

УДК 621.01

Конструирование самоустанавливающихся рычажных и планетарных механизмов по уравнениям и таблицам безызыточных структур

В.И. Пожбелко

На основе решения уравнений единой теории структуры разнообразных механических систем без избыточных связей составлена полная расчетная таблица с кодами правильного строения синтезируемых 4–12-звенных рычажных механизмов. Определено оптимальное число равномерно нагруженных сателлитов, рассчитан предпочтительный ряд передаточных отношений и чисел зубьев колес для конструирования самоустанавливающихся планетарных механизмов.

Ключевые слова: структурный синтез, коды правильного строения механизмов, рычажные и планетарные механизмы, избыточные связи, оптимальное число сателлитов.

Based on solution of unified structure theory equations for various mechanical systems without redundant constraints there was worked out a complete calculation table with correct design codes for 4-12-link linkages; an optimum number of uniformly loaded satellites was defined, preferred series of transmission ratio and wheel teeth numbers were calculated for designing self-adjusting linkages and planetary mechanisms.

Keywords: structure synthesis, mechanisms correct design codes, linkages and planetary mechanisms, redundant constraints, optimum number of satellites.

Механической системой будем называть систему взаимосвязанных (взаимодействующих между собой) твердых тел (звеньев). Это открытые приводы роботов, замкнутые контуры одно- и много-подвижных механизмов, структурные группы с особыми свойствами, фермы и т. д. [1–4].

В структуре неправильно спроектированного механизма могут содержаться избыточные связи кинематических пар, дополнительно ограничивающие свободное движение звеньев в составе данного механизма и потому являющиеся вредными. Поэтому в разных областях техники возникает задача проектирования механических систем без избыточных связей, представляющих собой самоустанавливающиеся механизмы, нечувствительные к погрешностям изготовления, сборки и к деформациям звеньев.

Структурный синтез — первый шаг в создании конструкции механизма, где основной критерий — исключение избыточных связей. Структурный синтез таких статически определимых механизмов пред-



ПОЖБЕЛКО

Владимир Иванович

доктор технических наук, профессор, Заслуженный работник высшей школы РФ, профессор кафедры «Теоретическая механика и основы проектирования машин»

(Южно-Уральский государственный университет)

ставляет собой многовариантную задачу поиска набора звеньев и связей (в виде кинематических пар определенной подвижности, гибких и динамических связей) и построения из них проектируемой системы с требуемой степенью подвижности W .

Единая теория структуры механических систем

Разработанная автором [2–4] единая теория структуры охватывает разнообразные механические системы с кинематическими, гибкими и динамическими связями, простыми и сложными (совмещенными) шарнирами. Эта теория [3, 4] содержит описываемые далее новые понятия, аналитические структурные зависимости и две теоремы о закономерностях строения безызбыточных структур различного уровня сложности, которые служат основанием для структурного синтеза и анализа при создании надежно работающих механизмов.

1. **Главная геометрическая зависимость механических систем** получена на основе выполненного анализа строения разнообразных открытых и замкнутых кинематических цепей и представляет собой соотношение между их структурными параметрами вида

$$(p + g + d) - \tilde{n} = (i - 2) + t, \quad (1)$$

где p — число кинематических пар; g — число гибких связей; d — число динамических связей; \tilde{n} — общее число звеньев системы; i — связность цепи, равная наибольшему числу элементов связей (кинематических, гибких, динамических), принадлежащих одному звену системы; t — безразмерный параметр, задающий строение цепи ($t \geq 0$ — замкнутые цепи, $t < 0$ — открытые цепи). Величина определяет наиболее сложное звено системы и указывает наибольшее количество присоединяемых к нему в данной цепи других звеньев.

2. **Универсальная формула для расчета уровня сложности механической системы имеет вид**

$$Y = (p + g + d) - \tilde{n}. \quad (2)$$

здесь для характеристики сложности строения произвольной механической системы вводится новое понятие — *уровень сложности цепи* Y ,

равный разности между общим числом связей и числом звеньев цепи \tilde{n} (включая стойку), где n — число подвижных звеньев, $n = \tilde{n} - 1$.

Отметим, что величина Y однозначно предопределяет (задает) число возникающих в механической системе независимых замкнутых контуров (K), наиболее сложное звено системы и предельную связность цепи ($i = i_{\max}$), а также предельное приведенное число сложных шарниров (v):

$$K = Y + 1; \quad i_{\max} = Y + 2 = K + 1; \quad (3)$$

$$v_{\max} = 2Y = 2(K - 1);$$

$$v = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + nv_n = \sum (j - 1)v_j, \quad (4)$$

где v — приведенное число многократных подвижных соединений звеньев (например, сложных шарниров); v_2, v_3, \dots, v_j — число, двойных, тройных, j -кратных сложных шарниров.

3. **Универсальная формула для расчета числа независимых замкнутых контуров** получается подстановкой формулы (2) в выражение (3):

$$K = (p + g + d) - n. \quad (5)$$

4. **Универсальные формулы для отдельного определения числа связей и числа звеньев синтезируемой кинематической цепи заданного уровня сложности** Y выведены из формул (2) и (3) с учетом того, что каждому звену цепи формально принадлежит $1/2$ связи, а каждый сложный шарнир добавляет число кинематических пар, равное его кратности j :

$$(p + g + d) = \frac{1}{2}[n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \dots + (Y + 2)n_{Y+2} + v]; \quad (6)$$

$$\tilde{n} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{Y+2}. \quad (7)$$

Здесь $n_1, n_2, n_3, \dots, n_i$ — соответственно число односвязных, двухсвязных (линейных), трехсвязных (треугольных), i -связных звеньев механизма.

5. **Уравнение баланса подвижностей произвольной механической системы**

$$\sum (hK_h) + W = \sum (Hp_H) + q, \quad (8)$$

согласно которому необходимая для замыкания всех контуров системы подвижность звеньев $\sum (hK_h)$ и подвижность всей системы

W достигаются только за счет имеющейся свободной подвижности всех используемых кинематических пар $\sum(Hp_H)$ и натягов из-за избыточных кинематических связей, число которых равно q . Принятые обозначения: $h = 1...6$ — указывает на подвижность пространства, в котором существует проектируемый механизм; $\sum K_h = K$ — общее число замкнутых контуров (5); p_H — число кинематических пар подвижности, $H = 1...5$.

6. **Универсальная структурная формула степени подвижности механических систем** — получается из формулы (8) при $q = 0$:

$$W = \sum(Hp_H) - \sum(hK_h). \quad (9)$$

Универсальность предлагаемой структурной формулы (9) доказывается [4] путем получения из нее всех известных отдельных формул Чебышева, Сомова, Малышева, Добровольского, Озола и возможностью ее применения (в отличие от указанных частных формул) для расчета степени подвижности любых механических систем произвольной структуры — содержащих как кинематические, так и динамические связи; как однородных, так и неоднородных (расчет W неоднородного рычажно-клинового механизма с гибкими связями приведен в работе [4]).

7. **Условие статической и кинематической определимости произвольных кинематических цепей (групп Ассур)** формулируется из формулы (9) при $W = 0$:

$$\sum(Hp_H) = \sum(hK_h). \quad (10)$$

8. **Уравнение динамического равновесия механической системы имеет вид**

$$N - S_0 - S_d = 0. \quad (11)$$

Согласно (11) для обеспечения устойчивой работы любой механической системы необходимо соблюдать баланс между числом степеней ее свободы (N), числом ограничивающих движение условий связи (S_0) и числом связей (S_d), приводящих звенья в движение (неравенство < 0 дает избыточные связи, а неравенство

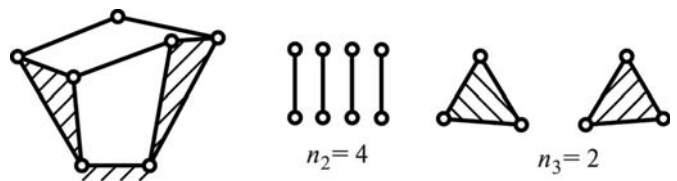
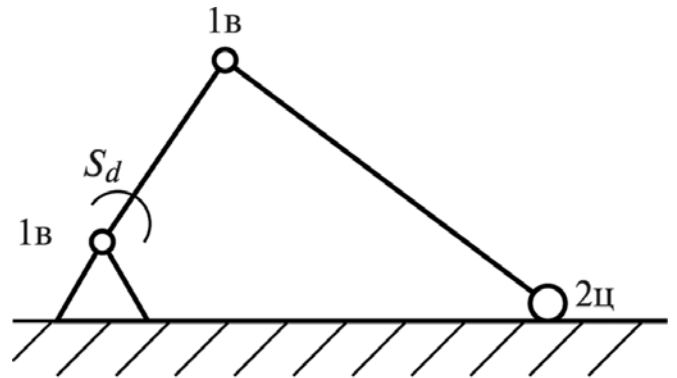


Рис. 1. Структурный синтез и кодирование механизмов:

$$a - S_d = W = 1, S_0 = 5; \\ b - \text{код } 42 (\tilde{n} = 6, p = p_1 = (4+2)+2-1 = 7, K = 2)$$

во > 0 — лишние подвижности). Решение уравнения (11) показано на рис. 1, а и в п. 5.

9. **Код строения механизма** представляет номенклатуру звеньев (7) и шарниров (4):

$$(n_2 n_3 n_4 \dots) / v. \quad (12)$$

Информативность кода строения (12) определяет общее число звеньев системы и их номенклатуру (7), число замкнутых контуров K (это число цифр кода), уровень сложности цепи $Y = K - 1$ и даже число кинематических пар в ней ($p = K + \tilde{n} - 1$). В общем случае код строения механизма (12) представляет собой структурную матрицу вида

$$S_Y = \begin{vmatrix} n_1 & v \\ n_2 & v_2 \\ n_3 & v_3 \\ \dots & \dots \\ n_{Y+2} & v_{2Y} \end{vmatrix}, \quad S_K = \begin{vmatrix} n_1 & v & p \\ n_2 & v_2 & p_1 \\ n_3 & v_3 & p_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ n_{K+1} & v_{2(K-1)} & p_H \end{vmatrix} \quad (13)$$

для воспроизведения по ней механических систем заданного уровня сложности Y (см. п. 3 и 4) с требуемым числом замкнутых контуров K .

10. Универсальная структурная математическая модель механизмов без избыточных связей представляет собой систему (14) алгебраических выражений (2) — (9):

$$\left. \begin{aligned} Y &= (p + g + d) - \tilde{n} = -1; 0; 1; 2; 3; \dots, \\ \tilde{n} &= n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{Y+2}, \\ (p + g + d) &= \frac{1}{2} \left[n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \dots + (Y + 2)n_{Y+2} + v \right], \\ v &= v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots + \leq 2Y, \\ i &\leq Y + 2, i \leq K + 1, \\ W &= \sum (Hp_H) - \sum (hK_h), \\ \sum p_H &= p, \sum K_h = K = Y + 1. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Это весь набор найденных целочисленных решений, который приведен в п. 3 (в виде сводной таблицы с кодами правильного строения механизмов).

11. Теоремы о структуре механических систем без избыточных связей (рассматривается задача выявления причин возникновения и путей устранения избыточных связей).

Теорема 1. Кинематические цепи без избыточных связей должны содержать не более K_{\max} независимых замкнутых контуров:

$$K_{\max} = \frac{1}{h} \left[\sum (Hp_H) - W \right]. \quad (15)$$

Следствие. Выполнение цепи с увеличенным числом замкнутых контуров $K > K_{\max}$ приводит к ее сборке с натягами и возникновению в ней избыточных связей q_1 :

$$q_1 = h(K - K_{\max}). \quad (16)$$

Теорема 2. Кинематические цепи без избыточных связей должны содержать не менее $n_{2\min}$ двухсвязных (линейных) звеньев, рассчитываемых по формуле

$$\begin{aligned} n_{2\min} &= 3 + W + v + \sum K_h (h - 3) + \\ &+ (g + d) + (n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots) - \\ &- \sum (H - 1)p_H, \end{aligned} \quad (17)$$

которая для однородных механизмов с неподвижными кинематическими парами имеет более простой вид ($i \leq 3$):

$$\begin{aligned} n_{2\min} &= 3 + W + v + (h - 3)(p_1 - n), \\ p_1 - n &= Y + 1. \end{aligned} \quad (18)$$

Следствие 1. Выполнение цепи с уменьшенным количеством двухсвязных (линейных) звеньев $n_2 < n_{2\min}$ приводит к возникновению в ней избыточных связей q_1 :

$$q_1 = n_{2\min} - n_2. \quad (19)$$

Следствие 2. Согласно (18) простейший плоский механизм без избыточных связей ($W = 1$, одноконтурный $h = 3$) должен быть 4-звенным, а простейший пространственный механизм ($W = 1$, одноконтурный $h = 6$) — 7-звенным.

Следствие 3. При сохранении заданной степени подвижности W и числа независимых замкнутых контуров K механической системы многоподвижная кинематическая пара подвижностью H может быть заменена двухпарными звеньями числом $(H - 1)$ с неподвижными кинематическими парами (это условие эквивалентной замены кулачковых и зубчатых механизмов на рычажные).

Примечание. Выражение (17) — базовое уравнение строения безыбыточных механических систем, устанавливающее требуемое соотношение между разными многопарными звеньями и их связями в любых структурах без избыточных связей (механизмы, фермы).

12. Универсальная формула для расчета количества избыточных связей в проектируемой механической системе (механизме) получена на основании теорем 1 и 2, а также зависимостей (5) и (8):

$$\begin{aligned} q &= q_0 + q_1; q_1 = n_{2\min} - n_2 = h(K - K_{\max}); \\ q_0 &= \sum (6 - h)K_h = (6 - h)(p - n). \end{aligned} \quad (20)$$

Примечания: 1. Алгоритм и примеры направленного структурного синтеза самоустанавливающихся рычажных и планетарных механизмов рассмотрены ниже в п. 2—5.

2. Избыточные связи можно устранить путем изменения кода строения механизма и его матрицы (13) и/или путем увеличения (в каждом из замкнутых контуров с $W = 0$) суммарной

подвижности применяемых кинематических пар из условия (10):

$$\sum(Np_H) = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4 + 5p_5 = h. \quad (21)$$

Области существования и закономерности образования кинематических цепей

Для перехода к рассмотрению механических систем произвольной структуры установим взаимосвязь между возможными областями существования разнообразных кинематических цепей и закономерностями их строения. Решая совместно (1) и (2), получаем аналитическую зависимость вида

$$Y = (i - 2) + t. \quad (22)$$

которая графически наглядно охватывает все возможные области существования кинематических цепей (рис. 2).

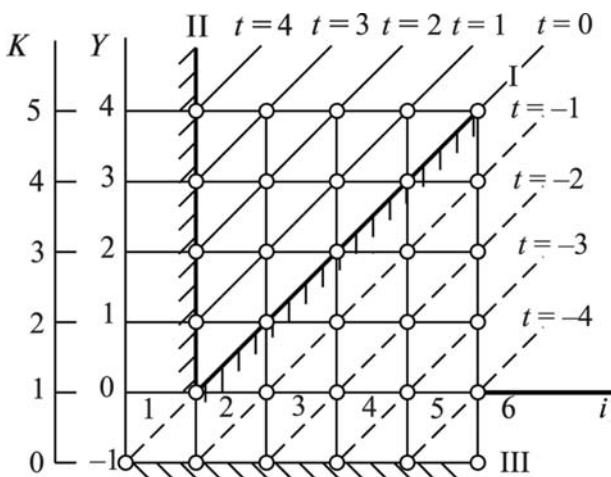


Рис. 2. Области существования кинематических цепей

Используя рис. 2, устанавливаем следующие закономерности образования цепей в зависимости от расположения их ячеек в координатах $Y - i$:

1) число возникающих в цепи независимых замкнутых контуров и связность цепи однозначно предопределены уровнем ее сложности:

$$K = Y + 1 = (p + g + d) - n, \quad K = (i - 1) + t, \quad (23)$$

$$i \leq Y + 2, \quad i_{\max} = K + 1;$$

2) между разделительной прямой I и вертикальной прямой II (включая эти прямые) рас-

положены замкнутые цепи, используемые для создания механизмов (механические системы с подвижностью $W \geq 1$) и ферм ($W = 0$), в которых $i \leq Y + 2, i \leq K + 1$;

3) между разделительной прямой I и горизонтальной прямой III расположены открытые цепи без замкнутых контуров;

4) цепи, содержащие только простые шарниры, расположены на разделительной прямой I ($t = 0$) и имеют наибольшую для данного уровня Y связность $i_{\max} = Y + 2 = K + 1$;

5) перемещение на графике по горизонтали влево от разделительной прямой I (область $-t > 0$) приводит к увеличению в цепи числа сложных шарниров до максимума (на прямой II) $v_{\max} = 2Y = 2(K - 1)$, а перемещение вправо от разделительной прямой I (область $-t < 0$) к увеличению в цепи числа свободных концов звеньев до величины $k = |t|$.

Отметим, что число ячеек на рассматриваемом уровне сложности цепи (см. рис. 2) указывает конкретное число решений задачи структурного синтеза. Например, на нулевом уровне ($Y = 0$) данная задача имеет только одно решение $i = 2$, т. е. цепь должна состоять только из двухсвязных звеньев и (соответственно $K = Y + 1 = 1$) быть одноконтурной.

Предлагаемая на основе графика главной геометрической зависимости кинематических цепей (см. рис. 2) стратегия направленного структурного синтеза механических систем заключается в последовательном заполнении для данного уровня сложности проектируемой системы Y (по горизонтали) всех ячеек (Y, i) конкретными цепями из различных по сложности многопарных звеньев и совмещенных шарниров (от $n_{\min} = n_2, v_{\max} = 2Y$ на прямой II до $n_{\max} = n_{Y+2}, v_{\min} = 0$ на прямой I) для построения из них безызыточных механизмов.

Расчет параметров строения и составления полной расчетной таблицы безызыточных рычажных механизмов

Совместное решение универсальной математической модели (14) и базового уравнения строения безызыточных структур (17) (см. теорему 2) выполнялось на ЭВМ по со-

ответствующей программе и заключалось в поиске *всех целочисленных решений* в виде исковых наборов структурных параметров ($n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, v$), реализующих весь массив ячеек, изображенных на рис. 2.

Полученные результаты приведены в полной расчетной табл. 1 и представляют собой *все возможные коды* правильного строения плоских и сферических 4, 6, 8, 10 и 12-звенных механизмов с $W = 1, p = p_1$, содержащих замкнутые контуры с трехподвижными звеньями ($h = 3$) и представляющих системы разного уровня сложности ($Y = 0; 1; 2; 3; 4$) с различным числом контуров ($K = Y + 1 = 1; 2; 3; 4; 5$) и кинематических пар ($p = p_1 = Y + \tilde{n} = 4; 7; 10; 13; 16$).

Согласно данным табл. 1, можно утверждать, что существует только: 3 варианта кодов строения (типов структуры) 6-звенных механизмов; 9 типов кодов строения 8-звенных механизмов; 23 типа кодов строения 10-звенных механизмов; 53 типа кодов строения 12-звенных рычажных механизмов.

Использование полной расчетной таблицы безизбыточных структур (см. табл. 1) позволяет конструктору осуществить следующий *алгоритм направленного синтеза механизма* по заданному уровню его сложности $Y = 0; 1; 2; 3; 4$ (т. е. допускаемому числу его звеньев, кинематических пар и замкнутых контуров) и требуемой степени подвижности W :

этап I — с учетом назначаемого конструктором наиболее сложного многопарного звена механизма n_i , где $i \leq Y + 2$ выбирается горизонтальная строка в табл. 1;

этап II — с учетом назначаемого конструктором числа сложных (совмещенных) шарниров v выбирается вертикальная строка в табл. 1.

В итоге пересечение выбранных в табл. 1 горизонтальной и вертикальной строк указывает конкретный набор многопарных звеньев, простых и сложных шарниров для построения структурной схемы синтезируемого многозвенного механизма заданного уровня сложности (и заполнения всего массива ячеек на рис. 2).

Таблица 1

Коды правильного строения механизмов

$W = 1, h = 3, H = 1$																								
$Y = 0$ ($\tilde{n} = 4$)		$Y = 1$ ($\tilde{n} = 6$)			$Y = 2$ (9 типов структуры $\tilde{n} = 8$)																			
v	0	0	1	2	0	0	0	1	1	2	2	3	4											
n_2	4	4	5	6	4	5	6	5	6	6	7	7	8											
n_3	—	2	1	0	4	2	0	3	1	2	0	1	0											
n_4	—	—	—	—	0	1	2	0	1	0	1	0	0											
$Y = 3$ (23 типа структуры $\tilde{n} = 10$)																								
v	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	6		
n_2	4	5	6	6	7	7	8	5	6	7	7	8	6	7	8	8	7	8	9	8	9	9	10	
n_3	6	4	2	3	0	1	0	5	3	1	2	0	4	2	0	1	3	1	0	2	0	1	0	
n_4	0	1	2	0	3	1	0	0	1	2	0	1	0	1	2	0	0	1	0	0	1	0	0	
n_5	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
$W = 1, h = 3, H = 1$																								
$Y = 3$ (53 типа структуры $\tilde{n} = 12$)																								
v	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
n_2	4	5	6	6	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9	10	5	6	7	7	8	8	9	9	10
n_3	8	6	4	5	2	3	4	0	1	2	2	0	0	1	0	7	5	3	4	1	2	3	0	1
n_4	0	1	2	0	3	1	0	4	2	0	1	1	0	0	0	0	1	2	0	3	1	0	2	0
n_5	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	2
n_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$Y = 4$ (продолжение)																								
v	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5
6	7	8	8	9	9	9	10	10	7	8	9	9	10	10	8	9	10	10	11	9	10	11	10	11
6	4	2	3	0	1	2	0	0	5	3	1	2	0	1	4	2	0	1	0	3	1	0	2	0
0	1	2	0	3	1	0	1	0	0	1	2	0	1	0	0	1	2	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Структурный синтез самоустанавливающихся рычажных механизмов

Рассмотрим некоторые примеры структурного синтеза рычажных механизмов и пути их решения на основе расчетных кодов табл. 1 и аналитических зависимостей теоремы 2 (о строении безызбыточных механических систем).

Пример 1. Структурный синтез кривошипно-ползунного механизма нулевого уровня сложности ($W = 1, Y = 0$).

К системам нулевого уровня сложности ($Y = p - \tilde{n} > 0, p > \tilde{n}$) относятся простейшие (одноконтурные $K = Y + 1 = 1$) механизмы. Их отличительный признак — число звеньев равно числу кинематических пар (см. п. 2), что справедливо как для пространственных, так для плоских схем.

Из анализа выражения (18), следует, что простейший рычажный механизм ($Y = 0, h = 3$) должен быть 4-звенным (рис. 3, а), однако в его пространственной схеме ($h = 6$) в соответствии с (20) присутствуют вредные избыточные связи ($q_0 = 3$). Для их устранения, согласно формулам (17) и (18) теоремы 2, возможны две стратегии перестройки пространственного механизма:

1) в 4-звенном механизме для получения $n_{2min} = 4$ следует применить двух- и трехподвижные пары (рис. 3, б), количество которых определяется из уравнения (17):

$$\begin{aligned} n_{2min} &= 3 + W + (h - 3) - (p_2 + 2p_3) = \\ &= 3 + 1 + (6 - 3) - (p_2 + 2p_3) = 4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_2 = 1, p_3 = 1; \end{aligned}$$

2) в механизме со всеми одноподвижными кинематическими парами следует увеличить число двухпарных звеньев (рис. 3, в) до величины, определяемой из уравнения (17):

$$\begin{aligned} n_2 = n_{2min} &= (3 + W) + (h - 3) = \\ &= (3 + 1) + (6 - 3) = 7. \end{aligned}$$

Пример 2. Синтез шарнирного механизма для передачи вращения на два ведомых вала ($W = 1, Y = 1$).

Формально такой механизм может быть сконструирован путем шарнирного соединения одним звеном ведущего и двух ведомых

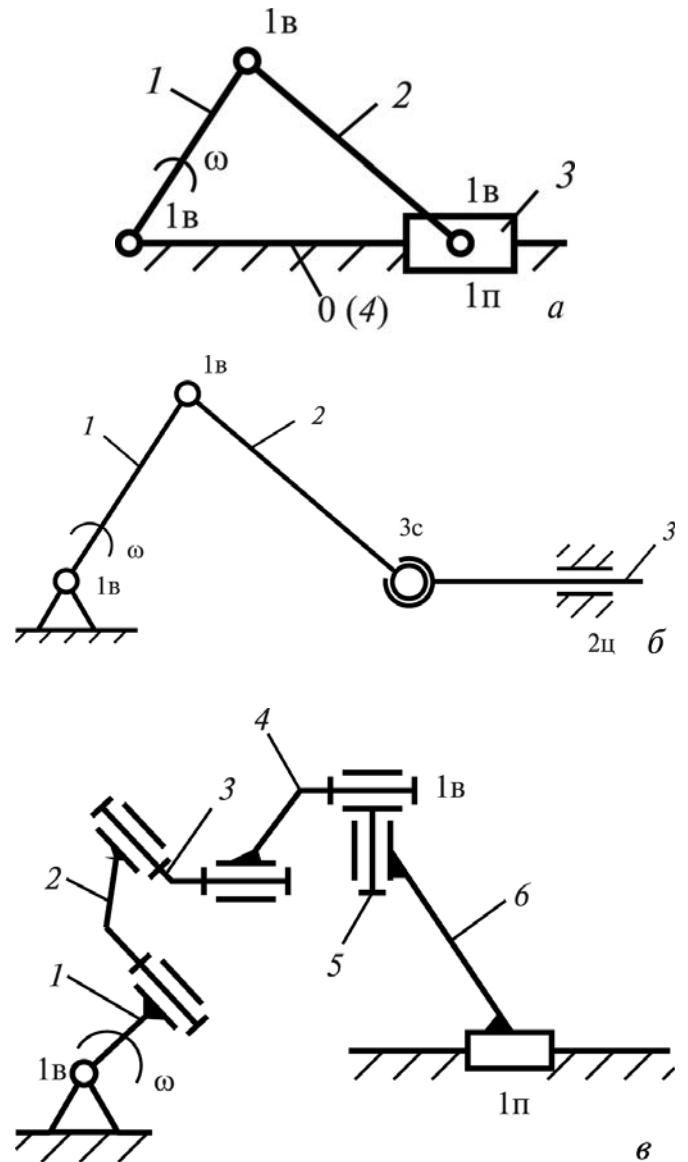


Рис. 3. Устранение дефектов структуры, приводящих к избыточным связям в рычажном механизме: а — $\tilde{n} = 4, q_0 = 3$; б — $\tilde{n} = 4, q_0 = 0$; в — $\tilde{n} = 7, q_0 = 0$

звеньев. Однако созданный таким образом 5-звенный механизм (рис. 4, а) имеет код строения 32/0 ($n_2 = 3, n_3 = 2, v = 0; Y = p - \tilde{n} = 6 - 5 = 1$), который отсутствует в перечне допустимых кодов табл. 1. Это означает наличие в таком (32/0) механизме особо вредных избыточных связей: $q_1 = n_{2min} - n_2 = 4 - 3 = 1$, возникающих из-за дефектов его структуры, нарушающих условие теоремы 2 ($n_2 < V n_{2min}$). Согласно рассчитанным в полной табл. 1 кодам правильного строения механизмов, для устранения этих дефектов (т. е. достижения $q_1 = 0$)

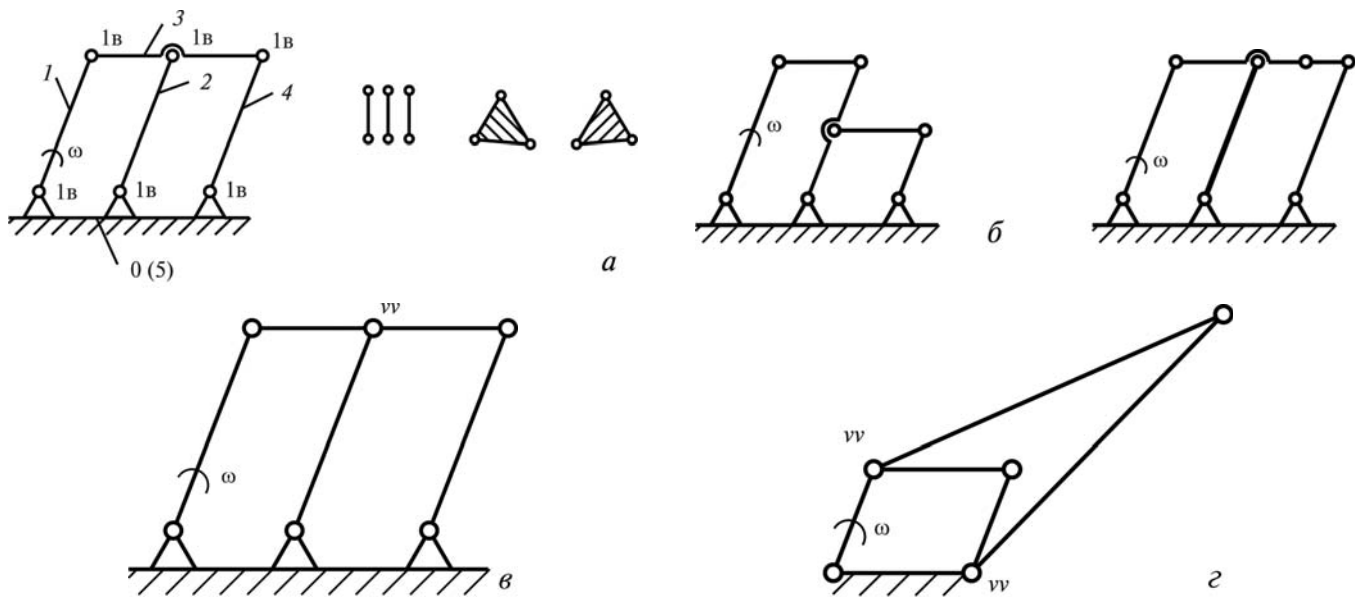


Рис. 4. Структурный синтез двухконтурного механизма без избыточных связей:

a — код 32 ($n_2 = 3, n_3 = 2, \tilde{n} = 5, Y = 1, K = 2, q_1 = 1$);

б — код 42 (2 варианта сборки замкнутой кинематической цепи $\tilde{n} = 6, n_2 = 4, n_3 = 2, v = 0, q_1 = 1$);

в — код 51/1 ($\tilde{n} = 6, n_2 = 5, v = v_2 = 1, n_3 = 1, q_1 = 0$); *г* — код 60/2 ($\tilde{n} = 6, n_2 = 6, v = v_2 = 2, q_1 = 0$)

нужно выполнить перестройку механизма путем увеличения двухпарных звеньев до величины, требуемой по выражению (18) для реализации кодов 42/0, 51/1, 60/2 (рис. 4, б–г).

Пример 3. Синтез механизма второго уровня сложности ($W = 1, Y = 2$).

По табл. 1 устанавливаем, что для реализации простейшего из девяти возможных кодов строения 440/0 (с минимально возможным в безыбыточных механизмах числом двухпарных звеньев $n_2 = 4$) нужно в кинематическую цепь рассмотренного выше 6-звенного механизма (код 42/0 на рис. 4, б) добавить два трехпарных звена, образовав из полученного набора звеньев ($n_2 = 4, n_4 = 4, n_5 = 0$) 8-звенный трехконтурный ($K = Y + 1 = 3$) механизм.

Пример 4. Синтез механизма четвертого уровня сложности ($W = 1, Y = 4$).

Задавая наиболее сложное звено цепи, например четырехпарное (табл. 1, горизонтальная строка n_4), и применяя простые шарниры (табл. 1, вертикальная строка $v = 0$), определяем на их пересечении 4 кода строения (56100/0, 64200/0, 72300/0, 80400/0) для построения из указанных наборов звеньев (например, $n_2 = 5, n_3 = 6, n_4 = 1, n_5 = 0, n_6 = 0$) 12-звенного пяти-

контурного ($K = Y + 1 = 5$) механизма. Синтезированный рычажный механизм (код 56100/0) показан на рис. 5, а.

Пример 5. Синтез механизма третьего уровня сложности с совмещенными шарнирами ($W = 1, Y = 3$).

Задавая наиболее сложное звено цепи, например четырехпарное (табл. 1, горизонтальная строка n_4), и применяя три совмещенных (двойных) шарнира (табл. 1, вертикальная строка $v = v_2 = 3$), определяем на их пересечении единственно возможный код строения (8110/3) безыбыточной структуры для построения из найденного набора звеньев ($n_2 = 8, n_3 = 1, n_4 = 1, n_5 = 0$) 10-звенного четырехконтурного ($K = Y + 1 = 3 + 1 = 4$) механизма. Синтезированный механизм показан на рис. 5, б (применяется в приводе трикотажной машины).

Пример 6. Синтез многоподвижного механизма третьего уровня сложности ($W = 3, Y = 3$).

Для синтеза многоподвижного механизма с $W = 3, Y = 3$ достаточно из табл. 1 для заданного уровня сложности выбрать код строения одноподвижного механизма ($W = 1, Y = 3$), например 6301/0, и согласно зависимости (18) соответственно требуемому увеличению W увеличить на две единицы ($3 - 1 = 2$) число

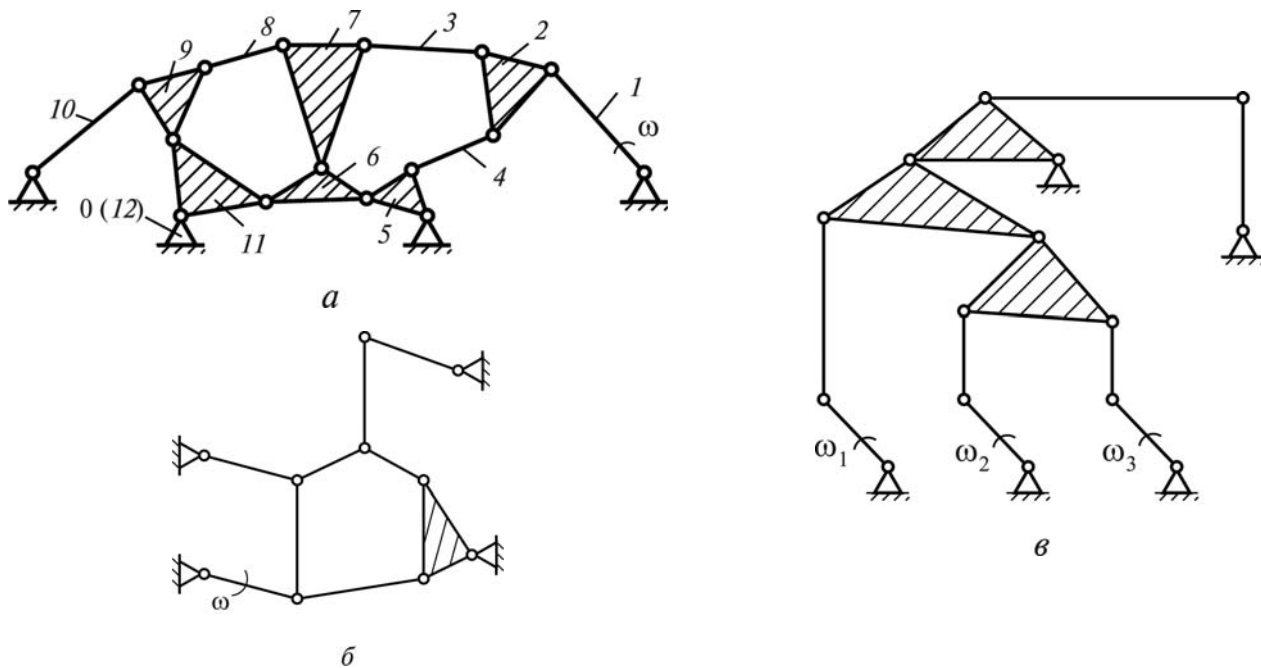


Рис. 5. Структурный синтез многоконтурных механизмов:
 а — код 56100/0 ($W = 1$); б — код 8110/3 ($W = 1, v_2 = 3$); в — код 8301/0 ($W = 3$)

его двухпарных звеньев (с $n_2 = n_{2min} = 6$ до $n_2 = n_{2min} = 8$). Таким образом определили новый код (8301/0) для построения из полученного набора звеньев ($n_2 = 8, n_3 = 3, n_4 = 0, n_5 = 1; K = Y + 1 = 4$) 12-звенного трехподвижного механизма, синтезированный механизм показан на рис. 5, в (применяется в приводе основывальной машины).

Структурный синтез и конструирование самоустанавливающихся планетарных механизмов

Синтезируемые планетарные механизмы — механические системы с многоподвижными кинематическими парами в виде зубчатых зацеплений (IV класса — в плоской схеме и II класса — в пространственной схеме). Возникающие в нерациональных конструкциях планетарных передач избыточные связи являются вредными, так как приводят к неравномерному распределению потоков передаваемой мощности между сателлитами. Выражая в уравнении (8) число возникающих в схеме, изображенной на рис. 6, а, избыточных связей (q) через число сателлитов (k), получаем формулы расчета q в плоской ($q = q_{пл}$) и пространственной ($q = q_{пр}$) схемах:

$$q_{пл} = k - 1, q_{пр} = (k - 1) + 2k, \quad (24)$$

где величина $(k - 1)$ определяет неравномерность распределения потоков мощности в плоскости между сателлитами, а величина $(2k)$ — неравномерность распределения нагрузки по длине зуба.

Для уменьшения избыточных связей q следует изготовить центральную шестерню и сателлиты самоустанавливающимися (см. рис. 6, б), спроектировав для этого центральную шестерню плавающей, выполнив ее двухподвижное соединение с ведущим валом и установив сателлиты на сферических подшипниках (трехподвижные пары). В табл. 2 приведены рекомендуемые (из расчетов) проектные параметры планетарного механизма.

Предложим следующий двухэтапный алгоритм оптимизации проектных параметров планетарных механизмов:

I этап. Рассмотрим обратную конструкторскую задачу — определить, сколько равномерно нагруженных сателлитов ($k = k_0$) можно установить в планетарном механизме с безопорным (плавающим) центральным колесом.

Используя уравнение динамического равновесия любой механической системы вида (11), выражаем все слагаемые через искомое число

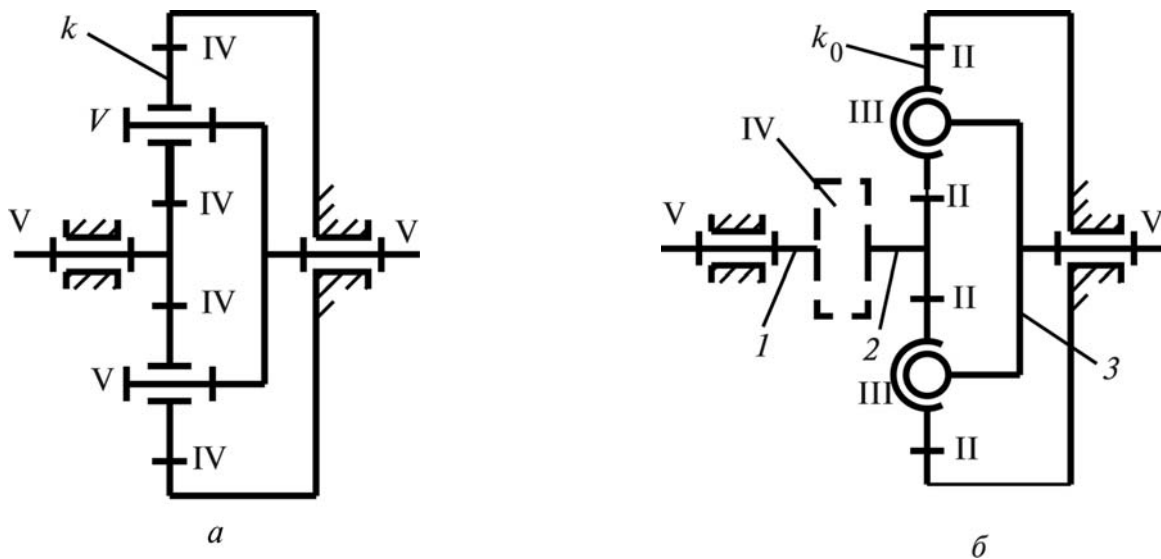


Рис. 6. Структурный синтез самоустанавливающихся многосателлитных планетарных механизмов

сателлитов k_0 (применительно к пространственной схеме механизма на рис. 6, б, где $n = 3 + k_0$, $P_{II} = 2k_0$, $P_{III} = k_0$, $P_{IV} = 1$, $P_V = 2$):

$$N = 6n = 6(3 + k_0);$$

$$S_0 = 2P_{II} + 3P_{III} + 4P_{IV} + 5P_V =$$

$$= 4k_0 + 3k_0 + 4 + 5 \times 2 = 14 + 7k_0;$$

$$S_d = 1.$$

Решим полученное уравнение: $6(3 + k_0) - (14 + 7k_0) - 1 = 3 - k_0 = 0$ относительно k_0 и на основе найденного единственного решения ($k_0 = 3$) делаем *практический вывод для конструкторов*: для равномерного распределения передаваемой нагрузки между всеми установленными сателлитами за счет плавающего центрального колеса, нужно рациональный (безыбыточный) планетарный механизм конструировать с тремя сателлитами ($k = k_0 = 3$);

II этап. Определение *передаточных отношений и числа зубьев колес* трехсателлитных планетарных механизмов с равномерным распределением нагрузки между сателлитами.

Решение этой обратной задачи конструирования рациональных механизмов является многовариантным и определяется путем совместного рассмотрения системы известных [1] уравнений соосности, сборки и передаточного отношения однорядного планетарного механизма. Полученный набор целочисленных значений чисел зубьев колес и отвечающих им передаточных отношений однорядных планетарных механизмов (в диапазоне от трех до восьми

с шагом в пределах 5%) приведены в табл. 2 и представляет собой готовый для конструктора предпочтительный ряд проектных параметров самоустанавливающихся однорядных планетарных механизмов с плавающим центральным звеном (рис. 6, б).

Выводы

1. Составленная полная расчетная таблица кодов (см. табл. 1) является универсальной, так как охватывает все возможные коды правильного строения 4-, 6-, 8-, 10- и 12-звенных механических систем без избыточных связей (при $W = 1$ всего 89 кодов) и позволяет выполнить *направленный структурный синтез* рычажных механизмов из указанных в этой таблице математически рассчитанных наборов многопарных звеньев, простых и совмещенных шарниров.

Предлагаемый начальный этап структурного анализа механизма должен включать составление его кода строения (12) и матрицы в форме (13). Несовпадение с табл. 1 кода строения проектируемого рычажного, а также зубчатого или кулачкового механизмов (преобразованных по теореме 2 тоже в рычажный механизм) означает наличие в них избыточных связей и указывает пути их устранения по формулам (17), (20) и (21).

2. Рассчитанное по уравнению динамического равновесия (11) оптимальное число рав-

Таблица 2

Предпочтительный ряд проектных параметров трехсателлитных планетарных механизмов

$U_{нкН}$	Число зубьев			$U_{нкН}$	Число зубьев			$U_{нкН}$	Число зубьев			$U_{нкН}$	Число зубьев		
	z_k	z_n	z_c		z_k	z_n	z_c		z_k	z_n	z_c		z_k	z_n	z_c
3,14	42	90	24	4,15	39	123	42	5,11	27	111	45	6,25	24	126	51
3,2	15	33	9	4,17	36	114	39	5,14	21	87	33	6,29	21	111	45
3,23	39	87	24	4,19	33	105	36	5,2	15	63	24	6,33	18	96	39
3,28	42	96	27	4,2	30	96	33	5,2	30	126	48	6,4	15	81	33
3,38	39	93	27	4,23	27	87	30	5,25	24	102	39	6,5	12	66	27
3,42	42	102	30	4,34	36	120	42	5,33	9	39	15	6,58	21	117	48
3,5	36	90	27	4,37	33	111	39	5,33	18	78	30	6,67	9	51	21
3,54	39	99	30	4,4	15	51	18	5,43	21	93	36	6,67	18	102	42
3,56	42	108	30	4,4	30	102	36	5,5	12	54	21	6,8	15	87	36
3,6	15	39	12	4,45	27	93	33	5,5	24	108	42	6,87	21	123	51
3,64	33	87	27	4,5	12	42	15	5,55	27	123	48	7	12	72	30
3,67	36	96	30	4,5	36	126	45	5,6	15	69	27	7	18	108	45
3,7	39	105	33	4,55	33	117	42	5,72	21	99	39	7,2	15	93	39
3,72	42	114	36	4,6	30	108	39	5,75	24	114	45	7,33	9	57	24
3,82	33	93	30	4,67	9	33	12	6	9	45	18	7,33	18	114	48
3,84	36	102	33	4,67	27	99	36	6	12	60	24	7,5	12	78	33
3,85	39	111	36	4,74	33	123	45	6	15	75	30	7,6	15	99	42
3,86	42	120	39	4,75	24	90	33	6	18	90	36	7,66	18	120	51
4	12	36	12	4,8	15	57	21	6	21	105	42	8	9	63	27
4	15	45	15	4,8	30	114	42	6	24	120	48	8	12	84	36
4	30	90	30	4,89	27	105	39					8	15	105	45
4	33	99	33	5	12	48	18					8	18	126	54
4	36	108	36	5	24	96	36								
4	39	117	39	5	30	120	45								
4	42	126	42												

Примечания: $U_{кН}^n$ — рекомендуемое передаточное отношение проектируемого планетарного механизма; z_k, z_n, z_c — число зубьев подвижного (z_k) и неподвижного (z_n) центральных колес и сателлитов (z_c).

номерно нагруженных сателлитов, равное трем, является *единственным* решением задачи структурного синтеза безызбыточных планетарных механизмов с плавающим центральным звеном. Соответствующая этому решению табл. 2 содержит готовый для конструктора предпочтительный ряд передаточных отношений и чисел зубьев всех колес самоустанавливающихся планетарных механизмов.

3. Следует отметить, что из зависимостей (17) и (18) теоремы 2 можно получить необычные (через код строения механизма) универ-

сальные структурные формулы подвижности (W) любой механической системы как в общем случае:

$$W = n_2 - (n_4 + 2n_5 + 3n_6 \dots) - v - \sum K_h (h - 3) - (g + d) - 3 + (p_2 + 2p_3 + 3p_4 + 4p_5) + q, \quad (25)$$

так и в частном случае ($h = 3, p = p_1, q = 0$):

$$W = n_2 - [n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots + (K - 2)n_{K+1}] - v - 3. \quad (26)$$

Структурные формулы (25) и (26) устанавливают взаимосвязь между W , q и кодом строения проектируемого механизма (12) и могут быть использованы при структурном синтезе механизма для определения матрицы его строения (13), обеспечивающей требуемое число подвижностей W , замкнутых контуров K и звеньев \bar{n} . Применимость новых формул (25), (26) для структурного синтеза и анализа проверена автором на разнообразных схемах рычажных, кулачковых и зубчатых механизмов, представляющих [1] различные области машиностроения. Например, все коды 4 — 12-звенных

рычажных механизмов из табл. 1 дают по формуле (25) правильный результат $W = 1$ ($q = 0$).

Литература

1. *Крайнев А.Ф.* Механика (искусство построения) машин: Фундаментальный словарь. М.: Машиностроение, 2000. 904 с.
2. *Пожбелко В.И.* Инерционно-импульсные приводы машин с динамическими связями. М.: Машиностроение, 1989. 136 с.
3. *Пожбелко В.И.* Единая теория структуры механических систем // Методы решения задач синтеза механизмов: Учеб. пособие. Челябинск: ЧГТУ, 1993. С. 19—56.
4. *Пожбелко В.И.* Универсальная структурная формула и классификация механических систем любой структуры // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2000. № 1—2. С. 3—10.

Статья поступила в редакцию 04.02.2011 г.

Визит Президента Национального центра космических исследований Франции (CNES) господина д' Эската в МГТУ им. Н.Э. Баумана

В день космонавтики, 12 апреля, университет посетила делегация Национального центра космических исследований Франции (CNES) во главе с его президентом господином Янник д' Эската. Делегация, в которую вошли директор CNES по международным связям госпожа Сильви Пьер и представитель CNES в России госпожа Катрин Иванов-Троттиньон, после встречи с ректором МГТУ им. Н.Э. Баумана Анатолием Александровым, посетила музей университета. Затем президент CNES и сопровождающие его лица посетили центр управления полетами малых космических аппаратов Молодежного космического центра.

В центре прошла встреча со студентами университета, работающими над российско-французским проектом создания студенческого микроспутника «Бауманец-2». Во время встречи обсуждались вопросы, связанные с созданием студенческого микроспутника «Бауманец-2», разработкой совместных научно-образовательных экспериментов, размещением полезной нагрузки "FRIENDS", разработанной в университете Монпелье-2 на космическом аппарате «Бауманец-2», а также вопросы подготовки Соглашения между российской и французской сторонами о совместных экспериментах.

Управление информационной политики МГТУ им. Н.Э. Баумана