] \{\delta u\} dV. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $[D_{ep}]$ — упруго-пластическая матрица.

Из уравнения (16) определяются приращения перемещений $\{\Delta u\}$, а затем полные перемещения, деформации и напряжения:

$$\begin{aligned} \{u^{k+1}\} &= \{u^k\} + \{\Delta u\}; \quad \{\varepsilon^{k+1}\} = \{\varepsilon^k\} + \{\Delta\varepsilon\}; \\ \{\sigma^{k+1}\} &= \{\sigma^k\} + \{\Delta\sigma\}, \end{aligned}$$

где k — номер шага по времени. За критерий достижения предельного состояния принимается условие резкого увеличения приращений.

Рассмотрим задачу оценки прочности трубопровода из полиэтилена низкого давления (ПЭНД), закрепленного на неподвижных бетонных опорах и находящегося в грунте (рис. 1). Диаметр трубы $D = 0,12$ м, относительный диаметр $D/t = 17$ (t — толщина трубы); глубина залегания $h = 1,5$ м; перепад температур $\Delta T = 30$ °С, внутреннее давление в трубопроводе $q_r = 10$ кг/см². Геометрические, механические и силовые характеристики системы взяты из работы [11].

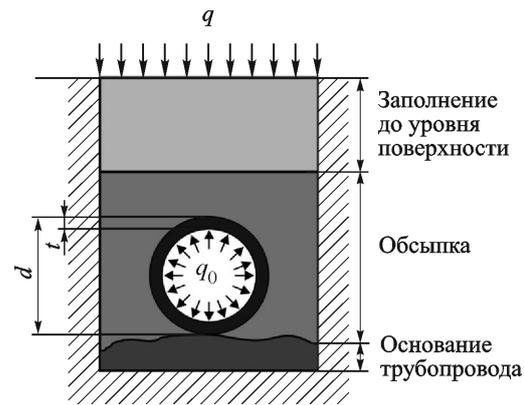


Рис. 1. Расчетная схема для трубопровода, закрепленного на неподвижных бетонных опорах

Проверочный расчет на прочность полиэтиленового трубопровода проведен с учетом всех действующих на него сил. Для этого использовался разработанный авторами комплекс программ МКЭ на основе 8-узлового изопараметрического трехмерного конечного элемента [10, 11]. Конечно-элементная модель участка трубы приведена на рис. 2. НДС сечения грунта, полученное с учетом всех факторов представлено на рис. 3. Изополями показаны уровни напряженности (3). Напряжения вдоль оси z для выбранного участка системы представлены на рис. 4.

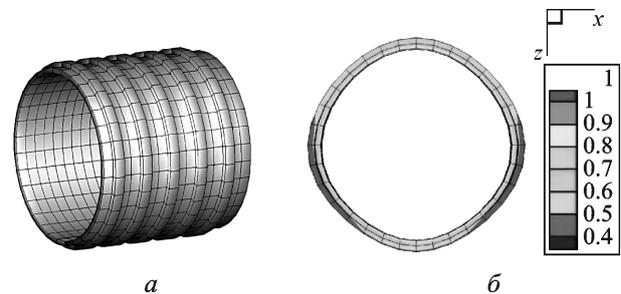


Рис. 2. Конечно-элементная модель участка трубы (а) и ее поперечное сечение с изополями равного уровня интенсивности напряжения (б)
(Полноцветную версию см. <http://www.izvuzmash.bmstu.ru>)

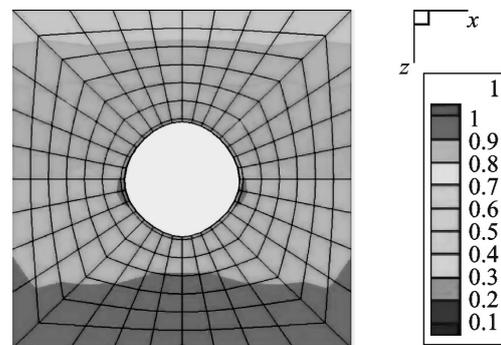


Рис. 3. НДС сечения грунта
(Полноцветную версию см. <http://www.izvuzmash.bmstu.ru>)

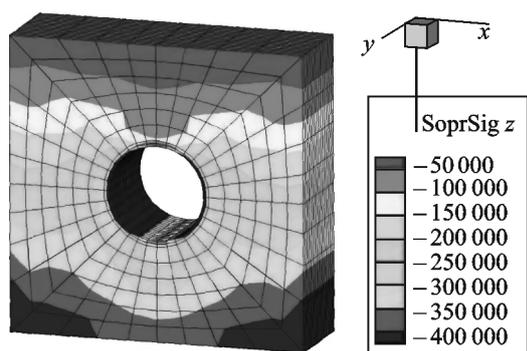


Рис. 4. Изополя напряжения для участка системы грунт — тонкостенная конструкция (Полноцветную версию см. <http://www.izvuzmash.bmstu.ru>)

Влияние толщины трубы на осадку системы грунт — тонкостенная конструкция представлено на рис. 5, а, температуры на предельную нагрузку — на рис. 5, б.

Выводы

1. Предложенный подход моделирования процесса деформирования и потери несущей способности системы грунт — тонкостенная конструкция позволяет решать задачу расчета трубы в грунте в более точной постановке, учитывать влияние различных факторов и изменение механических характеристик системы с течением времени.

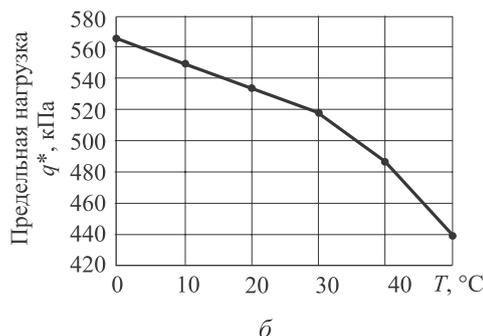
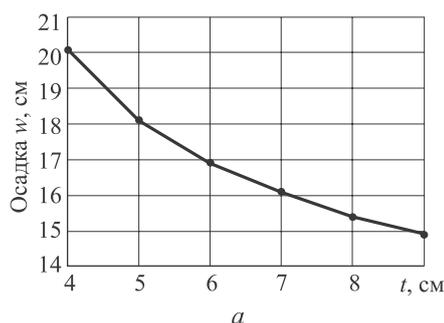


Рис. 5. Зависимость осадки системы грунт — тонкостенная конструкция от толщины трубы (а) и предельной нагрузки от температуры (б)

2. Расчетным путем установлено, что увеличение температуры трубы уменьшает несущую способность системы.

Литература

- [1] Бережной Д.В., Паймушин В.Н. Математическое моделирование этапов строительства сложных сооружений по трансформирующимся расчетным схемам. *Научные технологии*, 2005, т. 6, № 8–9, с. 59–64.
- [2] Бережной Д.В., Сагдатуллин М.К., Султанов Л.У. Моделирование деформирования обделки тоннеля метрополитена, расположенной в грунте сложной физической природы. *Вестник Казанского технологического университета*, 2013, т. 16, № 9, с. 250–255.
- [3] Баженов В.Г., Ломунов В.К., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Экспериментально-расчетный метод исследования больших упруго-пластических деформаций цилиндрических оболочек при растяжении до разрыва и построение диаграмм деформирования при неоднородном напряженно-деформированном состоянии. *Прикладная механика и техническая физика*, 2013, т. 54, № 1(317), с. 116–124.
- [4] Султанов Л.У., Бережной Д.В. Математическое моделирование несущей способности грунтовых насыпей. *Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева*, 2013, № 1, с. 117–124.
- [5] Гаврюшин С.С., Барышникова О.О., Борискин О.Ф. *Численные методы в динамике и прочности машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 492 с.
- [6] Abrate S. Criteria for yielding or failure of cellular materials. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 2008, vol. 10, pp. 5–51.
- [7] Ивлев Д.Д. *Механика пластических сред. Т. 1: Теория идеальной пластичности*. Москва, Физматлит, 2001. 448 с.
- [8] Лавров И.Г. Уточнение математической модели напряженного состояния полиэтиленовых труб для расчета при различных температурах. *Фундаментальные исследования*, 2007, № 1, с. 44–45.
- [9] Thomas H.R., Missoum H. Three-dimensional coupled heat, moisture, and air transfer in a deformable unsaturated soil. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 44, no. 7, pp. 919–943.
- [10] Каюмов Р.А., Шакирзянов Ф.Р. Моделирование поведения и оценка несущей способности системы тонкостенная конструкция — грунт с учетом ползучести и деградации грунта. *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки*, 2011, т. 153, № 4, с. 67–75.
- [11] Каюмов Р.А., Шакирзянов Ф.Р., Шевченко С.Ю. Оценка несущей способности системы конструкция — грунт. *Известия КГАСУ*, 2012, № 4(22), с. 496–501.
- [12] ГОСТ 16338–85. Полиэтилен низкого давления. Москва, Изд-во стандартов, 2008. 35 с.

References

- [1] Berezhnoi D.V., Paimushin V.N. Matematicheskoe modelirovanie etapov stroitel'stva slozhnykh sooruzhenii po transformiruiushchimsia raschetnym skhemam [Mathematical modeling of the stages of the construction of complex structures by transforming design schemes]. *Naukoemkie tekhnologii* [Science Intensive Technologies]. 2005, vol. 6, no. 8–9, pp. 59–64.
- [2] Berezhnoi D.V., Sagdatullin M.K., Sultanov L.U. Modelirovanie deformirovaniia obdelki tonnelia metropolitena, raspolozhennoi v grunte slozhnoi fizicheskoi prirody [Simulation of deformation of tunnel lining subway, located in the soil complex physical nature]. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta* [Herald Kazan Technological University]. 2013, vol. 16, no. 9, pp. 250–255.
- [3] Bazhenov V.G., Lomunov V.K., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. Eksperimental'no-raschetnyi metod issledovaniia bol'shikh uprugo-plasticheskikh deformatsii tsilindricheskikh obolochek pri rastiazhenii do razryva i postroenie diagramm deformirovaniia pri neodnorodnom napriazhenno-deformirovannom sostoianii [Experimental and computational method of studying large elastoplastic deformations of cylindrical shells in tension to rupture and constructing strain diagrams for an inhomogeneous stress-strain state]. *Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaiia fizika* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics]. 2013, vol. 54, no. 1(317), pp. 100–107.
- [4] Sultanov L.U., Berezhnoi D.V. Matematicheskoe modelirovanie nesushchei sposobnosti gruntovykh nasypei [Mathematical simulation of the dirt fills load-carrying capacity]. *Vestnik KGTU im. A.N. Tupoleva* [Vestnik Kazan State Technical University A.N. Tupolev]. 2013, no. 1, pp. 117–124.
- [5] Gavriushin S.S., Baryshnikova O.O., Boriskin O.F. *Chislennye metody v dinamike i prochnosti mashin* [Numerical methods in dynamics and strength of machines]. Moscow, Bauman Press, 2012. 492 p.
- [6] Abrate S. Criteria for yielding or failure of cellular materials. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 2008, vol. 10, pp. 5–51.
- [7] Ivlev D.D. *Mekhanika plasticheskikh sred. Teoriia ideal'noi plastichnosti* [Mechanics of plastic media. The theory of perfect plasticity]. Moscow, Fizmatlit publ., vol. 1, 2001. 448 p.
- [8] Lavrov I.G. Utochnenie matematicheskoi modeli napriazhennogo sostoianiia polietilenovykh trub dlia rascheta pri razlichnykh temperaturakh [Refinement of the mathematical model of stress state of polyethylene pipes for the calculation at different temperatures]. *Fundamental'nye issledovaniia* [Fundamental research]. 2007, no. 1, pp. 44–45.
- [9] Thomas H.R., Missoum H. Three-dimensional coupled heat, moisture, and air transfer in a deformable unsaturated soil. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 44, no. 7, pp. 919–943.
- [10] Kaiumov R.A., Shakirzianov F.R. Modelirovanie povedeniia i otsenka nesushchei sposobnosti sistemy tonkostennaia konstruktsiia — grunt s uchetom polzuchesti i degradatsii grunta [Behavior modeling and evaluation of the carrying capacity of thin — walled structures, taking into account soil creep and soil degradation]. *Uchenye zapiski Kazanskogo Universiteta. Ser. Fiziko-matematicheskie nauki* [Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series]. 2011, vol. 153, no. 4, pp. 67–75.
- [11] Kaiumov R.A., Shakirzianov F.R., Shevchenko S.Iu. Otsenka nesushchei sposobnosti sistemy konstruktsiia — grunt [Evaluation of bearing capacity of the soil — structure]. *Izvestiia Kazanskogo Gosudarstvennogo Arkhitekturno-Stroitel'nogo Universiteta* [News of the Kazan State University of Architecture and Engineering]. 2012, no. 4(22), pp. 496–501.
- [12] *GOST 16338–85. Polietilen nizkogo davleniia*. [Standard 16338–85. Low-pressure polyethylene]. Moscow, Standards publ., 2008. 35 p.

Статья поступила в редакцию 01.04.2014

Информация об авторах

КАЮМОВ Рашит Абдулхакович (Казань) — доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой «Сопротивление материалов и основы теории упругости». КГАСУ (420043, Казань, Российская Федерация, ул. Зеленая, д. 1, e-mail: kayumov@rambler.ru).

ШАКИРЗЯНОВ Фарид Рашитович (Казань) — кандидат физико-математических наук, ассистент кафедры «Сопротивление материалов и основы теории упругости». КГАСУ (420043, Казань, Российская Федерация, ул. Зеленая, д. 1, e-mail: faritbox@mail.ru).

ГАВРЮШИН Сергей Сергеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Компьютерные системы автоматизации производства». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: gss@bmstu.ru).

Information about the authors

KAYUMOV Rashit Abdulkhakovich (Kazan) — Dr. Sc. (Phys. Math.), Professor, Head of «Strength of Materials and Fundamentals of the Theory of Elasticity» Department. Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE, Zelenaya str., 1, 420043, Kazan, Russian Federation, e-mail: kayumov@rambler.ru).

SHAKIRZYANOV Farid Rashitovich (Kazan) — Cand. Sc. (Phys. Math.), Assistant of «Strength of Materials and Fundamentals of the Theory of Elasticity» Department. Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE, Zelenaya str., 1, 420043, Kazan, Russian Federation, e-mail: faritbox@mail.ru).

GAVRYUSHIN Sergey Sergeevich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of «Computer Systems of Automated Production» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: gss@bmstu.ru).