

## СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО И РАСЧЕТНОГО ЗНАЧЕНИЙ ВЕЛИЧИНЫ КРИТИЧЕСКОГО КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА ИЗОГНУТОЙ В ПОЛУОКРУЖНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ

Асп. Р.Н. БАДИКОВ, д-р техн. наук, проф. Ф.Д. СОРОКИН,

*Решение, полученное с помощью уравнений механики стержней, сравнивается с результатами эксперимента для задачи определения критического крутящего момента цилиндрической пружины, изогнутой в полуокружность.*

*The theory of a thin elastic rod was used for screw cylindrical spring which bent in a half of circle to make a comparison with experimental data for a value of the critical torsion moment.*

Для просеивания и измельчения сухого сыпучего материала применяются так называемые «спиральные грохоты». Это установки, рабочий орган которых представляет собой цилиндрические пружины, вращающиеся вокруг собственной продольной оси и просеивающие рабочий сыпучий материал сквозь зазоры между витками, а также дробящие крупные фракции этого материала, захватываемые вследствие изменения межвиткового расстояния, обусловленного изгибом пружины. Цилиндрические пружины в подобных установках, как правило, изогнуты в дугу окружности. К одному концу пружины приложен крутящий момент от двигателя, в то время как другой конец ее свободно вращается в подшипнике, нагруженный моментом сил трения подшипника (рис. 1). При определенной скорости вращения момент трения достигает величины, при которой пружина теряет устойчивость. Ось пружины, лежащая до момента потери устойчивости в одной плоскости, деформируется, выходя из плоскости, и принимает пространственную форму (рис. 2 и 3). При этом, в зависимости от геометрии пружины и величины крутящего момента, может произойти «перехлест» пружины, т.е. пружина повторит траекторию наподобие движения скакалки либо образуется петля у конца пружины ближнего к свободному подшипнику.

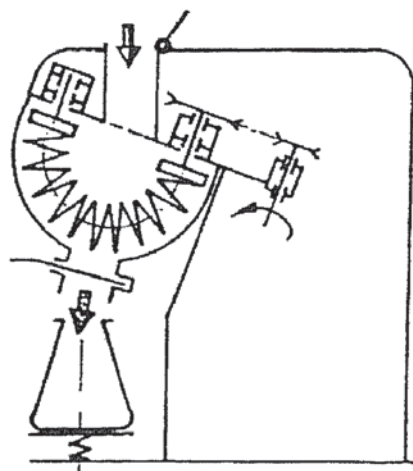


Рис. 1. Схема мельницы циклического действия

Нами была исследована пружина со следующими параметрами:

Диаметр проволоки пружины, мм .....	2,6
Средний диаметр пружины, мм .....	26,5

Угол подъема витка пружины, град.....2,78  
 Количество витков, шт.....110

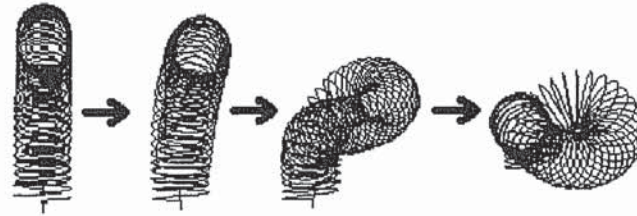


Рис. 2. Потеря устойчивости с выходом из плоскости оси пружины

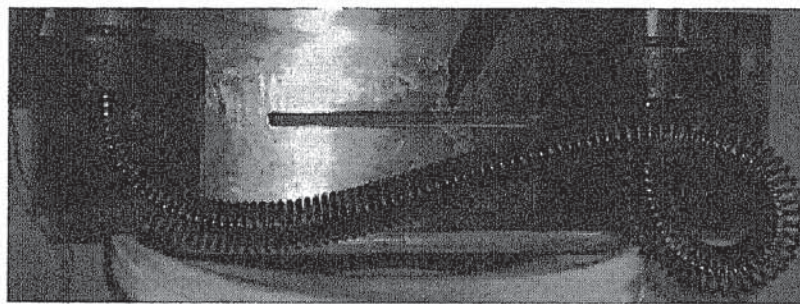


Рис. 3. Образование петли после потери устойчивости

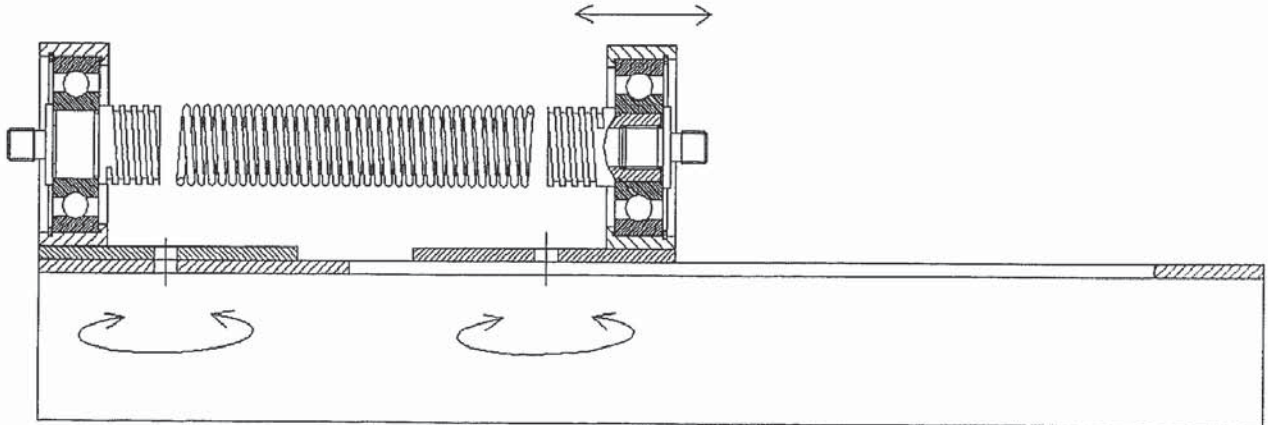


Рис. 4. Кинематическая схема экспериментальной установки

Расчетное значение критического крутящего момента находили, решая нелинейную краевую задачу для системы 12-ти нелинейных дифференциальных уравнений механики стержней [1]:

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \bar{f}(s, \bar{y}),$$

$$\bar{y}^T = (Q_1, Q_2, Q_3, M_1, M_2, M_3, u_1, u_2, u_3, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3),$$

где  $Q_i$  — внутренние силы,  $M_i$  — внутренние моменты,  $u_i$  — перемещения,  $\vartheta_i$  — повороты.

Задача решалась в два этапа. На первом этапе решалась задача изгиба пружины с прямой осью в дугу окружности последовательно увеличивающимся изгибающим моментом.

На втором этапе, после смены параметров (фиксировались три обобщенных перемещения и два обобщенных угла поворота), решалась задача скручивания одного конца пружины вокруг оси пружины, т.е. один край пружины принимался жестко заземленным. На втором краю пружины расположен цилиндрический шарнир (рис. 1) и на этом краю задавался поворот пружины вокруг оси шарнира. Решение краевой задачи позволило найти зависимость реактивного момента на краю пружины от относительного угла закручивания (рис. 5). Указанная зависимость содержит точку экстремума, которая, соответствует критическому состоянию пружины. Каждую последующую точку найденной зависимости находили на основе предыдущих решений, т.е. был реализован метод продолжения по параметру [2].

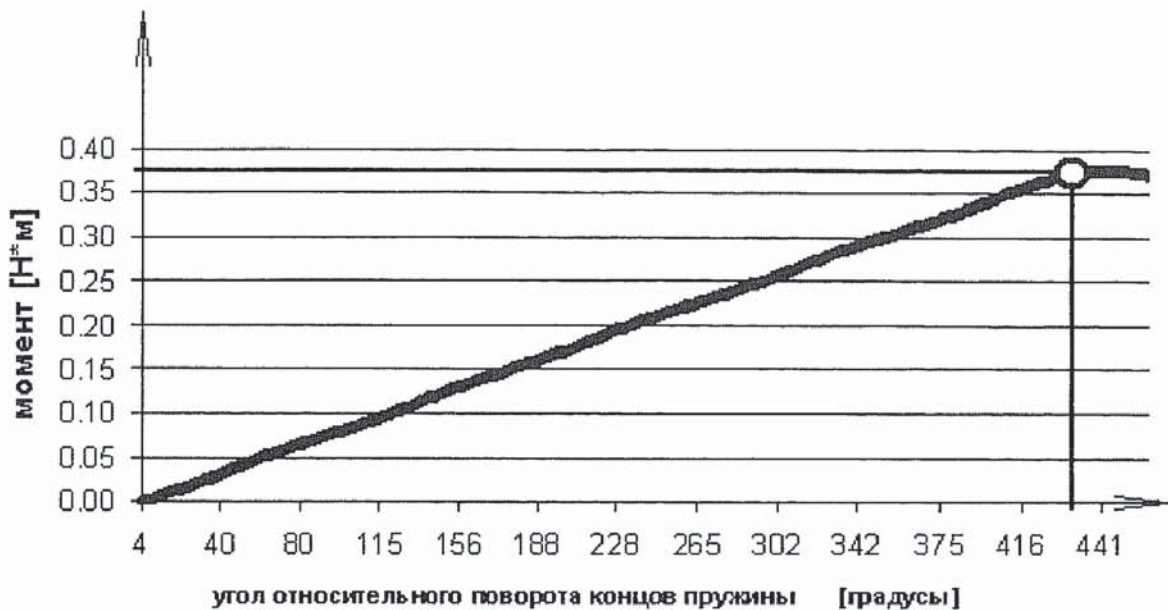


Рис. 5. Расчетная упругая характеристика кручения пружины, изогнутой в полуокружность

Для целей экспериментальной верификации, примененных к расчету цилиндрической пружины, методик расчета статических характеристик стержней, изложенных в работах [1, 3], был спроектирован и изготовлен стенд (рис. 4), позволяющий проводить статические и динамические испытания цилиндрической пружины, произвольно задавая при этом положения захватов пружины в плоскости основания стенда. Один захват стенда имеет одну степень свободы в плоскости основания стенда – вращательную. Вторым захват имеет две степени свободы: поступательную (захват перемещается в пазу, вдоль основания, сокращая или увеличивая расстояние между захватами) и вращательную в плоскости основания стенда (рис. 4). В любом выбранном положении захваты могут быть зафиксированы.

В ходе эксперимента захваты располагались сонаправленно. Один захват фиксировался, а второй медленно вращался. Момент начала выхода из плоскости оси пружины определялся визуальным методом, угол относительного закручивания концов пружины измерялся с использованием транспортира (рис. 6 и 7). Критическое значение угла закручивания, полученное из эксперимента, равно  $425 \pm 10$  градусов.

Максимальная погрешность расчета составила:  $(440 - (425 - 10)) / (425 - 10) \cdot 100 \% = 6 \%$ .

Сравнение экспериментальных и расчетных данных показало приемлемую в инженерных задачах точность метода продолжения по параметру.

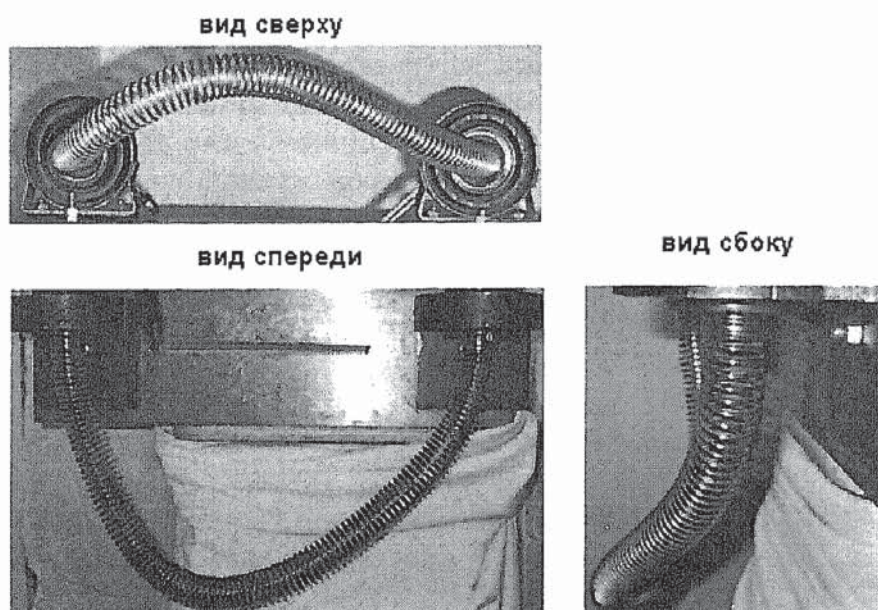


Рис. 6. Вид пружины в момент начала потери устойчивости плоской формы осевой линии (получен в эксперименте)

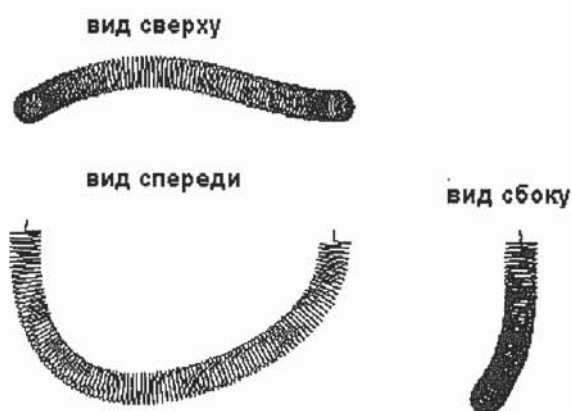


Рис. 7. Вид пружины в момент потери устойчивости плоской формы осевой линии (получен в расчете)

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов в 2-х ч. — Ч. 1. Статика. — М.: Высшая школа, 1987. — 320 с.
2. Гаврюшин С. С., Гуськов А. М. Численное моделирование поведения гибких пространственных стержней при конечных перемещениях. Тез. докл. в/т конф., посв. 165-летию МГТУ им. Н. Э. Баумана. — М. — 1995. Ч. 2. — С. 115.
3. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов в 2-х ч. — Ч. 2. Динамика. — М.: Высшая школа, 1987. — 304 с.