

539.3

ОЦЕНКА НДС ПОЛОГО ВАЛА, ЦЕМЕНТИРОВАННОГО ПО КОНТУРУ, С ПЕРЕМЕННОЙ ПО ДЛИНЕ ЦЕМЕНТАЦИЕЙ.

Д-р физ-мат. наук, проф. С.М. ШЛЯХОВ, асп. И.А. КАЗАКОВЦЕВ

Решается задача оценки НДС цементруемых по контуру валов с переменной по длине цементацией. В основу решения задачи положен метод конечных элементов и супер-элементов с использованием безмоментной теории цилиндрических оболочек. Представлены результаты расчетов.

The problem of an estimation of the tensely strained condition of shaft carburized on a contour, from a variable length cementation is solved. In a basis of the solution the finite element method and super elements, with use of the momentless theory of cylindrical shells is layed. Results of calculations are given.

Цементацией называется химико-термическая обработка, заключающаяся в диффузионном насыщении поверхностного слоя детали углеродом в углеродсодержащей среде. Назначение цементации - придать поверхностному слою высокую прочность и износостойкость. Фазовые превращения в процессе формирования диффузионного слоя меняют химический состав и физико-механические характеристики стали по глубине насыщения, что приводит к необходимости оценки напряженно-деформированного состояния детали с позиции механики неоднородных тел. Также за счет диффузии активных атомов углерода в глубь кристаллической решетки металла происходит ее «распухание», что создает поле остаточных напряжений [1-3].

Рассмотрим полый цилиндр с радиусом $r = R_2$ и длиной L , цементруемый по контуру (переменная по длине цементации). Торцы цилиндра свободны от закреплений, внешние нагрузки отсутствуют. Отнесем цилиндр к группе средней длины, т.е. предположим, что краевыми эффектами на торцах цилиндра можно пренебречь. Но, с другой стороны, нельзя пренебречь уровнем касательных напряжений, возникающих в сечениях из-за переменной по длине цементации.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние цилиндра. Для решения этой задачи используем метод супер-элементов. Разобьем цилиндр по длине L на ряд коротких цилиндров, или толстых плит, которые условно назовем «дисками». Длина каждого «диска» будет равняться шагу разбиения $h_z = 0,1L$ по оси z (рис.1,а). Анализируя функцию концентрации углерода по сечению цилиндра (из решения задачи диффузии) отмечаем, что до середины слоя цементации концентрация углерода практически изменяется по радиусу на основе линейного закона [1]. Сказанное позволяет

рассматривать лишь половину глубины цементации. В пределах каждого супер-элемента принимаем половинный ее слой равномерным, средним по супер-элементу (рис. 1, б). Для оценки НДС отдельного «диска» разобьем его поперечное сечение по полутолщине науглероженного слоя Δ на n кольцевых элементов. Рассмотрим два соседних кольцевых элемента с номерами $i, i+1$ (рис. 2).

Обозначим R_i, R_{i+1} – средние радиусы соседних колец, $\sigma_{\theta(i)}, \sigma_{\theta(i+1)}$ – окружные напряжения в элементах, q_i, q_{i+1} – контактные давления. Рассмотрим каждый элемент как тонкостенную цилиндрическую оболочку и далее используем для описания их НДС безмоментную теорию.

Полагаем (в пределах каждой такой оболочки) распределение углерода по толщине кольца линейным, а модуль Юнга — постоянным (средним по его толщине):

$$E_i = E_0 - \frac{k_0(c_i + c_{i+1})}{2}, \quad c_{i(r)} = c_i + \frac{c_{i+1} - c_i}{h_i}(r - r_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где k_0 – экспериментальный коэффициент, $r_i \leq r \leq r_{i+1}$, $h_i = r_{i+1} - r_i$.

Окружные напряжения в оболочках определим, суммируя их значения, обусловленные контактным давлением q_i с напряжениями, вызванными распуханием кристаллической решетки [3]

$$\sigma_{\theta(i)} = \frac{q_i(2R_i - h_i) - q_{i+1}(2R_i + h_i)}{2h_i} + \frac{E_i \sum_{k=1}^m \lambda_k (c_i^k - c_{i+1}^k)}{1 - \nu} \cdot \frac{r - R}{h_i}. \quad (2)$$

Для определения осевых напряжений σ_z в каждом супер-элементе примем за основу гипотезу плоских деформаций $\epsilon_z = \xi = const$.

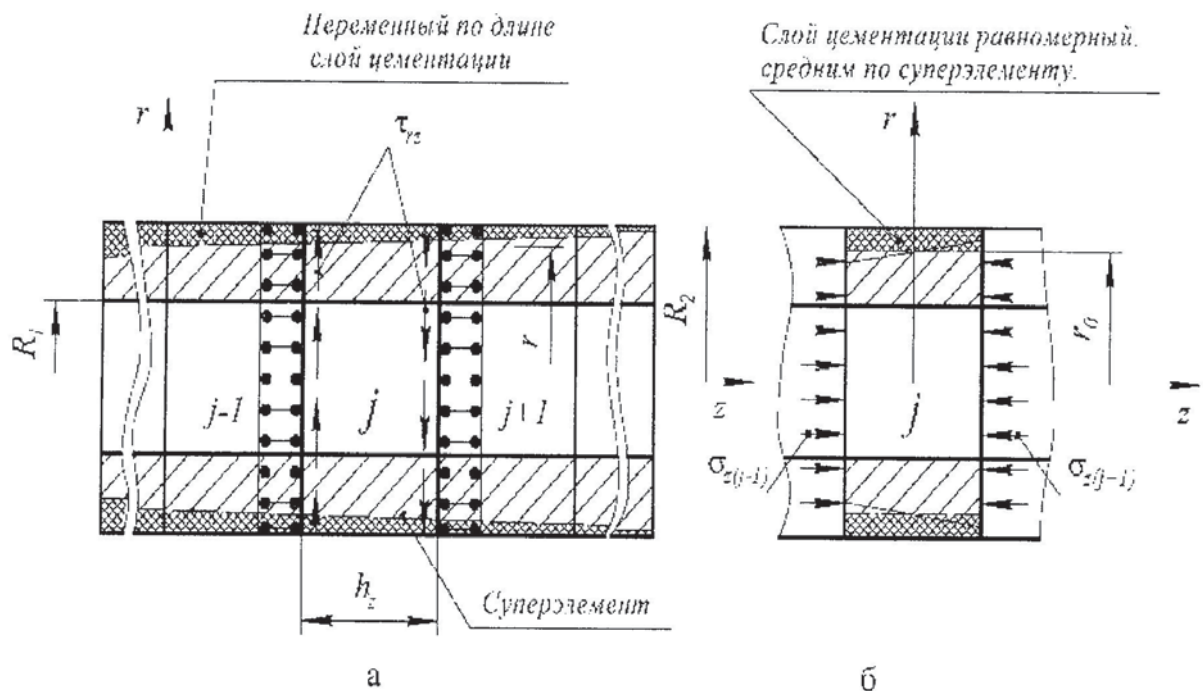


Рис. 1. Разбиение цилиндра на супер-элементы

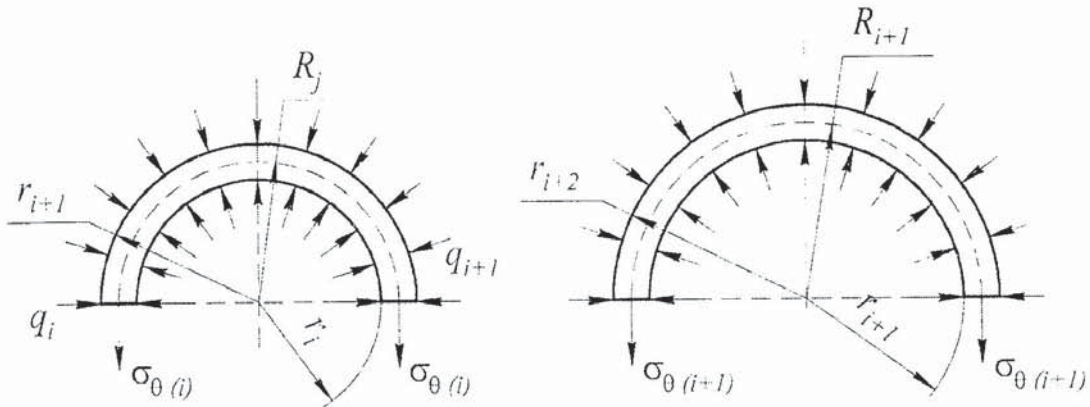


Рис. 2. Схема сопряжения слоев

Пренебрегая радиальными напряжениями σ_r , в каждом из слоев (кольцевых элементов) на основании закона Гука получим

$$\sigma_{z(i)} = E_i \xi + \mu \sigma_{\theta(i)} - E_i \sum_{k=1}^n \lambda_k c_i^k(r), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Внутренний полый цилиндр $r = R_1$ и $r = r_0$ со стороны цементированного слоя испытывает контактные давление q_1 , создавая в цилиндре напряжение

$$\sigma_r = -q_1 \cdot \frac{r_0^2}{r_0^2 - R_1^2} \cdot \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right); \quad (4)$$

$$\sigma_{\theta} = -q_1 \cdot \frac{r_0^2}{r_0^2 - R_1^2} \cdot \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right). \quad (5)$$

Осевые напряжения σ_z при этом будут равны

$$\sigma_z = E_0 \xi - \mu q_1 \cdot \left(1 + \frac{1+k^2}{1-k^2} \right), \quad (6)$$

где $k = R_1 / r_0$.

В случае свободного вала, не защемленного по торцам, нормальные напряжения σ_z будут самоуравновешенными и не создадут продольного усилия N , т.е. будут подчинены условию $N = 0$.

$$N = (r_0^2 - R_1^2) \cdot \left(\xi E_0 + 2\mu \left(-q_1 \frac{r_0^2}{r_0^2 - R_1^2} \right) \right) + 2 \sum_{i=1}^n \int_{r_0}^{r_{i+1}} \sigma_{z(i)} r dr = 0. \quad (7)$$

Из условия (5) в дальнейшем следует искать осевую деформацию ξ .

Для отыскания контактных давлений q_1 и q_i ($i = 2, \dots, n$) используем условие равенства перемещений U_i на радиусе $r = r_0$ (цилиндр и первый слой цементации) и радиусах $r = r_{i+1}$ $i = 1, \dots, n-1$

(между слоями $i \div i+1$)

$$q_1 \left(\frac{\mu(1+\mu)}{E} - \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \frac{1+k^2}{1-k^2} \right) - \mu \xi = \frac{1}{E_1} \left[\sigma_{\theta(1)} - \mu \varepsilon_{z(1)} \right] + \sum_{k=1}^m \lambda_k c_1^k, \quad (8)$$

$$\frac{r_{i+1}}{E_i} \left[\sigma_{\theta(i)} - \mu \sigma_{z(i)} \right] + r_{i+1} \sum_{k=1}^m \lambda_k c^k (r_{i+1}) = \frac{r_{i+1}}{E_{i+1}} \left[\sigma_{\theta(i+1)} - \mu \sigma_{z(i+1)} + r_{i+1} \sum_{k=1}^m \lambda_k c^k (r_{i+1}) \right]. \quad (9)$$

В итоге получим алгебраическую систему уравнений вида

$$\begin{cases} a_1 q_1 + b_1 q_2 = f_1 \\ a_i q_i + b_i q_i + c_i q_{i+2} = f_2 \quad i = 2, \dots, n-1 \end{cases} \quad (10)$$

где обозначено:

$$a_1 = \frac{\mu(1+2\mu)}{E_0} - \frac{1-\mu^2}{E_1} \frac{1+k^2}{1-k^2} - \frac{1-\mu^2}{E_1} \frac{2R-h_1}{h_1}; \quad b_1 = \frac{1-\mu^2}{E_1} \frac{2R_1+h_1}{2h_1};$$

$$f_1 = (1+\mu) \left[\frac{r_1-R_1}{h_1} \sum_{k=1}^m \lambda_k (c_1^k - c_2^k) + \sum_{k=1}^m \lambda_k c_1^k \right];$$

$$a_i = \frac{1-\mu^2}{E_i} \frac{2R_i-h_i}{2h_i}; \quad b_i = -\frac{1-\mu^2}{E_i} \frac{2R_i+h_i}{h_i} - \frac{1-\mu^2}{E_{i+1}} \frac{2R_{i+1}-h_{i+1}}{h_{i+1}};$$

$$c_i = \frac{1-\mu^2}{E_{i+1}} \frac{2R_{i+1}+h_{i+1}}{2h_{i+1}};$$

$$f_2 = (1+\mu) \left[\sum_{k=1}^m \lambda_k (c_{i+1}^k - c_{i+2}^k) \frac{r_{i+1}-R_{i+1}}{h_{i+1}} - \sum_{k=1}^m \lambda_k (c_i^k - c_{i+1}^k) \frac{r_{i+1}-R_i}{h_i} \right].$$

Далее вычисляем касательные напряжения τ_{rz} на стыке смежных супер-элементов, интегрируя уравнение равновесия (по аналогии формулы Журавского для касательных напряжений при изгибе) [5]

$$\tau_{rz} = -\frac{1}{r} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} r dr. \quad (11)$$

Выбор нижнего предела интеграла (11) R_1 обеспечивает выполнение граничного условия

$$\tau_{rz}(r) = 0 \quad \text{при } r = R_1,$$

т.е. отсутствия касательных напряжений на внутренней поверхности цилиндра.

Интеграл находим приближенно, исходя из аппроксимации σ_z линейным сплайном (рис.3)

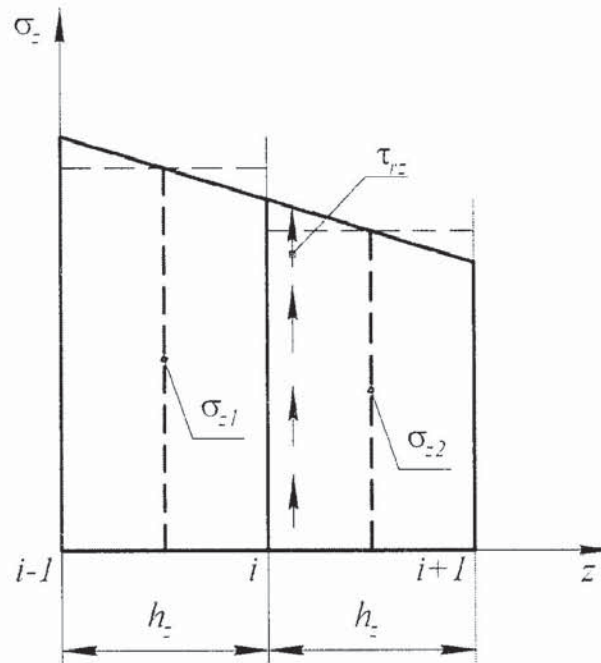


Рис.3. Аппроксимация σ_z линейным сплайном

Отсюда имеем $\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \Big|_{r=r_i} = - \frac{\sigma_{z_1} - \sigma_{z_2}}{h_z} \Big|_{r=r_i}$ на каждом радиусе r_i . Тогда интеграл (11) имеет вид

$$\tau_{rz(i)} = - \frac{1}{r_i} \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_{z_1} - \sigma_{z_2}}{h_z} \cdot r_k \cdot h_k.$$

На основе полученных теоретических исследований проведем практический расчет контактных давлений, радиальных, окружных, осевых и касательных напряжений.

Пример расчета выполнен для вала с геометрическими размерами $r_0 = 0,028$ м, $R_1 = 0,0018$ м, $R_2 = 0,03$ м, $L = 10R_2 = 0,3$ м. Длина супер-элемента $h_z = 0,1L = 0,03$ м. Толщина кольцевого элемента $h_r = 0,0001$ м. Концентрация углерода в поверхностном слое вала $c = 1\%$, материал вала – сталь 45X. Значение модуля Юнга $E_0 = 2,15 \cdot 10^5$ МПа и экспериментальный коэффициент $k_0 = 0,108 \cdot 10^5$ МПа [2]. Коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$. Параметры распухания кристаллической решетки l_i ($i = 1, \dots, 5$) принятые для стали 45X имеют значения $\lambda_1 = 0,0158$; $\lambda_2 = -0,0855$; $\lambda_3 = 0,2143$; $\lambda_4 = -0,2422$; $\lambda_5 = 0,1024$ [4].

Для иллюстрации решения выбираем пятый и шестой супер-элемент в середине цементированного вала, с полутолщиной цементированного слоя соответственно $\Delta_5 = 0,0015$ м и $\Delta_6 = 0,0014$ м. Определяем напряженно-деформированное состояние для каждого супер-элемента по следующей методике. Задаем начальные значения: осевая деформация $\xi_1 = 0$ и контактное давление между основным валом и первым кольцевым элементом $q_1 = 0$. Далее по схеме Гаусса—Зейделя ищем решение системы (8).

Получив контактные давления между кольцевыми элементами, уточняем значение q_1 по первому условию системы (8) и цикл повторяется до тех пор, пока q_1 не перестанет изменяться. По условию (5) рассчитываем продольную силу $N_1 \neq 0$. Затем задаем новое значение осевой деформации $\xi = \xi_2$ и повторяем решение до получения продольной силы $N_2 \neq 0$.

В силу линейности задачи действительную деформацию $\xi = \xi_0$ определим из соотношения $\xi_0 = \frac{N_1 \xi_2}{N_1 - N_2}$. Для найденной осевой деформации $\xi = \xi_0$ решение повторяется для определения действительных давлений q_i и радиальных, окружных, осевых напряжений. Касательные напряжения находим из условия (11). Эпюры напряжений по сечению представлены в виде графиков (рис. 4 и 5).

Таким образом, изложенная методика позволяет определить напряженно-деформированное состояние цементируемых по контуру полых валов. Проведенные исследования показывают, что эффект распухания кристаллической решетки оказывает существенное влияние на уровень напряжений. На этом основании можно сделать вывод о необходимости учитывать эффект распухания кристаллической решетки при исследовании НДС деталей, подвергаемых химико-термической обработке (цементации).

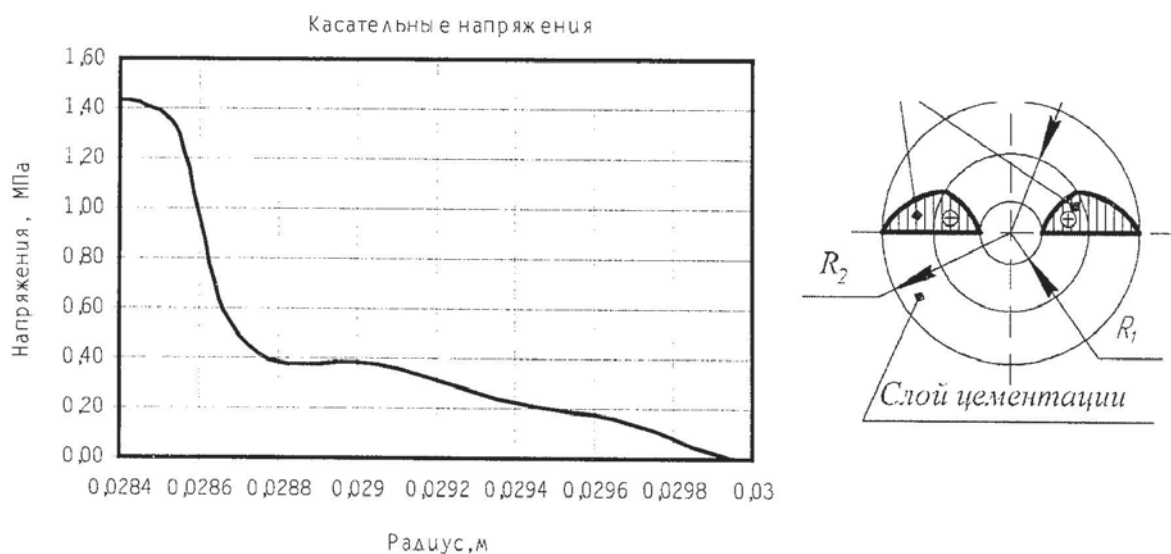


Рис. 4. Графики распределения касательных напряжений между пятым и шестым супер-элементами по сечению вала

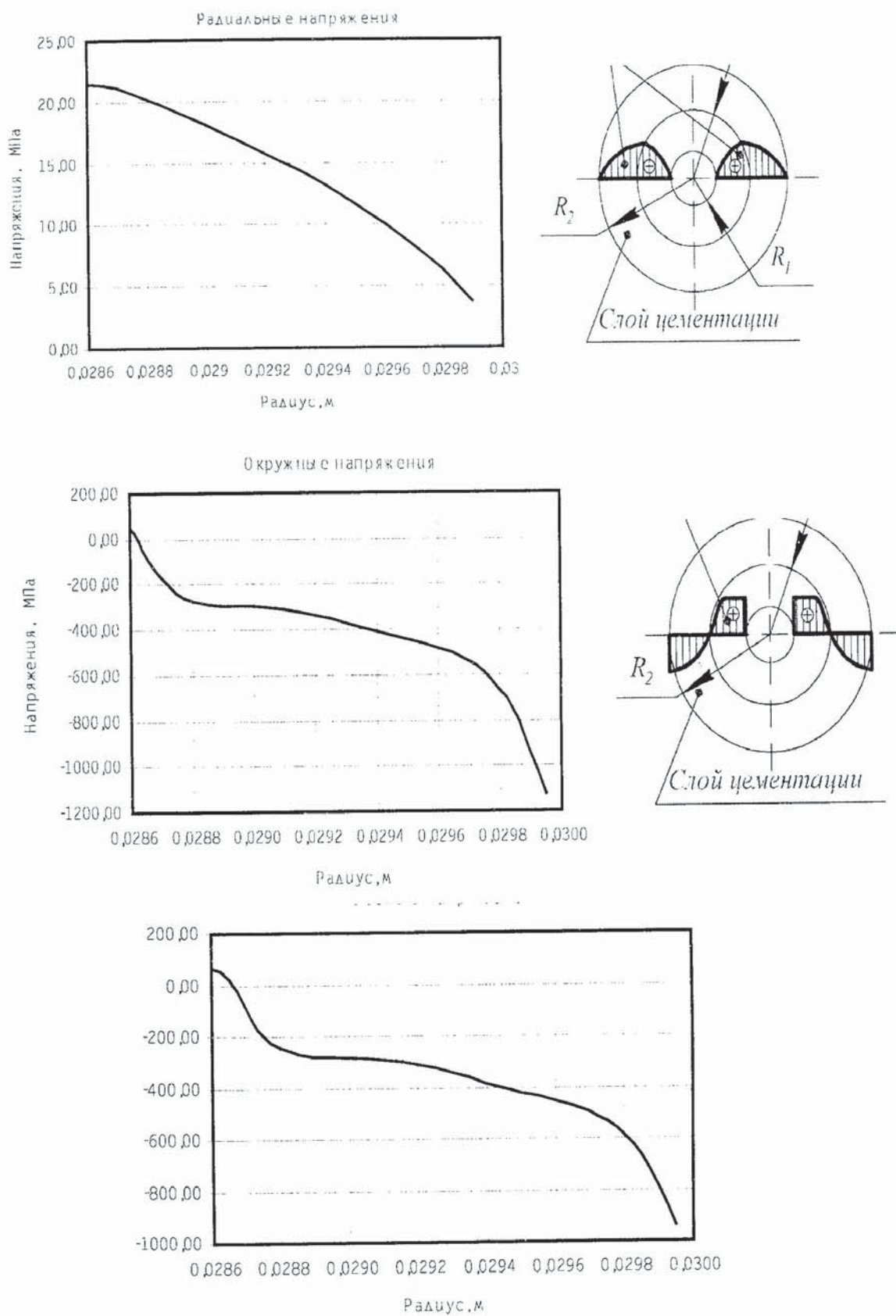


Рис.5. Графики распределения радиальных, окружных и осевых напряжений в шестом супер-элементе по толщине

Ø цементованного слоя стали и их схемы в основном металле вала

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шляхов С.М. Напряженно-деформированное состояние валов после цементации/ Шляхов С.М., Казаковцев И.А. // Труды седьмой международной научно-технической конференции «АКТ-2006» Воронеж: ВГТУ, 2006. С.360-364.
2. Гурьев А.В., Гохберг Я.А. Упругие и неупругие свойства конструкционных материалов. Учебное пособие. Волгоград: ВПИ, 1988. – 97с.
3. Фридман Я.Б. Механические свойства металлов. Изд. 3-е, перераб. и доп. В двух частях. Часть первая. Деформация и разрушение. М., «Машиностроение», 1974. - 472 с.
4. Шляхов С.М. Напряженно-деформированное состояние полого цилиндра при термодиффузии углерода в его стенку/ Шляхов С.М., Минов А.В. // И.Ф.Ж. 2000. Т 73 №5. С.1042÷1049.
5. Расчеты на прочность в машиностроении / С. Д. Пономарев, В. Л. Бидерман, К. К. Лихарев, Н. Н. Малинин, В. И. Федосьев. М.: Машгиз. Т.2. 1958. С. 975.