

Расчет и конструирование машин

УДК 539.3

Исследование концентрации напряжений в оболочке при локальном воздействии методом матриц перехода

Ю.И. Виноградов

При локальном воздействии в оболочках космических аппаратов возникает опасная концентрация напряжений. Использование универсальных численных методов конечных разностей или конечных элементов приводит к результатам с неконтролируемой погрешностью. В работе предложен аналитический метод исследования концентрации напряжений в оболочках. Дифференциальные уравнения механики деформирования оболочек решаются аналитически по формулам в виде специальных функций Коши — Крылова, которые характеризуются отличительным свойством — удовлетворяют произвольным начальным условиям. На этом свойстве функций строится алгоритм приведения краевой задачи к начальной, алгоритм исследования концентрации напряжений в оболочке решением начальной задачи — на другом свойстве функций Коши — Крылова — возможности представлять решение мультипликативно. В качестве примера определены критические параметры цилиндрической оболочки, до значений которых счет на ЭВМ устойчивый без дополнительных в таком случае необходимых вычислительных процедур ортогонализации и нормирования решений. В результате исследований установлено, что концентрация напряжений происходит в оболочке, главным образом, под площадкой нагружения, а значение максимальных напряжений существенно зависит от толщины оболочки.

Ключевые слова: оболочка, концентрация напряжений, краевая задача, начальная задача.

Study of stress concentrations in a shell under local forces by the transition matrix method

Yu.I. Vinogradov

Spacecraft structures like shells connected by frames are inevitably loaded by local forces that may cause dangerous stress concentrations. Universal numeri-



**ВИНОГРАДОВ
Юрий Иванович**
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**VINOGRADOV
Yuriy Ivanovich**
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)

cal techniques like finite difference and finite element methods provide results with unpredictable errors in these areas. In this paper, an analytical method for studying stress concentrations in shells is first proposed. Differential equations of the mechanics of shells are solved analytically in terms of Cauchy-Krylov special functions. The property of these functions to satisfy arbitrary initial conditions is used to construct an algorithm that reduces a boundary value problem to an initial problem. Another property of Cauchy-Krylov functions, that is, to represent a solution multiplicatively also forms the basis of this algorithm. By way of example, the critical parameters of a cylindrical shell, which determine the upper bound for stable calculations without orthogonalization and normalization of the solution, are computed. The results of studies will be useful when designing spacecrafts to decrease their weight.

Keywords: shell, stress concentration, boundary value problem, initial problem.

Вероятно, впервые алгоритм сведения краевой задачи к начальной, т. е. к задаче Коши, предлагается в книге [1]. Алгоритм строится на примере деформирования шарнирно неподвижно опертой цилиндрической оболочки, нагруженной равномерным внешним давлением. Решение такой задачи известно. Исследуя решение и приводя его к решению начальной задачи, авторы приходят к выводу, что устойчивость счета методом Годунова при решении задачи как начальной можно обеспечить для ограниченных значений параметров цилиндрической оболочки. Также в работе [1] сделан вывод о неперспективности алгоритма решения краевой задачи, если ее можно свести к начальной. Более сложные задачи не рассматривались. С такими выводами согласиться нельзя.

В предлагаемой работе задача исследования концентрации напряжений решается приведением краевой задачи к начальной для исследования концентрации напряжений мультипликативным методом [2].

Приведение краевой задачи к начальной. Допустим, что найдено решение линейного обыкновенного дифференциального уравнения [3]

$$y'(x) = A(x)y(x) + f(x) \quad (1)$$

аналитически или численно в матричной форме

$$y(x) = K_{x_0}^{x_n} (A(x))y(x_0) + y_{x_0}^{*x_n} (f(x)). \quad (2)$$

Требуется краевую задачу привести к начальной.

Пусть краевые условия заданы, например, при $x=0$

$$y(0)_k = \|y_1, y_2, \dots, y_k\|^T = \|b_1, b_2, \dots, b_k\|^T = b_1; \quad (3)$$

при $x=1$

$$y(1)_{n-k} = \|y_{k+1}, y_{k+2}, \dots, y_n\|^T = \|b_{k+1}, b_{k+2}, \dots, b_n\|^T = b_2,$$

где n — порядок дифференциального уравнения (1).

Перепишем решение (2) в упрощенном виде

$$y(x) = K(x)y_0 + y^*.$$

Это же уравнение устанавливает связь между краями оболочки

$$y(l) = K(l)y(0) + y^*, \quad (4)$$

где y^* определяется на интервале внешнего воздействия по поверхности оболочки.

Связь между краями оболочки (4) представим в другом виде:

$$\begin{pmatrix} y(l)_k \\ y(l)_{n-k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(0)_k \\ y(0)_{n-k} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_k^* \\ y_{n-k}^* \end{pmatrix},$$

или

$$y(l)_k = K_{11}y(0)_k + K_{12}y(0)_{n-k} + y_k^*; \quad (5)$$

$$y(l)_{n-k} = K_{21}y(0)_k + K_{22}y(0)_{n-k} + y_{n-k}^*.$$

Учитывая краевые условия (3), систему матричных уравнений (5) можно переписать следующим образом:

$$y(l)_k = K_{11}b_1 + K_{12}y(0)_{n-k} + y_k^*;$$

$$b_2 = K_{21}b_1 + K_{22}y(0)_{n-k} + y_{n-k}^*.$$

Из второго матричного уравнения системы (5) определяем начальные условия $y(0)_{n-k}$ для известных краевых условий

$$y(0)_{n-k} = K_{22}^{-1} (b_2 - K_{21}b_1 - y_{n-k}^*),$$

которые вместе с заданными условиями $y(0)_{n-k} = b_1$ образуют необходимые начальные условия для заданной краевой задачи:

$$y(0) = \|y(0)_k, y(0)_{n-k}\|^T.$$

Таким образом, решение краевой задачи приведено к решению соответствующей начальной задачи, т. е. задачи Коши

$$y(x) = K(x)y(0) + y^* \quad (6)$$

с начальными условиями

$$y(0) = \|b_1, K_{22}^{-1}(b_2 - K_{21}b_1 - y_{n-k}^*)\|^T.$$

При исследовании концентрации напряжений решением на ЭВМ начальной задачи (6) значения элементов матрицы $K(x)$ и элементов столбца y^* определяются по одной из формул, приведенных в работе [3]. Начальные условия задачи Коши для других краевых условий легко определяются с помощью системы матричных уравнений (5).

Действительно, если $y(0)_k = b_1, y(l)_k = b_2$, то

$$y(0) = \|b_1, K_{12}^{-1}(b_2 - K_{11}b_1)\|^T;$$

если $y(0)_{n-k} = b_1, y(l)_k = b_2$, то

$$y(0) = \|K_{11}^{-1}(b_2 - K_{12}b_1), b_1\|^T; \quad (7)$$

если $y(0)_{n-k} = b_1, y(l)_{n-k} = b_2$, то

$$y(0) = \|K_{21}^{-1}(b_2 - K_{22}b_1), b_1\|^T.$$

Мультипликативный метод исследования концентрации напряжений. Используя мультипликативное свойство матрицы функций Коши—Крылова [4–6] или матрицы их значений, решение задачи Коши для исследования концентрации напряжений представим в удобном для вычислений виде.

Основной интервал (x_0, x_n) делим промежуточными точками x_1, x_2, \dots, x_{n-1} на интервалы (рис. 1). Величину этих интервалов выбираем из условия возможности осреднения на них элементов матрицы $A(x)$ дифференциального уравнения (1) с переменными коэффициентами и элементов столбца внешнего воздействия $f(x)$.

Вычислительный алгоритм исследования концентрации напряжений на ЭВМ состоит в следующем. На интервале (x_0, x_0^*) где нет воздействия на оболочку, т.е. $f(x) = 0$ и, следовательно $y^* = 0$, величины, определяющие напряжения в точках x_1, x_2, \dots, x_0^* , вычисляются мультипликативно:

$$\begin{aligned} y(x_1) &= K_{x_0}^{x_1} y(0); \\ y(x_2) &= K_{x_1}^{x_2} y(x_1) = K_{x_1}^{x_2} K_{x_0}^{x_1} y(0), \dots; \\ y(x_0^*) &= K_{x_i}^{x_0^*} y(x_i) = K_{x_i}^{x_0^*} \dots K_{x_1}^{x_2} K_{x_0}^{x_1} y(0). \end{aligned} \quad (8)$$

На интервале (x_0^*, x_n^*) , где оболочка по поверхности нагружена, столбцы $y(x)$ искомых величин, определяющих напряжения, также вычисляются последовательно мультипликативно:

$$\begin{aligned} y(x_1^*) &= K_{x_0}^{x_1^*} K_{x_i}^{x_0^*} \dots K_{x_1}^{x_2} K_{x_0}^{x_1} y(0) + \\ &+ K_{x_{n-1}}^{x_n^*} K_{x_{n-2}}^{x_{n-1}^*} \dots K_{x_0}^{x_1^*} f_1; \\ y(x_2^*) &= K_{x_1}^{x_2^*} K_{x_0}^{x_1^*} \dots K_{x_1}^{x_2} K_{x_0}^{x_1} y(0) + \\ &+ K_{x_{n-1}}^{x_n^*} K_{x_{n-2}}^{x_{n-1}^*} \dots K_{x_0}^{x_1^*} f_1 + K_{x_{n-1}}^{x_n^*} K_{x_{n-2}}^{x_{n-1}^*} \dots K_{x_1}^{x_2^*} f_2; \\ &\dots \\ y(x_n^*) &= K_{x_{n-1}}^{x_n^*} \dots K_{x_1}^{x_2^*} K_{x_0}^{x_1^*} \dots K_{x_1}^{x_2} K_{x_0}^{x_1} y(0) + \\ &+ K_{x_{n-1}}^{x_n^*} K_{x_{n-2}}^{x_{n-1}^*} \dots K_{x_0}^{x_1^*} f_1 + K_{x_{n-1}}^{x_n^*} K_{x_{n-2}}^{x_{n-1}^*} \dots K_{x_1}^{x_2^*} f_2 + \dots + \\ &+ K_{x_{n-1}}^{x_n^*} f_{n-1} + f_n. \end{aligned} \quad (9)$$

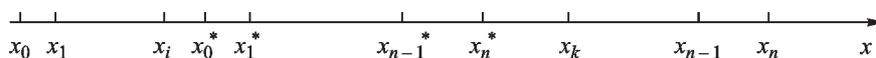


Рис. 1. Деление основного интервала (x_0, x_n) на n частей с промежуточными точками x_1, x_2, \dots, x_{n-1} и интервала (x_0^*, x_n^*) локального нагружения на n частей с промежуточными точками $x_1^*, x_2^*, \dots, x_{n-1}^*$

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} u_n \cos(n\varphi), \quad v = \sum_{n=1}^{\infty} v_n \sin(n\varphi), \quad w = \sum_{n=1}^{\infty} w_n \cos(n\varphi)$$

приводятся к обыкновенным. Система обыкновенных дифференциальных уравнений, полученная при таких условиях, имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 u_n}{d\xi^2} - \frac{1-\nu}{2} n^2 u_n + \frac{1+\nu}{2} n \frac{dv_n}{d\xi} + \nu \frac{dw_n}{d\xi} = 0; \\ & -\frac{1+\nu}{2} n \frac{du_n}{d\xi} + \frac{1-\nu}{2} \frac{d^2 v_n}{d\xi^2} - n^2 v_n - n w_n = 0; \quad (12) \\ & \nu \frac{du_n}{d\xi} + n v_n + c^2 \left(\frac{d^2}{d\xi^2} - n^2 \right)^2 w_n + w_n = 0, \end{aligned}$$

где u_n, v_n, w_n — функциональные коэффициенты тригонометрических рядов разложений u, v и w ; $c^2 = \frac{h^2}{12R^2}$ — малый параметр; R и h — соответственно радиус средней поверхности и толщина цилиндрической оболочки; $\xi = x/R$ — безразмерная координата вдоль оси x .

Систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (12) приводим к матричной форме. Для этого каждое из уравнений разрешаем относительно старшей производной от u_n, v_n и w_n . Добавляем к ним тождества $u'_n = u'_n, v'_n = v'_n, w'_n = w'_n, w''_n = w''_n$ и $w'''_n = w'''_n$. Формируем столбец $z = |u_n, u'_n, v_n, v'_n, w_n, w'_n, w''_n, w'''_n|^T$ и переписываем систему уравнений (12) в матричной форме

$$z' = Bz. \quad (13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} b_{12} &= 1; \quad b_{21} = \frac{1-\nu}{2} n^2; \quad b_{24} = -\frac{1+\nu}{2} n; \quad b_{26} = -\nu; \\ b_{34} &= 1; \quad b_{42} = \frac{1+\nu}{1-\nu} n; \quad b_{43} = \frac{2n^2}{1-\nu}; \quad b_{45} = \frac{2n}{1-\nu}; \\ b_{56} &= 1; \quad b_{67} = 1; \quad b_{78} = 1; \quad b_{82} = -\frac{\nu}{c^2}; \quad b_{83} = -\frac{n}{c^2}; \\ b_{85} &= -\left(n^4 + \frac{1}{c^2} \right); \quad b_{87} = 2n^2. \end{aligned}$$

Физические соотношения [6, 7] с учетом представления погонных усилий T_1, S, Q_1 и M_1 в виде рядов Фурье

$$T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} T_{1n} \cos(n\varphi), \quad S = \sum_{n=1}^{\infty} S_n \sin(n\varphi),$$

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} Q_{1n} \cos(n\varphi), \quad M = \sum_{n=1}^{\infty} M_{1n} \cos(n\varphi)$$

принимают следующий вид:

$$T_{1n} = \frac{B}{R} \left[\frac{du_n}{d\xi} + \nu(nv_n + w_n) \right];$$

$$Q_{1n}^* = \frac{D}{R^3} \left[(2-\nu)n^2 \frac{dw_n}{d\xi} - \frac{d^3 w_n}{d\xi^3} \right];$$

$$S_n^* = \frac{B}{R} \left[-\frac{1-\nu}{2} n u_n + \frac{1-\nu}{2} \frac{dv_n}{d\xi} + (1-\nu) n c^2 \frac{dw_n}{d\xi} \right];$$

$$M_{1n} = \frac{D}{R^2} \left(\frac{d^2 w_n}{d\xi^2} - \nu n^2 w_n \right);$$

$$T_{2n} = \frac{B}{R} \left(\nu \frac{du_n}{d\xi} + n v_n + w_n \right);$$

$$M_{2n} = \frac{D}{R^2} \left(\nu \frac{d^2 w_n}{d\xi^2} - n^2 w_n \right),$$

где $B = \frac{Eh}{1-\nu^2}$; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$; E — модуль упругости;

$Q_1^* = \sum_{n=1}^{\infty} Q_{1n}^* \cos(n\varphi), S^* = \sum_{n=1}^{\infty} S_n^* \sin(n\varphi)$ —

приведенные по Кирхгофу соответственно перерезывающие и сдвигающие погонные усилия в оболочке.

Добавляя тождества $u_n = u_n, v_n = v_n, w_n = w_n, w'_n = w'_n$, представляем физические соотношения в матричной форме

$$y = Gz. \quad (14)$$

Здесь $y = |u_n, v_n, w_n, w'_n, \overline{T_{1n}}, \overline{S_n}, \overline{Q_{1n}}, \overline{M_{1n}}|^T$; $\overline{T_{1n}} = T_{1n} \frac{R}{B}$;

$$\overline{M_{1n}} = M_{1n} \frac{R^2}{D}; \quad \overline{Q_{1n}} = Q_{1n}^* \frac{R^3}{D}; \quad \overline{S_n} = S_n^* \frac{R}{B}.$$

Ненулевые элементы матрицы G соответственно равны:

$$g_{11} = 1; \quad g_{23} = 1; \quad g_{35} = 1; \quad g_{46} = 1; \quad g_{52} = 1; \quad g_{53} = \nu;$$

$$g_{55} = \nu; \quad g_{61} = -\frac{1-\nu}{2} n; \quad g_{64} = \frac{1-\nu}{2}; \quad g_{66} = (1-\nu) n c^2;$$

$$g_{76} = (2-\nu) n^2; \quad g_{78} = -1; \quad g_{85} = -\nu n^2; \quad g_{87} = 1.$$

При решении задач для каждого номера n гармоники определяются функциональные коэффициенты $u_n, v_n, w_n, w'_n, T_{1n}, S_n^*, Q_{1n}^*, M_{1n}$ тригонометрических рядов искомых величин, характеризующих состояние сечения оболочки при $\xi = \text{const}$. Параметры T_{2n} и M_{2n} для сечения $\varphi = \text{const}$ определяются из соотношений

$$\overline{T_{1n}} = \frac{du_n}{d\xi} + v(nv_n + w_n); \quad \overline{T_{2n}} = v \frac{du_n}{d\xi} + nv_n + w_n.$$

Отсюда

$$\overline{T_{2n}} = v\overline{T_{1n}} + (1-v^2)(nv_n + w_n), \quad \overline{T_2} = \sum_n \overline{T_{2n}} \cos(n\varphi).$$

Аналогично

$$\overline{M_{2n}} = v\overline{M_{1n}} + n^2(v^2 - 1)w_n, \quad \overline{M_2} = \sum_n \overline{M_{2n}} \cos(n\varphi).$$

Тригонометрические ряды метода Фурье разделения переменных суммируются, начиная с $n = 1$. Нулевой член $n = 0$ опущен, так как он соответствует осесимметричному нагружению оболочки. При этом математическая модель представляется обыкновенными дифференциальными уравнениями шестого порядка. При матричной записи уравнений ненулевые элементы матрицы $B = \|b_{ij}\|_1^6$ определяются из матрицы $B = \|b_{ij}\|_1^8$, если положить $n=0$, а из столбца z исключить $v_n = 0$ и $v'_n = 0$. Тогда

$$b_{12} = 1; b_{24} = -v; b_{34} = 1; b_{45} = 1; b_{56} = 1; \\ b_{62} = -v/c^2; b_{63} = -1/c^2.$$

Аналогично определяются ненулевые элементы матрицы $G = \|g_{ij}\|_1^6$:

$$g_{11} = 1; g_{23} = 1; g_{34} = 1; \\ g_{42} = 1; g_{43} = v; g_{56} = -1; g_{65} = 1.$$

Каноническая матричная форма дифференциальных уравнений — матричная форма системы дифференциальных уравнений 1-го порядка, неизвестные которой характеризуют состояние сечения оболочки, необходимые для определения ее жесткости и прочности. Известно, что преобразование дифференциальных уравнений в перемещениях (13) к канонической матричной форме является трудоемкой творческой работой. Предлагаем переложить ее на ЭВМ.

Пусть имеется система обыкновенных дифференциальных уравнений в перемещениях (13) с правой частью $\bar{f}(x)$ и физические соотношения (14). Исключив из этих уравнений матрицу B и учитывая при этом, что дифференциальные уравнения имеют постоянные коэффициенты, получим

$$y' = GBG^{-1}y + G\bar{f}(x).$$

Если обозначить $GBG^{-1} = A$ и $G\bar{f}(x) = f(x)$, то приходим к уравнению (1). Расчетная схема задачи и полученные результаты представлены на рис. 2. По краям оболочка жестко заделана и локально нагружена давлением p по площадке, очерченной линиями главных кривизн. Площадка расположена посередине длины образующей. При этом начальные условия формируются на правом краю. Решение задачи Коши мультипликативным методом реализуется справа налево (см. рис. 2).

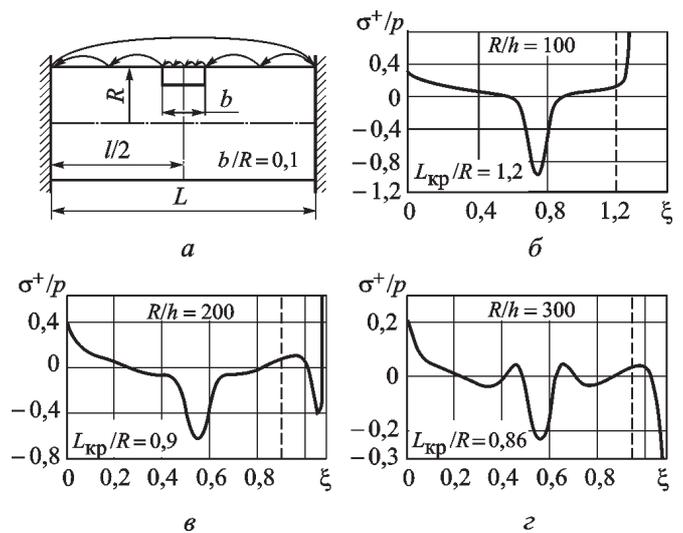


Рис. 2. Расчетная схема:

- a — локально нагруженная оболочка (площадка воздействия очерчена линиями b главных кривизн);
- $b-g$ — концентрация напряжений в оболочке вдоль образующей, проходящей через центр площадки;
- — граница устойчивости счета на ЭВМ;
- ξ — координата вдоль образующей с началом на левом краю

Изменение безразмерных максимальных напряжений σ^+ / p , которые возникают в оболочке вдоль ее нулевой образующей, проходящей через центр площадки нагружения, показано на рис. 2, $b-g$. Вертикальными линиями на

рис. 2, б–г показаны границы устойчивого счета. Критическая относительная длина $L_{кр} / R$ оболочки с относительной толщиной $R / h = 100, 200, 300$ определялась при давлении p , действующем по квадратной в развертке площадке с относительным размером стороны $b / R = 0,1$. Результаты расчета приведены ниже:

R / h	100	200	300
$L_{кр} / R$	1,2	0,9	0,86

Очевидно, что с уменьшением толщины оболочки ее критическая длина уменьшается.

На рисунке 2 видно, что концентрация напряжений происходит в оболочке, главным образом, под площадкой нагружения, а значение максимальных напряжений существенно зависит от толщины оболочки.

Таким образом, предложен простейший метод приведения краевой задачи к начальной для исследования концентрации напряжений при проектировании тонкостенных и в весовом отношении совершенных конструкций, содержащих элементы в виде оболочек.

Аналитический метод позволяет получать результаты с контролируемой погрешностью.

Литература

- [1] Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. *Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций*. Москва, Машиностроение, 1975. 375 с.
- [2] Vinogradov Yu.I. A multiplicative method of solving boundary value problems of shell theory. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, vol. 77, issue 4, pp. 445–451.
- [3] Vinogradov Yu.I. A method of solving linear ordinary differential equations. *Dokl Ross Akad Nauk*, 2006, no. 409(1), pp. 15–18.
- [4] Vinogradov A.Yu., Vinogradov Yu.I. A method of transferring the boundary conditions of Cauchy-Krylov functions for stiff linear

ordinary differential equations. *Dokl Ross Akad Nauk*, 2000, no. 373(4), pp. 474–476.

[5] Vinogradov A.Yu, Vinogradov Yu.I. Cauchy-Krylov functions and algorithms for solving boundary value problems in mechanics of shells. *Doklady Physics*, 2000, vol. 45, issue 11, pp. 620–622.

[6] Виноградов А.Ю., Виноградов Ю.И., Гусев Ю.А., Ключев Ю.И. Метод решения двухточечной краевой задачи с использованием функций Коши–Крылова. *Известия российской академии наук. Механика твердого тела*, 2003, № 2, с. 150–157.

[7] Беляев А.В., Виноградов Ю.И. Модификация метода Годунова решения краевых задач теории оболочек. *Инженерный вестник*, 2013, № 7. URL: <http://engbul.bmstu.ru/doc/597785.html> (дата обращения 20 октября 2013).

References

- [1] Karmishin A.V., Liaskovets V.A., Miachenkov V.I., Frolov A.N. *Statika i dinamika tonkostennykh obolochecnykh konstruksii* [Statics and dynamics of thin-shell structures]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1975. 375 p.
- [2] Vinogradov Yu.I. A multiplicative method of solving boundary value problems of shell theory. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, vol. 77, issue 4, pp. 445–451.
- [3] Vinogradov Yu.I. A method of solving linear ordinary differential equations. *Dokl Ross Akad Nauk*, 2006, no. 409(1), pp. 15–18.
- [4] Vinogradov A.Yu, Vinogradov Yu.I. A method of transferring the boundary conditions of Cauchy-Krylov functions for stiff linear ordinary differential equations. *Dokl Ross Akad Nauk*, 2000, no. 373(4), pp. 474–476.
- [5] Vinogradov A.Yu, Vinogradov Yu.I. Cauchy-Krylov functions and algorithms for solving boundary value problems in mechanics of shells. *Doklady Physics*, 2000, vol. 45, issue 11, pp. 620–622.
- [6] Vinogradov A.Iu., Vinogradov Iu.I., Gusev Iu.A., Kliuev Iu.I. Metod resheniia dvukhtochecnoi kraevoi zadachi s ispol'zovaniem funktsii Koshi-Krylova [Method for solving two-point boundary problem using Cauchy function-Krylov]. *Izvestiia rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids]. 2003, no. 2, pp. 150–157.
- [7] Beliaev A.V., Vinogradov Iu.I. Modifikatsiia metoda Godunova resheniia kraevykh zadach teorii obolochek [Modification of Godunov's method for solving boundary value problems in the theory of shells]. *Inzhenernyi vestnik* [Engineering Gazette]. 2013, no. 7. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/597785.html> (accessed 20 October 2013).

Статья поступила в редакцию 31.10.2013

Информация об авторе

ВИНОГРАДОВ Юрий Иванович (Москва) — доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: vino.yuri@rambler.ru).

Information about the author

VINOGRADOV Yuriy Ivanovich (Moscow) — Dr. Sc. (Phys. Math.), Professor of «Aerospace Systems» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: vino.yuri@rambler.ru).