



**ПЛЕХАНОВ**

**Федор Иванович**

доктор технических наук,  
профессор, директор  
Глазовского инженерно-  
экономического института  
(филиал Ижевского  
государственного  
технического  
университета)



**ОВСЯННИКОВ**

**Алексей Владимирович**

аспирант кафедры  
«Специальные инженерные  
науки»  
(Ижевский  
государственный  
технический университет)

## Силовой расчет механизма восприятия момента зубчато-роликовой планетарной передачи

**Ф.И. Плеханов, А.В. Овсянников**

*Приведен аналитический метод определения нагрузки в зонах сопряжения роликов, сателлита и дисков зубчато-роликовой планетарной передачи, основанный на решении уравнений совместности перемещений, вызванных деформацией сопрягаемых элементов механизма.*

**Ключевые слова:** зубчато-роликовая планетарная передача, внутреннее зацепление, зона сопряжения, деформация, распределение нагрузки.

*The article presents an analytical method to determine a load in the rollers, planetary pinion and disks interfaces of the gear-and-roller planetary gearing based on the solution of compatibility equations of motion caused by deformation of the mechanism mating elements.*

**Keywords:** gear-and-roller planetary gearing, internal engagement, interface, deformation, load distribution.

Планетарные передачи с одним внутренним зацеплением колес и малой разницей в числах их зубьев (передачи К—Н—V) выгодно отличаются от планетарных передач других типов простотой конструкции и высокой несущей способностью при хороших массогабаритных показателях [1]. Наиболее эффективной из них является передача К—Н—V с роликовым механизмом восприятия момента (механизмом V) [2]. Движение от сателлита к тихоходному валу передается через ролики, располагаемые в отверстиях сателлита, и жестко связанные с тихоходным валом диски (щеки) (рис. 1). Диаметры указанных отверстий  $D$  больше диаметров роликов  $d$  на величину межосевого расстояния  $a_w$ . В процессе работы планетарной передачи ролики перекатываются по поверхностям отверстий сателлита и дисков, что благоприятно сказывается на коэффициенте полезного действия и прочности механизма (в аналогичных передачах с цевочным механизмом восприятия момента имеет место скольжение сопрягаемых деталей).

Для расчета на прочность роликового механизма восприятия момента следует установить величины сил, действующих в зонах сопряжения роликов с сателлитом и дисками (рис. 2).

В процессе работы передачи нагрузку воспринимает половина роликов, вторая половина работает на холостом ходу. Причем силы  $P_j$ , действующие на сателлит и на диски со стороны роликов, не одинаковы. Для определения указанных сил запишем уравнения связи их с перемещениями, вызванными деформацией сопрягаемых тел:

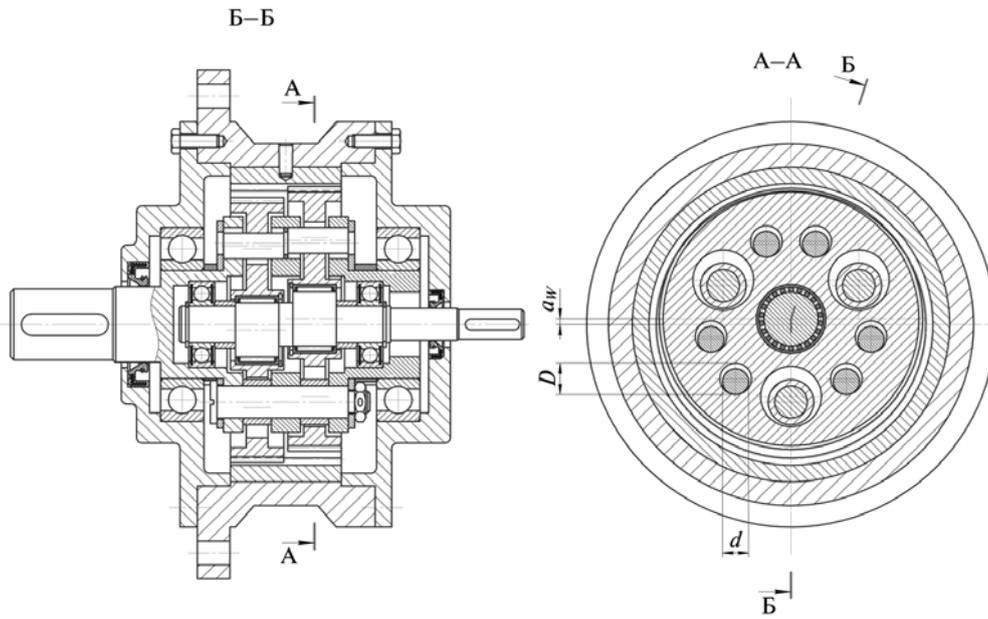


Рис. 1. Зубчато-роликовая планетарная передача К–Н–V

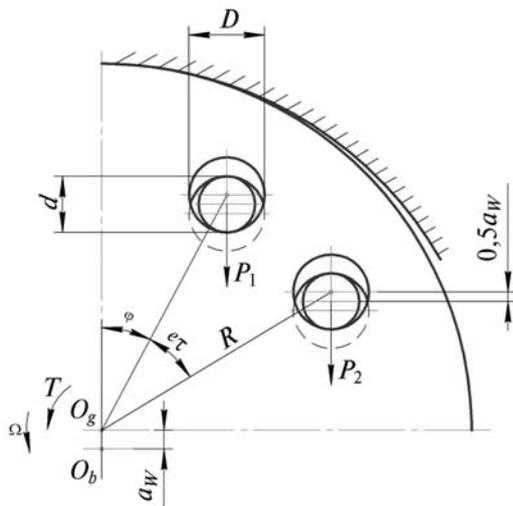


Рис. 2. К определению сил в зонах сопряжения роликов с сателлитом и дисками механизма передачи движения

$$\left. \begin{aligned}
 P_1 &= 0,5bc\delta R \sin \varphi, \\
 \text{-----}, \\
 P_j &= 0,5bc\delta R \sin[\varphi + \tau(j-1)], \\
 \text{-----}, \\
 P_{n/2} &= 0,5bc\delta R \sin[\varphi + \tau(0,5n-1)], \\
 \sum_{j=1}^{n/2} P_j R \sin[\varphi + \tau(j-1)] &= T,
 \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $n$  — число роликов;  $\tau$  — угловой шаг отверстий сателлита при равномерном их распре-

лении по окружности радиуса  $R$  ( $\tau = 2\pi/n$ );  $\delta$  — элементарный угол поворота сателлита, обусловленный суммарной деформацией сопрягаемых тел;  $T$  — передаваемый одним сателлитом момент;  $\varphi$  — фаза взаимного положения элементов передачи ( $0 \leq \varphi \leq \tau$ );  $R$  — радиус окружности центров отверстий сателлита;  $b$  — рабочая длина ролика в зоне контакта с сателлитом;  $c$  — удельная жесткость сопряжения ролик — сателлит или ролик — диск (при  $b/d \leq 1$   $c \approx E/4$  [3]).

Уравнения (1) записаны для передачи с одинаковой погонной нагрузкой в зонах сопряжения ролика с сателлитом и дисками механизма восприятия момента, когда суммарная толщина дисков равна длине ролика в зоне контакта с сателлитом  $b$ , что рационально с точки зрения равнопрочности элементов механизма и осевого размера передачи.

Решение системы уравнений (1) имеет следующий вид:

$$P_j = \frac{T \sin[\varphi + \tau(j-1)]}{R \sum_{j=1}^{n/2} \sin^2[\varphi + \tau(j-1)]}. \quad (2)$$

На рис. 3 и рис. 4 приведены кривые зависимости (2) при  $n = 8$  и  $n = 6$ ,  $P_j^* = P_j R / T$ .

Из графиков следует, что при  $n = 8$  и  $\varphi = 0$  наиболее нагруженным является сопряжение третьего ролика с цилиндрической поверхностью сателлита. При изменении фазы взаимного положения элементов планетарного механизма на угол  $\varphi$ , равный угловому шагу отверстий  $\tau$ , максимум нагрузки переходит ко второму ролику, затем к первому и поочередно к другим роликам механизма.

При  $n = 6$  наиболее нагруженным является второй ролик, затем максимум нагрузки переходит к первому ролику и т. д.

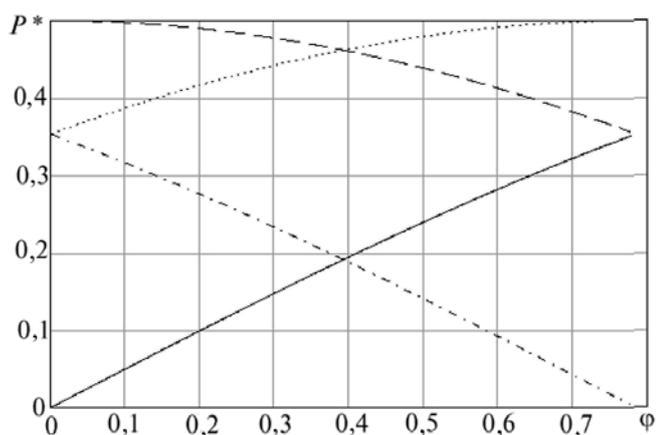


Рис. 3. Зависимость относительных сил в зонах сопряжения роликов и сателлита от фазы взаимного положения элементов передачи при  $n = 8$ :  
 —  $P_1^*$ ; ..... —  $P_2^*$ ; - - - - -  $P_3^*$ ;  
 - · - · -  $P_4^*$

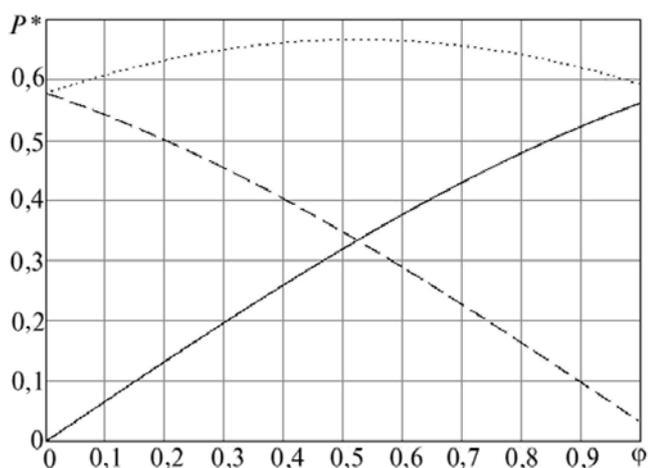


Рис. 4. Зависимость относительных сил в зонах сопряжения роликов и сателлита от фазы взаимного положения элементов передачи при  $n = 6$ :  
 —  $P_1^*$ ; ..... —  $P_2^*$ ; - - - - -  $P_3^*$

Погрешности изготовления и монтажа передачи приводят к изменению соотношения между силами, действующими на ролики и сопрягаемые с ними детали, что следует учитывать при проектировании планетарного механизма.

Рассмотрим наиболее неблагоприятный в отношении распределения нагрузок случай, когда ролик, несущий максимальную нагрузку, имеет диаметр, больший на величину  $\Delta d$  диаметров остальных нагруженных роликов, а соответствующие этому ролику диаметры отверстий меньше на  $\Delta D$  диаметров других отверстий. При выполнении отверстий дисков и сателлита в сборе погрешности их расположения  $\Delta R$  и  $\Delta \tau$  практически не оказывают влияния на распределение нагрузок.

В соответствии с этим система уравнений (1) примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= k \sin \varphi, \\ &-----, \\ P_j &= k \sin[\varphi + \tau(j-1)], \\ P_{j_m} &= k \sin[\varphi + \tau(j_m - 1)] + 0,5bc\Delta, \\ &-----, \\ P_{n/2} &= k \sin[\varphi + \tau(0,5n - 1)], \\ T &= kR \sum_{j=1}^{n/2} \sin^2[\varphi + \tau(j-1)] + 0,5Rbc\Delta \sin[\varphi + \tau(j_m - 1)], \end{aligned} \right\} (3)$$

где  $k = 0,5bc\delta R$ ;  $\Delta = \Delta d + |\Delta D|$ ;  $P_{j_m}$  — сила, действующая на наиболее нагруженный ролик при заданном их числе  $n$ .

Отсюда

$$k = \frac{T - 0,5R\Delta bc \sin[\varphi + \tau(j_m - 1)]}{R \sum_{j=1}^{n/2} \sin^2[\varphi + \tau(j-1)]}, \quad (4)$$

$$F^* = P_m \frac{R}{T} = \Delta^* + \frac{1 - \Delta^* \sin[\varphi + \tau(j_m - 1)]}{\sum_{j=1}^{n/2} \sin^2[\varphi + \tau(j-1)]} \times \sin[\varphi + \tau(j_m - 1)], \quad (5)$$

где  $\Delta^* = \frac{R\Delta bc}{2T}$ .

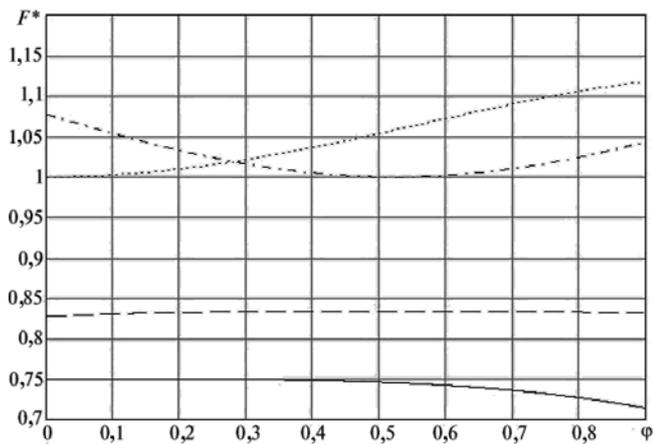


Рис. 5. График зависимости относительных сил  $F^*$  от  $\varphi$ :  
 —————  $n = 8, \Delta^* = 0,5$ ; .....  $n = 8, \Delta^* = 1$ ;  
 - - - - -  $n = 6, \Delta^* = 0,5$ ; - · - · -  $n = 6, \Delta^* = 1$

На рис. 5 представлен график зависимости максимальной относительной силы  $F^*$  от фазы взаимного положения элементов передачи  $\varphi$  и относительной погрешности  $\Delta^*$  при  $n = 6$  и  $n = 8$ .

## Выводы

Из выполненных расчетов и построенных по ним графиков следует, что зубчато-роликовая

передача К—Н—V очень чувствительна к погрешностям изготовления роликов и сопрягаемых с ними поверхностей ( $\Delta d$  и  $\Delta D$ ). При относительной погрешности  $\Delta^* = 1$  и определенных значениях фазы взаимного положения элементов передачи нагрузку несет практически один ролик.

Таким образом, при расчете сопряжения ролик — спутник или ролик — диск на прочность следует учитывать погрешности изготовления передачи и определять нагрузку в соответствии с приведенными зависимостями.

## Литература

1. Кудрявцев В.Н., Кирдяшев Ю.Н., Гинзбург Е.Г. Планетарные передачи: Справочник. Л.: Машиностроение, 1977. 563 с.
2. Пат. № 2402709, РФ, МПК F16H 1/32. Планетарная передача / Плеханов Ф.И., Веретенников Н.Д., Каркин Н.А., Казаков И.А. Оpubл. 27.10.2010, бюл. № 30.
3. Плеханов Ф.И., Овсянников А.В., Казаков И.А. Экспериментальное исследование деформативности элементов планетарных передач // Научно-технические и социально-экономические проблемы регионального развития: Материалы научной конференции. Глазов, 2010. С. 76—78.

Статья поступила в редакцию 13.01.2011 г.