№ 11 2007

РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ МАШИН

621.83.062.6

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЗМА СВОБОДНОГО ХОДА НА УСЛОВИЯ ЕГО ЗАКЛИНИВАНИЯ

Асп. М. А. ФОЛИФОРОВ

Рассматривается храповый механизм свободного хода (МСХ) нефрикционного типа с учетом невозможности точного исполнения его элементов. Предлагается расчетный метод, основанный на теории случайных функций, позволяющий учесть влияние погрешностей изготовления элементов МСХ на условия его заклинивания и на вероятность включения в работу максимального количества рабочих тел. Предпринимается попытка учета упругостей. Приводится пример упрощенного расчета по предложенной методике.

This article concerns the free travel ratchet mechanism of the non-frictional type with the account of the impossibility of its elements precise manufacture. There have been offered the calculation method based on the theory of the indefinite functions. This method gives the possibility to take into consideration the influence of the errors of manufacture of the free travel mechanism elements on conditions of the mechanism locking and on the probability to put into operation as many working bodies as possible. There have been made the attempt to take into consideration the elasticity and also there have been given the example of the simplified calculation according to the suggested procedure.

Неточность изготовления отдельных элементов механизма свободного хода (МСХ) ведет к нарушению предусмотренных идеальной конструкцией условий заклинивания, увеличению нагрузок и вероятности быстрого выхода из строя [1]. Очевидно, определение этого влияния может уже при проектировании МСХ способствовать правильному назначению допусков на его элементы и использовать конструктивные возможности МСХ в полной мере.

Нами рассматривается МСХ храпового типа с рабочими телами, шарнирно закрепленными на внутренней обойме, с зубчатой внешней обоймой (рис. 1). Воспользуемся обозначениями:

m — число рабочих тел; n — число зубцов; l — длина рабочего тела AB; r — радиус крепления осей рабочих тел; R — радиус впадин зубьев; R_1 — радиус выступов зубьев; α — угол сектора каждого зуба; β — шаг угла заклинивания МСХ; γ — угол, соответствующий расстоянию между осями крепления рабочих тел; φ — угловая координата точки крепления пластины относительно начала отсчета.

Выведем зависимости суммарных погрешностей изготовления различных элементов МСХ, влияющих на условия заклинивания рабочих тел. Эти отклонения складываются из неточностей геометрических размеров всех элементов МСХ.

Максимальное смещение δ оси A крепления рабочего тела по касательной к окружности можно записать в виде:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3, \tag{1}$$

где δ_1 — смещение оси A крепления рабочего тела по касательной к окружности из-за погрешностей изготовления внутренней обоймы,

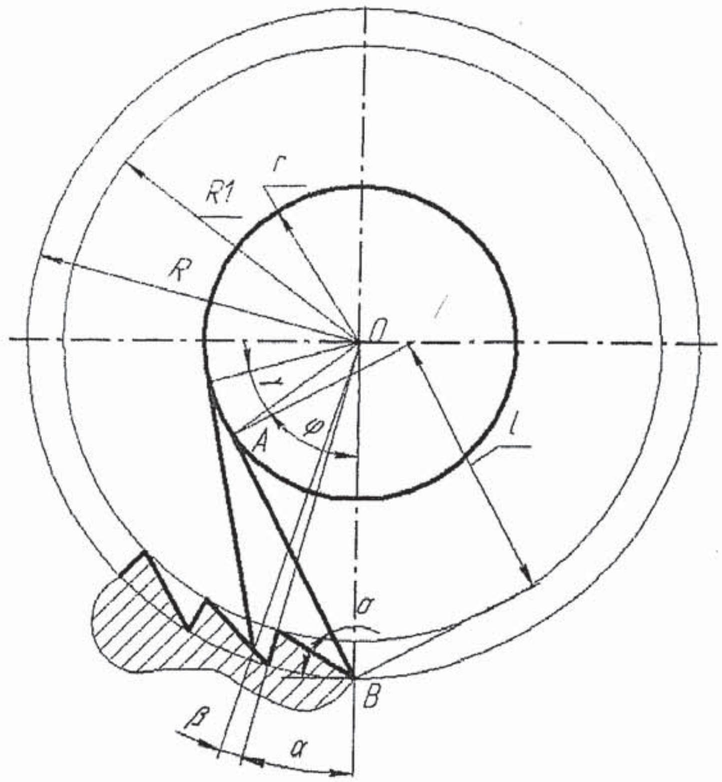

Рис. 1

для данного механизма при $\angle OAB \to 90^0$

$$\delta_1 = \Delta\gamma r\,; \tag{2}$$

δ_2 — смещение оси A крепления рабочего тела по касательной к окружности из-за погрешности изготовления его по длине;

$$\delta_2 = \Delta l\,; \tag{3}$$

δ_3 — смещение оси A крепления рабочего тела по касательной к окружности из-за погрешностей изготовления зубьев храповика (внешняя обойма)

$$\delta_3 = \pm\sqrt{\Delta R^2 + \left(\Delta\alpha R\right)^2}\,, \tag{4}$$

ΔR, Δl, $\Delta\gamma$, $\Delta\alpha$ — отклонения от номинальных величин параметров R, l, γ, α соответственно.

Подставляя (2)—(4) в (1), получаем

$$\delta = \Delta\gamma r + \Delta l \pm \sqrt{\Delta R^2 + \left(\Delta\alpha R\right)^2}\,. \tag{5}$$

Выражение (5) записано для одной кинематической цепи «внутренняя обойма — рабочее тело — внешняя обойма» и для одного положения МСХ и отражает двумерный случай, т. е. в нем учтены лишь размерные параметры, рассматриваемые в плоскости, перпендикулярной оси вращения обойм МСХ.

Обобщая (5) для всех кинематических цепей МСХ, переходим к выражению:

$$\delta_i = \Delta\gamma_i r_i + \Delta l_i \pm \sqrt{\Delta R_j{}^2 + \left(\Delta\alpha_j R_j\right)^2}\,, \tag{6}$$

где i — натуральные числа, номера рабочих тел; j — натуральные числа, номера зубьев внешней обоймы.

Согласно конструкции, при отсутствии каких-либо неточностей в каждом положении МСХ должны включаться k рабочих тел, для которых выполняется равенство [2]

$$j = i\frac{n}{m}. \tag{7}$$

Для них смещения описываются равенством

$$\delta_i = \Delta\gamma_i r_i + \Delta l_i \pm \sqrt{\Delta R_{i\frac{n}{m}}{}^2 + \left(\Delta\alpha_{i\frac{n}{m}} R_{i\frac{n}{m}}\right)^2}. \tag{8}$$

Предположим, что смещения осей рабочих тел для рассматриваемого МСХ согласуются с законом нормального распределения Гаусса:

$$P = \int_{\alpha}^{\beta} y dx,$$

где P — вероятность попадания результирующего отклонения в интервал $(\alpha;\ \beta)$; y — плотность нормального закона распределения,

$$y = \frac{1}{\sqrt{D}\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(X(i)-M)^2}{2D}},$$

здесь $X(i) = \delta_i$ — случайная функция смещений осей крепления пластин по касательной к окружности; D — дисперсия случайной функции $X(i)$; M — математическое ожидание случайной функции $X(i)$; X — случайное значение функции $X(i)$.

Используем теорию случайных функций [3], описывающую связь некоторой случайной функции и случайных функций, ее составляющих. Случайными функциями в данном случае являются ΔR, Δl, $\Delta\gamma$ и $\Delta\alpha$.

Так как $X(i) = \delta_i$, то математическое ожидание и дисперсия функции $X(i)$ запишутся в виде

$$\begin{aligned} M\left[X(i)\right] &= rm_{\Delta\gamma} + m_{\Delta l} \pm \sqrt{m_{\Delta R}^2 + \left(m_{\Delta\alpha} R\right)^2} \\ D\left[X(i)\right] &= r^2 D_{\Delta\gamma} + D_{\Delta l} + D\left[\sqrt{\Delta R^2 + \left(\Delta\alpha R\right)^2}\right]. \end{aligned} \tag{9}$$

В данном выражении знак корня выбирается исходя из геометрических соображений.

Закон распределения Гаусса графически можно представить в виде

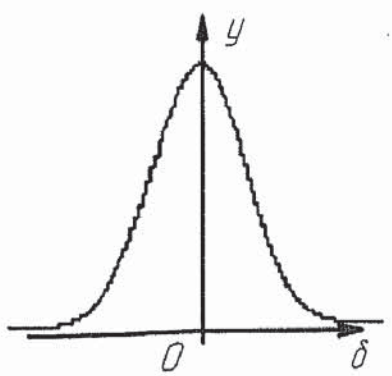

Рис. 2

Согласно данному распределению смещения δ могут быть как положительными, так и отрицательными, однако при отсутствии упругостей заклиниваться всегда будет лишь то рабочее тело, для которого $\delta = \delta_{max}$. Таким образом, функция, представленная на рис. 2, не соответствует условиям заклинивания рабочих тел.

Для устранения данного несоответствия введем величину D — зазор в зоне контакта рабочего тела и зуба для «жесткого» случая

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \delta_{max} - \delta_1 \\ \Delta_2 &= \delta_{max} - \delta_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta_k &= \delta_{max} - \delta_k \end{aligned} \qquad (10)$$

При этом максимальная величина зазора будет равна разности крайних значений смещений осей крепления пластин: $\Delta_{max} = \delta_{max} - \delta_{min}$. Тогда точку δ_{max} примем за начало координат, а точка δ_{min} будет иметь координату $-\Delta_{max}$ (рис. 3).

Для закона распределения Гаусса имеет место правило «трех сигм», согласно которому, «если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит 3σ»

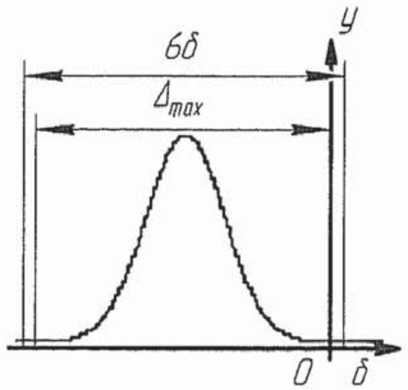

Рис. 3

$$|X - M(X)| < 3\sigma,$$

где $\sigma = \sqrt{D[X(i)]}$ — среднеквадратичное отклонение случайной величины X. Таким образом, справедливо неравенство:

$$\Delta_{max} \leq 6\sigma. \qquad (11)$$

Данное выражение играет ключевую роль в условии заклинивания рабочих тел МСХ. В случае отказа от жесткой схемы МСХ и введения упругостей можно получить некоторую величину суммарной податливости элементов МСХ, постоянную для всего механизма. Обозначим через s возможное перемещение оси пластины вследствие суммарной податливости элементов МСХ.

Тогда заклиниваться будут те рабочие тела, для которых выполняется неравенство

$$\Delta \leq s. \qquad (12)$$

Обобщая (12) для всего механизма, получаем условие заклинивания всех рабочих тел в случае приближения закона распределения элементов МСХ к закону нормального распределения Гаусса

$$6\sigma \le s. \tag{13}$$

При выполнении условия (13) крутящий момент будет передаваться всеми рабочими телами, хотя усилия в зоне контакта, очевидно, будут неодинаковы.

Рассмотрим простейший пример МСХ и построим для него кривую нормального распределения Гаусса.

Зададим параметры: $m=4$, $n=6$, l = 30 мм, r = 40 мм, R = 50 мм, $\alpha = 60^0 = \pi/3$, $\gamma = 90^0 = \pi/2$. Отклонения исходных параметров от номинальных значений (не превышают поле допуска)

$\Delta\alpha_1 = 0,01$ рад, $\Delta\alpha_2 = -0,015$ рад, $\Delta\alpha_3 = 0,005$ рад, $\Delta\alpha_4 = -0,01$ рад, $\Delta\alpha_5 = 0,012$ рад, $\Delta\alpha_6 = -0,008$ рад.

$$\Delta\gamma_1 = 0,009 \text{ рад}, \ \Delta\gamma_1 = -0,012 \text{ рад}, \ \Delta\gamma_1 = -0,01 \text{ рад}, \ \Delta\gamma_1 = 0,011 \text{ рад}.$$

$$\Delta l_1 = 0,1 \text{ мм}, \ \Delta l_2 = -0,12 \text{ мм}, \ \Delta l_1 = 0,08 \text{ мм}, \ \Delta l_1 = -0,04 \text{ мм}.$$

$$\Delta R_1 = 0,1 \text{ мм}, \ \Delta R_2 = -0,2 \text{ мм}, \ \Delta R_3 = 0,08 \text{ мм}, \ \Delta R_4 = -0,15 \text{ мм}, \ \Delta R_5 = 0,2 \text{ мм},$$

$$\Delta R_6 = -0,14 \text{ мм}.$$

Математические ожидания отклонений исходных параметров

$$m_{\Delta\alpha} = -0,001 \text{ рад}, \ m_{\Delta\gamma} = -0,0005 \text{ рад}, \ m_{\Delta l} = -0,005 \text{ рад}, \ m_{\Delta R} = -0,018 \text{ рад}.$$

Математическое ожидание функции $X(i)$

$$M = 40(-0,0005) - 0,005 - \sqrt{(-0,018)^2 + (-0,001 \cdot 50)^2} = -0,078 \text{ мм}.$$

Дисперсии будут: $D_{\Delta\gamma} = M(\Delta\gamma^2) - [M(\Delta\gamma)]^2$,

$$M(\Delta\gamma^2) = 0,0001115, \ [M(\Delta\gamma)]^2 = (m_{\Delta\gamma})^2 = 2,5\cdot 10^{-7}, \ D_{\Delta\gamma} = 0,00011125.$$

$$D_{\Delta l} = M(\Delta l^2) - [M(\Delta l)]^2,$$

$$M(\Delta l^2) = 0,0081, \ [M(\Delta l)]^2 = (m_{\Delta l})^2 = 2,5\cdot 10^{-5}, \ D_{\Delta\gamma} = 0,008075.$$

$$D\left[\sqrt{\Delta R^2 + (\Delta\alpha R)^2}\right] = M\left(\Delta R^2 + (\Delta\alpha R)^2\right) - \left[M\left(\sqrt{\Delta R^2 + (\Delta\alpha R)^2}\right)\right]^2,$$

$$M\left(\Delta R^2 + (\Delta\alpha R)^2\right) = 0,29725, \ \left[M\left(\sqrt{\Delta R^2 + (\Delta\alpha R)^2}\right)\right]^2 = 0,002824,$$

$$D\left[\sqrt{\Delta R^2 + (\Delta\alpha R)^2}\right] = 0,294426.$$

Результирующее значение дисперсии оказывается равным

$$D = r^2 D_{\Delta\gamma} + D_{\Delta l} + D\left[\sqrt{\Delta R^2 + (\Delta\alpha R)^2}\right] =$$

$$= 40^2 \cdot 0,00011125 + 0,008075 + 0,264426 + 0,480501 \approx 0,48$$

Среднеквадратичное отклонение: $\sigma = \sqrt{D} = 0,69$ мм. Графическое представление полученного результата изображено на рис. 4.

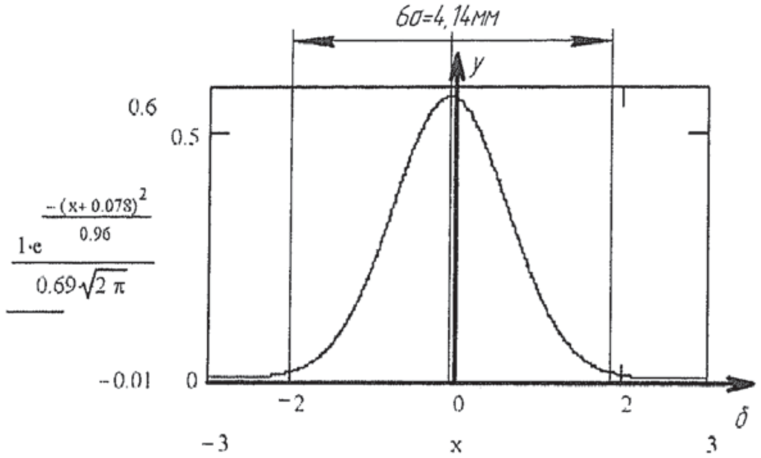

Рис. 4

Следовательно, все возможные зазоры зубьев и рабочих тел в зоне контакта при любом их взаимном расположении не превысят 4,14мм.

Таким образом, предлагаемая методика позволяет делать рекомендации по выбору полей допусков на элементы МСХ с учетов геометрии механизма в целом и при этом добиваться включения наибольшего количества рабочих тел и снижения за счет этого нагрузок на каждое рабочее тело в зоне контакта с зубчатой обоймой МСХ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонов А. И. Инерционные автоматические трансформаторы вращающего момента. — М.: Машиностроение, 1978. — 224 с.
2. Конструирование, управление и эксплуатация в транспортном комплексе: Монография / Под ред. Ю. А. Микипориса. — Ковров: КГТА, 2006. — 116 с.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов — М.: Высшая школа, 2003. — 479 с.