УДК 621.833:539.4

Исследование влияния параметров приближенного зацепления на распределение нагрузки по длине зубьев колес

Ф.И. Плеханов

ПЛЕХАНОВ
Федор Иванович
доктор технических наук, профессор, директор Глазовского инженерно-экономического института (филиал Ижевского государственного технического университета)

Рассматривается внутреннее зацепление эвольвентного сателлита с колесом, зубья которого выполнены в виде перемычек; создана математическая модель, на базе которой установлено влияние нагруженно-деформированного состояния элементов зацепления на закон распределения нагрузки.

Ключевые слова: зацепление, планетарная передача, нагруженно-деформированное состояние, распределение нагрузки.

The internal mesh of involute planet pinions of planetary train with gear, the teeth of which are carried out in the form of cross — piece is considered in the article. Mathematical model is created, on base of which the influence of stressed — deformated state of mesh elements on the law of load distribution is established.

Keywords: mesh, planetary gear, laden — strained state, loading distribution.

Использование в планетарных передачах приближенного внутреннего зацепления позволяет существенно упростить конструкцию механического привода, снизить его радиальный размер. Особенно эффективно использование такого зацепления в планетарных передачах $S - 2R$, содержащих три центральных колеса в качестве основных звеньев (солнечную шестерню S и два колеса с внутренними зубьями R). В указанной конструкции ведомое тихоходное центральное колесо выполнено в виде барабана с зубьями-перемычками, боковые профили которых очерчены по удлиненной эвольвенте, эпитрохоиде или прямой, и расположено коаксиально внутри неподвижного центрального колеса с укороченными эвольвентными зубьями (рис. 1). Солнечная шестерня и сателлиты имеют эвольвентные зубья [1].

Отсутствие момента, разворачивающего сателлит, в описываемой передаче позволяет избавиться от сложного в изготовлении водила, заменив его плавающим опорным кольцом, что благоприятно сказывается на распределении нагрузки по потокам мощности и на несущей способности привода. Однако прогиб зуба-перемычки в процессе работы механизма приводит к неравномерному распределению нагрузки по его длине. В связи с этим для рационального проектирования такой передачи важно установить влияние параметров приближенного зацепления на нагруженно-деформированное состояние зубьев и на закон распределения нагрузки.

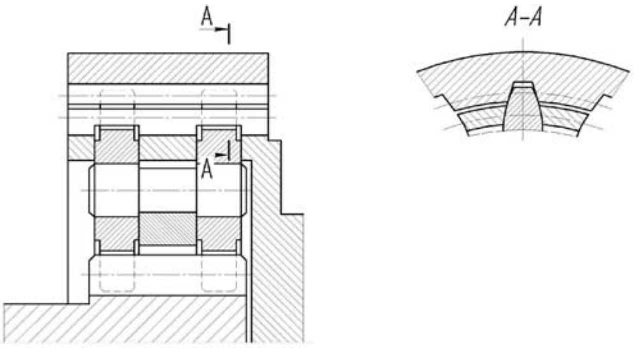

Рис. 1. Планетарная передача с приближенным внутренним зацеплением колес

Для снижения неравномерности распределения нагрузки по длине зуба-перемычки необходимо зуб сателлита выполнить бочкообразным (рис. 2). В этом случае связь между перемещениями в зацеплении выражается уравнением

$$y_к(x) = v - y_з(x) - |y_и(x)|, \tag{1}$$

где $y_к(x)$ — контактное перемещение (сближение зубьев); $v = \mathrm{const}$; $y_з(x)$ — уравнение линии зуба (уравнение линии пересечения боковой поверхности зуба с осной поверхностью сателлита); $y_и(x)$ — перемещение перемычки, обусловленное действием изгибающего момента $M(x)$ и поперечной силы $Q(x)$.

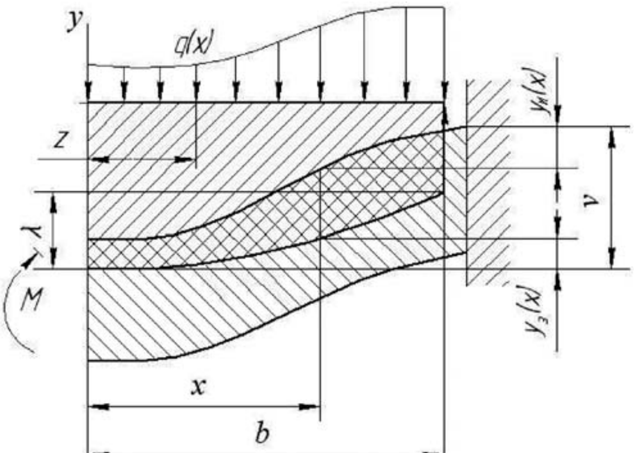

Рис. 2. Схема нагруженно-деформированного состояния зубьев сателлита и тихоходного колеса

Запишем уравнение связи контактного перемещения с погонной нагрузкой $g(x)$ и контактной жесткостью зацепления:

$$C\ (C = E/4\ [2],$$

где E — модуль Юнга, а также уравнение изогнутой оси перемычки:

$$у_к(x) = g(x)/C, \tag{2}$$

$$y_и^{11}(x) = M(x)/(IE) + kg(x)/(GF), \tag{3}$$

$$M(x) = M - \int_0^x g(z)\,(x - z)dz, \tag{4}$$

где k — коэффициент формы сечения перемычки ($k = 1{,}2$); I — осевой момент инерции поперечного сечения перемычки ($I = hs^3/12$); h — высота сечения; s — средняя его толщина; F — площадь поперечного сечения ($F = hs$); G — модуль упругости 2-го рода.

С учетом этого уравнение (1) примет следующий вид:

$$g^{11}(x)/C = -\,y_з^{11}(x) + M(x)/(IE) + kg(x)/GF. \tag{5}$$

Определим $y(x)$, соответствующее равномерному распределению нагрузки ($g(x) = g$):

$$y_з^{11}(x) = [M - \int_0^x g(x - z)dz] + kg/(GF) \tag{6}$$

или

$$y_з^{11}(x) = (M - gx^2/2)/IE + kg/(GF). \tag{7}$$

Из универсального уравнения изогнутой оси $M = gb^2/6$. Тогда, интегрируя дважды дифференциальное уравнение (7), получим

$$y_з(x) = gx^2[(b^2 - 0{,}5x^2)/(IE) + 7{,}2/(GF)]/12. \tag{8}$$

Толщина бочкообразного зуба сателлита у торца должна быть меньше его толщины в средней части:

$$2y_з(b) = 2\lambda = gb^2[3/(hs) + b^2/(hs^3)]/E. \tag{9}$$

Реализовать такое очертание технологически сложно. Наиболее легко реализуемым является очертание в виде дуги окружности радиуса R. В этом случае при $y_з(b) = \lambda(b^2 + \lambda^2)/(2\lambda)$ уравнение кривой имеет вид

$$y_з(x) = R - (R^2 - x^2)^{1/2} = (b^2 + \lambda^2)/(2\lambda) - \{[(b^2 + \lambda^2)/(2\lambda) - x^2]\}^{1/2}. \tag{10}$$

Установим закон распределения нагрузки по длине зуба сателлита, очерченного по кривой, описываемой выражением (10), используя для простоты решения аппроксимацию этого уравнения в виде гиперболического косинуса:

$$y_з(x) = \lambda[ch(1{,}32/b) - 1], \tag{11}$$

где величина λ определяется из равенства (9).

Из уравнения (5) после подстановки в него выражений (4), (11) и дифференцирования по x дважды получим

$$g^{1V}(x) - g^{11}(x)Ck/(GF) + g(x)C/(IE) = \\ = -\lambda C(1{,}32/b)^4 \operatorname{ch}(1{,}32x/b). \qquad (12)$$

Решение данного дифференциального уравнения имеет следующий вид:

$$g(x) = C_1\operatorname{sh}(\alpha x)\sin(\beta x) + C_2\operatorname{ch}(\alpha x)\cos(\beta x) + \\ + A\operatorname{ch}(1{,}32x/b). \qquad (13)$$

Здесь

$$A = \lambda C[Ck(b/1{,}32)^2/(GF) - \\ -C(b/1{,}32)^4/(IE) - 1]^{-1},\ \alpha = n\cos\omega,\ \beta = n\sin\omega;$$

$$n = [12SC/(HE)]^{1/4}/S;$$
$$\omega = 0{,}5\arccos\{k/[48HG^2/(CSE)]^{1/2}\}.$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из уравнения совместности перемещений (1) и уравнения статики:

$$g^1(b)/C = y^1_{\text{и}}(b) - y^1_3(b), \quad \int\limits_0^b g(x)dx = gb.$$

Подставляя сюда выражения (11), (13) и учитывая, что при $x = b$ угловое перемещение перемычки обусловлено только действием поперечной силы (деформацией кручения зуба колеса у мест его заделки в обод пренебрегаем ввиду ее малости, т. е.

$$y^1_{\text{и}}(b) = \int kg(x)dx/(GF) + C_3|_{x=b},$$

$C_3 = 0$ из условия симметрии кривой перемещения), получим после преобразований:

$$C_1[\alpha\operatorname{ch}(\alpha b)\sin(\beta b) - \beta\operatorname{sh}(\alpha b)\cos(\beta b)] + \\ + C_2[\beta\operatorname{ch}(\alpha b)\sin(\beta b) + \alpha\operatorname{sh}(\alpha b)\cos(\beta b)] = \\ = b(g - 1{,}317A)(\alpha^2 + \beta^2), \qquad (14)$$

$$C_1[\alpha\operatorname{ch}(\alpha b)\sin(\beta b) + \beta\operatorname{sh}(\alpha b)\cos(\beta b)] + \\ + C_2[-\beta\operatorname{ch}(\alpha b)\sin(\beta b) + \alpha\operatorname{sh}(\alpha b)\cos(\beta b)] = \\ = kgbC/(GF) - 2{,}294(A + \lambda C)/b. \qquad (15)$$

На рис. 3 представлены кривые распределения нагрузки, отнесенной к среднему ее значению g, в зависимости от длины зуба сателлита, выраженной в долях модуля зацепления m, при отсутствии бочкообразности, т. е. при $\lambda = 0$ (по оси абсцисс отложена координата, отнесенная к половине длины зуба b), а на рис. 4 показаны аналогичные кривые при наличии бочкообразности, построенные по уравнению (13) при $H = m$, $S = 1{,}5m$.

Из представленных на рис. 3 и рис. 4 графиков следует, что при выполнении зубьев сателлита бочкообразными распределение нагрузки по их длине близко к равномерному (при рациональном значении длины всего зуба $B = 2b = 3m$ коэффициент неравномерности $k_{H\beta} = g_{\max}/g$ не превышает 1,03).

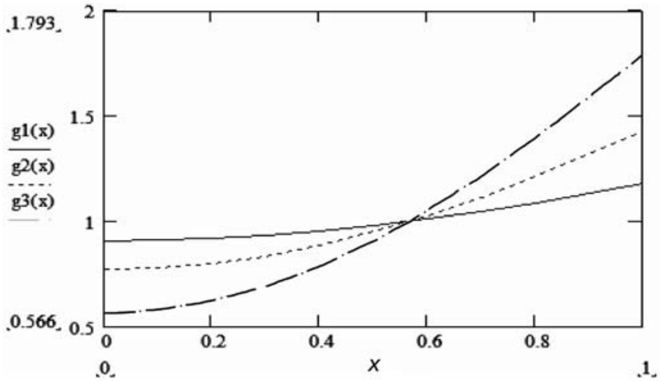

Рис. 3. Кривые распределения нагрузки по длине линии контакта при отсутствии бочкообразности зуба сателлита:

——— — $B = 2b = 2m$; ------ — $B = 2b = 3m$; —·—·—· — $B = 2b = 4m$

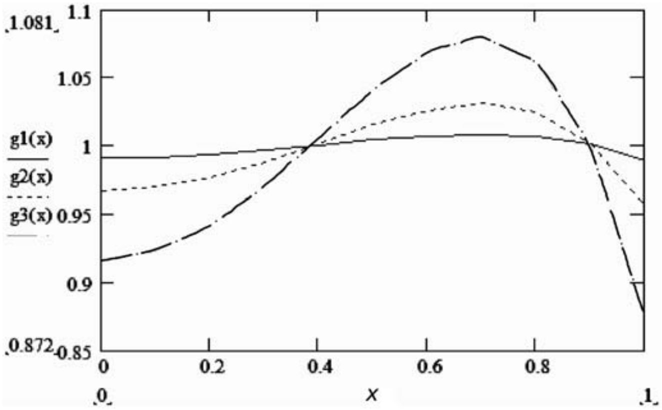

Рис. 4. Кривые распределения нагрузки по длине бочкообразного зуба сателлита:

——— — $B = 2b = 2m$; ------ — $B = 2b = 3m$; —·—·—· — $B = 2b = 4m$

Список литературы

1. *Плеханов Ф.И., Молчанов С.М., Скопин А.А.* Симметрия нагружения элементов — важнейший принцип конструирования зубчатых передач / Приводная техника. 2003. № 4. С. 30—34.

2. *Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д.* Деформативность планетарных механизмов. М.: Наука, 1973. 212 с.

Статья поступила в редакцию 02.03.2009 г.