

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА, ПОДВЕРЖЕННОГО ТЕРМОДИФФУЗИОННОМУ ВОЗДЕЙСТВИЮ УГЛЕРОДА В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ТЕПЛОВОМ ПОЛЕ, ПЕРЕМЕННОМ ПО ДЛИНЕ

Канд. физ.-мат. наук, доц. А. В. МИНОВ

Решена задача термоупругости для полого цилиндра, находящегося в осесимметричном тепловом поле, переменном по длине, а также под воздействием углерода. Учтено влияние на напряженно-деформированное состояние распухания кристаллической решетки стали при проникновении в нее углерода.

Изложим метод определения напряженно-деформированного состояния полого цилиндра, находящегося в осесимметричном тепловом поле, переменном по длине:

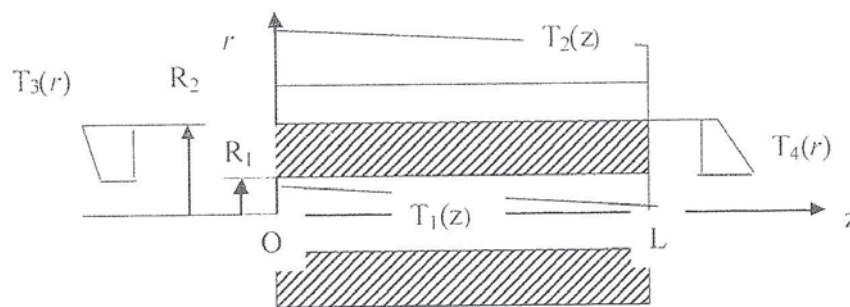


Рис. 1. Граничные условия

Цилиндр подвержен термодиффузионному воздействию углерода.

Решение связанной задачи термодиффузии сводится к интегрированию системы уравнений для определения полей температуры T и концентрации углерода C в теле:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\lambda(T, C) \operatorname{grad} T) &= 0, \\ \operatorname{div}(D(T) \operatorname{grad} C) &= \frac{dC}{dt}, \end{aligned} \quad (1)$$

при следующих краевых условиях: $T=T_1(z)$ при $r=R_1$, $T=T_2(z)$ при $r=R_2$, $0 \leq z \leq L$;

$T=T_3(r)$ при $z=0$, $R_1 \leq r \leq R_2$; $T=T_4(r)$ при $z=L$, $R_1 \leq r \leq R_2$; $C=0$ при $R_1 \leq r \leq R_2$, $t=0$;

$$C=0 \text{ при } r=R_1, C=C(t, z) = B \frac{k(T)+1}{k(T)} \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) t^n \text{ при } r=R_2, t \geq 0, \quad (2)$$

Здесь $\lambda = \lambda(T, C)$, $D = D(T)$ - коэффициенты теплопроводности и диффузии соответственно, B , $k(T)$, n - эмпирические коэффициенты, определяющие кинетику науглероживания поверхностного слоя [1], Q - энергия активации, R - газовая постоянная.

Для решения поставленной задачи использован метод временных слоев. Считаем, что в пределах шага по времени поле температур не меняется, но изменяется от шага к шагу. Основываясь на применении метода конечных элементов с использованием вариационно-разностной схемы заменяем краевые задачи (1), (2) эквивалентными им вариационными с поиском минимума функционалов в фиксированный момент времени $t = t'$

$$I = A \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L \left\{ \frac{D(r, z)}{2} \left[\left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)^2 \right] + C \frac{\partial C}{\partial t} \Big|_{t=t'} \right\} r dr dz ,$$

$$I' = A \int_{R_1}^{R_2} \int_0^L \left\{ \frac{\lambda(r, z)}{2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} r dr dz .$$

Для реализации метода конечных элементов разбиваем сечение цилиндра плоскостью, проходящей через его ось, на треугольные элементы. Рассмотрим шесть элементов, примыкающих к узлу (i, j) (рис. 2).

Концентрацию диффундирующего в стенку цилиндра углерода и температуру в пределах каждого конечного элемента аппроксимируем линейными сплайнами. Считаем в пределах каждого элемента коэффициенты диффузии и теплопроводности постоянными, равными средним их значениям в узлах. Используем процедуру Ритца и затем решаем полученную систему обыкновенных дифференциальных уравнений на основе разностной схемы Кранка – Николсона [2].

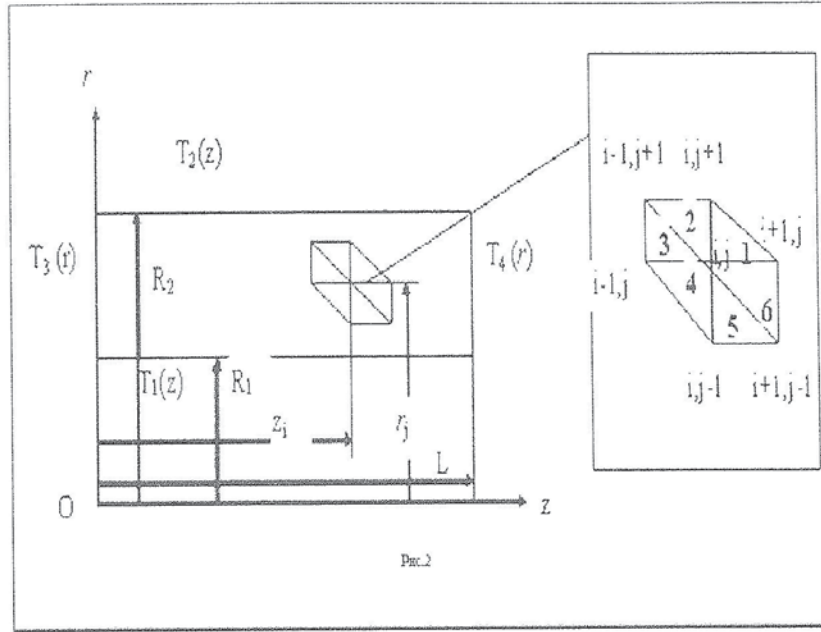


Рис.2

Далее применяем метод последовательных приближений, при этом на каждом временном шаге для определения полей температур и концентрации углерода в стенке, используя метод итераций. Согласно итерационной схеме Зейделя температура и концентрация углерода в узлах на k -ом временном интервале на m -ом итерационном шаге равны

$$T_{i,j}^{k,m} = \frac{1}{A_1} \{ T_{i,j-1}^{k,m} A_2 + T_{i-1,j}^{k,m} A_4 + T_{i,j+1}^{k,m-1} A_5 + T_{i+1,j}^{k,m-1} A_3 \},$$

$$C_{i,j}^{k,m} = \frac{1}{F_1} \{ -F_2 C_{i,j-1}^{k,m} - F_3 C_{i+1,j}^{k,m-1} - F_4 C_{i-1,j}^{k,m} - F_5 C_{i,j+1}^{k,m-1} - F_6 C_{i+1,j-1}^{k,m-1} - F_7 C_{i-1,j+1}^{k,m-1} + H_1 C_{i,j}^{k-1} + H_2 C_{i,j-1}^{k-1} + H_3 C_{i+1,j}^{k-1} + H_4 C_{i-1,j}^{k-1} + H_5 C_{i,j+1}^{k-1} + H_6 C_{i+1,j-1}^{k-1} + H_7 C_{i-1,j+1}^{k-1} \}.$$

Процесс итераций на каждом временном интервале заканчиваем при достижении предельной погрешности расчетов ε :

$$\max_{i,j} \left| \frac{T_{i,j}^{k,m+1} - T_{i,j}^{k,m}}{T_{i,j}^{k,m+1}} \right| \leq \varepsilon_1, \quad \max_{i,j} \left| \frac{C_{i,j}^{k,m+1} - C_{i,j}^{k,m}}{C_{i,j}^{k,m+1}} \right| \leq \varepsilon_2.$$

Для решения задачи термоупругости на каждом временном интервале используя метод суперэлементов. Цилиндр разбиваем на N суперэлементов - "дисков" одинаковой длины, связанных друг с другом продольными связями. Поперечный сдвиг "дисков" разрешен. Поскольку такая связь нарушает условие совместности деформаций в радиальном направлении, то для компенсации этого явления потребуем, чтобы касательные напряжения, возникающие в торцевых сечениях, удовлетворяли условию рав-

новесия по аналогии с поперечным изгибом балки:

$$\tau_{rz} = -\frac{1}{r} \int_{R_1}^r \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} r dr. \quad (3)$$

Задачу термоупругости для каждого суперэлемента рассматриваем как полярно-симметричную, используя метод конечных элементов (концентрических колец). Получив радиальные, окружные и осевые напряжения $\sigma_r(i, j)$, $\sigma_\theta(i, j)$, $\sigma_z(i, j)$ определяем затем касательные напряжения по (3).

При этом численное дифференцирование выполняем, используя формулу Лагранжа с пятью узлами, а при интегрировании – формулу Симпсона.

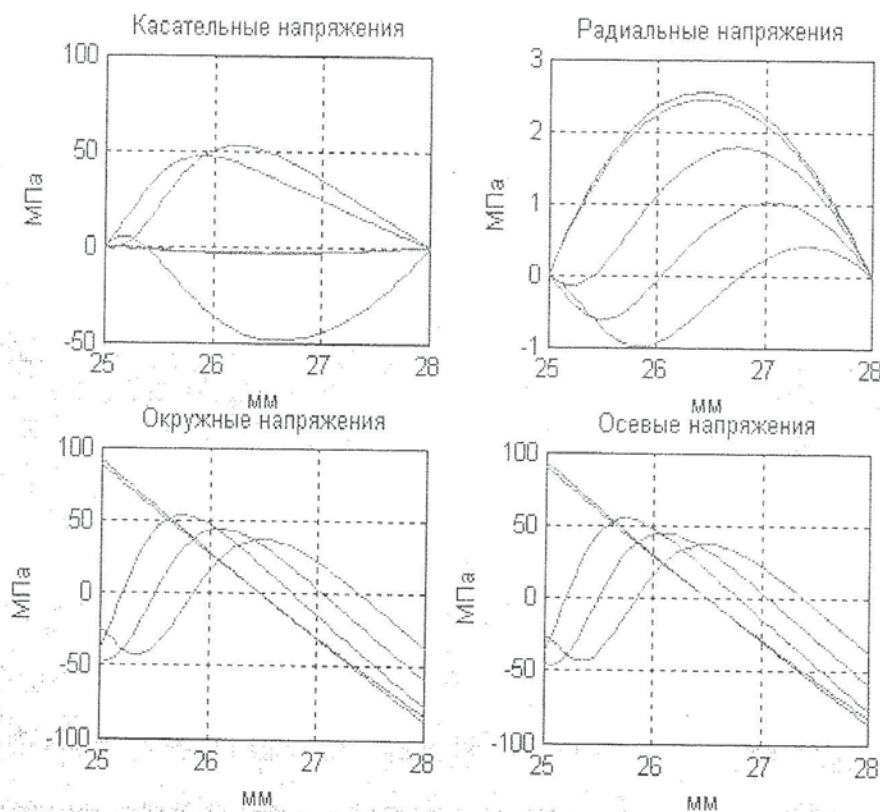


Рис. 3. Графики распределения напряжений (МПа) по радиусу цилиндра в 6, 20, 80, 90 и 100 суперэлементах через 10 000 ч. с учетом эффекта распухания

В качестве примера на рис. 3 приведены графики распределения напряжений по радиусу трубы в различных суперэлементах. Рассмотрен был полый цилиндр с геометрическими размерами $R_1 = 25$ мм; $R_2 = 28$ мм; $L=1000$ мм, находящийся в тепловом поле под воздействием углерода на его внешнюю поверхность. Температура на поверхностях цилиндра меняется по линейному закону:

$$T_2(z) = T_{21} + \frac{T_{22} - T_{21}}{L} z \text{ — на внешней поверхности } (T_{21} = 563 \text{ K}, T_{22} = 973 \text{ K}),$$

$$T_1(z) = T_{11} + \frac{T_{12} - T_{11}}{L} z \text{ — на внутренней поверхности } (T_{11} = 513 \text{ K}, T_{12} = 893 \text{ K}),$$

$$T_3(r) = T_{31} + \frac{T_{32} - T_{31}}{R_2 - R_1}(r - R_1) \text{ на левом торце, } T_4(r) = T_{41} + \frac{T_{42} - T_{41}}{R_2 - R_1}(r - R_1) \text{ на}$$

правом торце; ($T_{31} = T_{11}$, $T_{32} = T_{21}$, $T_{42} = T_{22}$); материал - сталь 1Х18Н10Т.

Таблица

Значения механических и теплофизических характеристик стали 1Х18Н10Т

T, К	Характеристики	C, масс. %					
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
273	λ , Дж/(мм·час·К)	0,287	0,187	0,147	0,127	0,120	0,117
	E, МН/мм ²	183	182	180	178	177	0,171
373	λ , Дж/(мм·час·К)	0,292	0,192	0,150	0,140	0,132	0,125
	E, МН/мм ²	174	170	169	0,166	0,164	0,161
473	λ , Дж/(мм·час·К)	0,296	0,196	0,163	0,151	0,139	0,130
	E, МН/мм ²	164	161	159	157	153	151
573	λ , Дж/(мм·час·К)	0,3	0,210	0,190	0,160	0,146	0,140
	E, МН/мм ²	154	150	149	142	140	135
673	λ , Дж/(мм·час·К)	0,307	0,207	0,177	0,157	0,147	0,140
	E, МН/мм ²	144	121	118	116	115	114
773	λ , Дж/(мм·час·К)	0,318	0,217	0,187	0,167	0,157	0,150
	E, МН/мм ²	135	122	119	117	116	115
873	λ , Дж/(мм·час·К)	0,330	0,237	0,207	0,187	0,177	0,174
	E, МН/мм ²	127	126	125	124	122	121
973	λ , Дж/(мм·час·К)	1,59	1,59	1,59	1,58	1,58	1,58
	E, МН/мм ²	0,343	0,247	0,217	0,197	0,187	0,186
1073	λ , Дж/(мм·час·К)	117	116	115	114	113	111
	E, МН/мм ²	0,364	0,267	0,237	0,217	0,207	0,206
1173	λ , Дж/(мм·час·К)	105	96,7	93,7	91,7	90,7	90,6
	E, МН/мм ²	0,395	0,297	0,267	0,247	0,237	0,227
		95,6	89,7	86,7	84,7	83,7	82,7

В расчетах принимались следующие, полученные на основе [1,3] данные:

коэффициент диффузии $D = D_0 \exp(-k_0/T)$, где $k_0=11150$ К, $D_0=7,4443$ мм²/ч.

Зависимость коэффициента теплопроводности $\lambda(C,T)$ [Дж/(мм·ч·К)] от concentra-

ции углерода (C) и температуры (T) и значения модуля Юнга E [ГПа] представлены в таблице.

Коэффициент Пуассона $\mu=0,3$; $V=2340,87$, $k(T) = 1 - 0.00225(T - 873K)$, $n=0,52$. Параметры распухания η_i ($i=1, \dots, 5$) приняты теми же, что и для стали 45Х и имеют значения [4] $\eta_1=0,0158$; $\eta_2=-0,0855$; $\eta_3=0,2143$; $\eta_4=-0,2422$; $\eta_5=0,1024$. Число элементов разбиения принималось равным $N=100$, $M=50$, Шаг по времени составлял 500 часов. Данные параметры разбиения оказались достаточными для достижения необходимой точности.

Выполнены исследования влияния различных факторов (времени, термочувствительности, эффекта распухания материала) на напряженное состояние.

В наиболее разогретой зоне цилиндра внедрение углерода в кристаллическую решетку приводит к изменению знака и величины напряжений. Максимум напряжений достигается в более холодной зоне, что согласуется с экспериментальными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коррозия конструкционных материалов в натрии /Б..А.Невзоров и др. – М: Атомиздат, 1977. - 264с.
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики–М: Наука, 1989. – 608 с
3. Безухов Н.И., Бажанов В.Л., Гольденблат И.И. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. – М: Машиностроение, 1965.
4. Шляхов С.М., Минов А.В. Оценка параметров распухания цементированного слоя и расчет остаточных напряжений в стержне//Проблемы прочности материалов и конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами. Межвуз. науч. сб.– Саратов, 1999,– с.123-127.