

$$\Pi(t) = K(t) / \sin^2 \vartheta,$$

т.е. полная энергия элемента конструкции определяется выражением кинетической энергии, общим для всех тонкостенных элементов конструкций, колебания которых зависят по (2) от одной функции времени.

При указанном условии дифференциальное уравнение движения собственных колебаний представляет собой уравнение Эйлера соответствующей вариационной задачи. Поэтому при $m = \text{const}$ и $\omega_0 = \text{const}$ из равенства (5) следует $\Pi = \text{const}$, т.е. приходим к консервативной системе.

На каждой форме собственных колебаний в адиабатической системе существует инвариант

$$J_k = \frac{\Pi_k(t)}{m(t)\omega_k(t)},$$

т.е. обнаруживается квантование, аналогичное тому, как квантуются частоты в теории собственных колебаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний. — М.: Высшая школа, 1972. — 416 с.
2. Лежнева А. А. Изгибные колебания балки переменной длины. — МТТ. — 1970. — № 1. — С. 159—162.
3. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — Москва - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. — 500 с.

531.8

ВЛИЯНИЕ УГЛА ПОВОРОТА КОНСОЛЬНОЙ ПРУЖИНЫ, ПОДВЕРЖЕННОЙ ДЕЙСТВИЮ СИЛ ГРАВИТАЦИИ, ВОКРУГ ОСИ В ЗАДЕЛКЕ НА ПРОГИБЫ СВОБОДНОГО КРАЯ И СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ

Асп. Р. Н. БАДИКОВ, д-р техн. наук, проф. Ф. Д. СОРОКИН

На основе известных уравнений механики стержней В.А. Светлицкого формулируется краевая задача для консольной винтовой цилиндрической пружины с прямой осью, подверженной действию сил тяжести, с помощью которой проводится решение задачи поиска зависимости прогиба свободного края и первых восьми собственных частот от угла поворота пружины вокруг собственной оси в заделке.

The equations of the theory of thin elastic rod was used to solve the boundary value problem which was formed for one edge fixed screw cylindrical spring subjected to gravity loading. Based on this static solution the lower own frequency was found for different values of angle about screw axis on the fixed edge.

Цилиндрическая пружина является объектом, сложным для расчетов, ввиду нетривиальной геометрии. Существуют приближенные методы поиска решений для нагруженных цилиндрических пружин, основанные на эмпирических зависимостях [1, 2]. Подобные методики расчета дают результаты с приемлемой для инженерной практики точностью, однако существуют более точные методы решения подобных стержневых задач, основанные на применении дифференциальных уравнений механики стержней [3—5]. Применение менее

точных методов, было обусловлено отсутствием доступной вычислительной базой (ЭВМ), необходимой для решения нелинейных краевых задач механики стержней. Развитие электронных вычислительных средств за последние десятилетия позволило автоматизировать и ускорить процесс решения сложных краевых задач и вывело нерациональные ранее методы численного решения на уровень общедоступности.

Применение более точных методов, основанных на использовании уравнений механики стержней, позволяет взглянуть на проблему статического и динамического анализа цилиндрических пружин на качественно новом уровне. На характеристики пространственного криволинейного стержня, в значительной степени, могут влиять условия закрепления его концов. Так, для консольно закрепленной цилиндрической пружины прогиб свободного края и частотные характеристики различны для случая, когда положение закрепленного конца находится на верхней огибающей контура пружины (рис. 1, а) и для случая, когда конец находится на нижней огибающей контура пружины (рис. 1, б), ввиду различия положения точек закрепления для этих двух случаев на величину диаметра пружины.

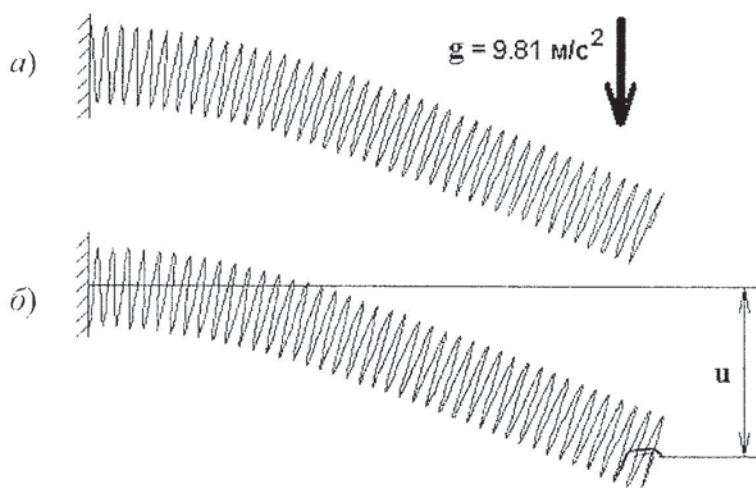


Рис. 1. Расчетная схема

С использованием уравнений механики стержней было [3, 4] проведено исследование зависимости прогиба свободного конца и первых восьми собственных частот от угла поворота цилиндрической пружины вокруг собственной оси в заделке. Для задания положения пружины, соответствующего некоторому углу поворота вокруг собственной оси, решалась геометрически нелинейная краевая задача статики механики стержней. Вращение модели пружины осуществлялось против часовой стрелки, если смотреть на торец пружины в начале пути. Затем, на основе найденного равновесного состояния, проводился поиск восьми первых собственных частот пружины путем решения краевой задачи с использованием уравнений малых колебаний механики стержней. В расчете рассматривалась пружина со следующими параметрами: диаметр проволоки пружины, 2,6 мм; средний диаметр пружины, 26,5 мм; угол подъема витка пружины, 3,35 град.; кол-во рабочих витков, 41 шт.

Расчетная схема задачи изображена на рис. 1. На одном краю пружины фиксировались перемещения и углы поворота. В расчете учитывалась распределенная нагрузка, обусловленная силой тяжести. Пружина из прямолинейного состояния, с использованием нелинейных уравнений механики стержней [3], методом дискретного продолжения по параметру переводилась в нагруженное состояние. Затем решалась задача поис-

ка собственных частот, на основе уравнений малых колебаний механики стержней [4]. Результаты расчета представлены на рис. 2, 3.

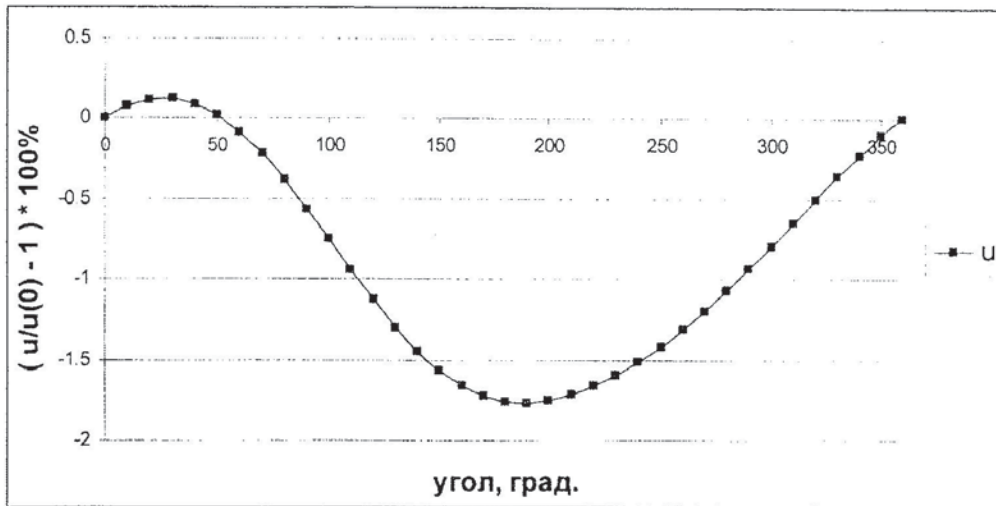


Рис. 2. Зависимость прогиба «оси пружины» свободного края от угла поворота консольной пружины вокруг оси в заделке

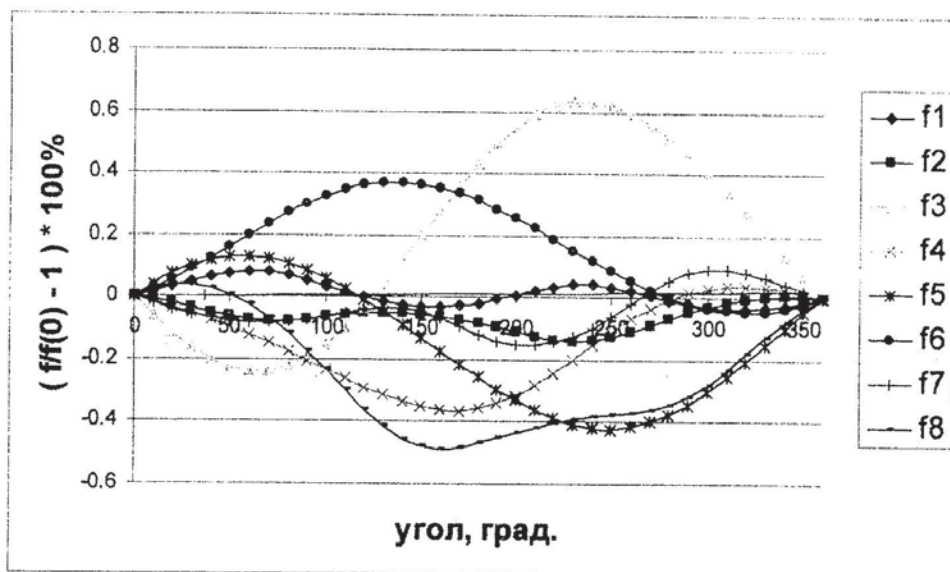


Рис. 3. Зависимость частот от угла поворота консольной пружины вокруг оси в заделке

Выводы

Поставлена и решена с использованием уравнений механики стержней краевая задача статики и динамики малых колебаний консольно закрепленной цилиндрической пружины, подверженной действию сил тяжести, для различных углов поворота вокруг оси пружины в заделке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. — М.: Машиностроение, 1981. — 392 с.
2. Полищук Д. Ф. Обобщенная теория цилиндрических пружин. — Ижевск: Изд-во Удм. ун-та. — 216 с.
3. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов. В 2-х ч. Ч. 1. Статика. — М.: Высшая школа, 1987. — 320 с.
4. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов. В 2-х ч. Ч. 2. Динамика. — М.: Высшая школа, 1987. — 304 с.
5. Расчеты на прочность в машиностроении / С. Д. Пономарев, В. Л. Бидерман и др. — М.: Машигиз, 1959. — Т. 3. — 1120 с.

666.1.4:681.7.068.4

**ОЦЕНКА СТАТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ,
СОДЕРЖАЩЕГО УПРУГО-ВЯЗКУЮ СРЕДУ**

Канд. техн. наук, доц. В.А. ИЛЬИЧЕВ, асп. Л.Б. АЛЕКСЕЕВА, д-р техн. наук, проф. В.П. УВАРОВ

Процесс вытяжки стеклоизделий (световодов) из разогретой стекломассы рассматривается как объект управления, статические свойства которого определяются на основе интегрирования системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Полученные решения позволяют оценить чувствительность процесса к возмущениям в установившемся режиме движения стекломассы.

Process of glassware (optical paths) extract from a liquid glass is considered as a plant of control which static properties are determined on the basis of integration in a system of nonlinear differential partial equations. The received decisions allow to evaluate perturbation responsivity of the process in the established conditions of glass mass flow.

К объектам управления, содержащим упруго-вязкую среду, можно отнести разнообразные технологические процессы изготовления одножильных и многожильных стеклянных стержней и волокон. Это могут быть световоды, полые трубки, тонкие штабики с диаметром поперечного сечения 0,5...2 мм. При их изготовлении применяется метод вытягивания из фильеры или заготовки, конец которой размягчен под действием температуры. Размягченное таким образом стекло может вытягиваться под действием собственной силы тяжести, внешних растягивающих усилий или выдавливаться из замкнутого объема.

К стеклянным стержням (световодам), используемым в оптической промышленности, предъявляются высокие требования к стабильности диаметра и формы поперечного сечения по их длине. Поэтому технологический процесс изготовления таких стержней требует постоянного контроля и управления.

Выбор структуры управления, определение требований к измерительным комплексам зависит от свойств объекта управления, который включает в себя как собственно процесс вытяжки, так и устройства, осуществляющие вытяжку.

Решение возникающих в связи с этим задач требует, прежде всего, разработки математических моделей, связывающих входные и выходные параметры процесса. Это позволит оценивать статические свойства объекта управления, определяющие чувствительность выхода процесса к изменению технологических параметров в установившемся режиме. На основе такой оценки можно определить допустимые пределы изменения этих параметров.