Эффект расщепления трехкратной частоты колебаний упругой конструкции, содержащей перпендикулярные роторы

С.В. Аринчев, Д.А. Рачкин

Одним из наиболее распространенных способов управления угловым положением космического летательного аппарата (КЛА) является использование роторов (маховиков). Частота вращения маховика может достигать нескольких тысяч оборотов в минуту. На упругой конструкции КЛА, как правило, устанавливается несколько роторов, работающих в каналах тангажа, крена и курса. Известно, что один ротор или система роторов с параллельными осями вращения связывают два канала вибраций. При этом наблюдается гироскопический эффект, обусловленный расшеплением двухкратной частоты колебаний. В статье рассмотрены колебания упругой конструкции, содержащей два ротора с перпендикулярными осями вращения. Показано, что роторы связывают три канала вибраций и имеет место эффект расщепления трехкратной частоты колебаний. Исследование состоит из экспериментальной и расчетной частей. Рассмотрена тестовая многомассовая гироскопическая модель с девятью степенями свободы и расчетная балочная модель, выполненная в среде MSC.MDNastran.Rotordynamics. Результаты расчета и результаты эксперимента дают удовлетворительное совпадение и будут полезны при разработке систем стабилизации и ориентации КЛА.

Ключевые слова: упругая конструкция, ротор, перпендикулярные оси вращения, расщепление трехкратной частоты колебаний.

Splitting the triple frequency of oscillations of an elastic structure comprising perpendicular rotors

S.V. Arinchev, D.A. Rachkin

One of the most common ways to control the angular position of a spacecraft is to use a rotor (flywheel). Rotational speed of the flywheel can reach several thousand RPM. Usually, several rotors for the pitch, roll, and yaw channels are installed on the elastic structure of a spacecraft. It is known that one rotor or a system of rotors with parallel axes of rotation combines two oscillation channels. Thus, there is a gyroscopic effect due to double frequency splitting. The paper describes vibrations of an elastic structure comprising two rotors with perpendicular axes of rotation. It is shown that the rotors combine three oscillation channels and triple frequency splitting is observed. The study consists of experimental and computational parts. A test multimass gyroscopic model with nine degrees of freedom is considered along with a computer model of a beam



АРИНЧЕВ Сергей Васильевич (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ARINCHEV Sergey Vasil'evich (Moscow, Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University)



РАЧКИН Дмитрий Анатольевич (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

RACHKIN Dmitriy Anatol'evich (Moscow, Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University) created within MSC.MDNastran.Rotordynamics. The results of calculation and experimental results are in good agreement and will be useful in the development of spacecraft stabilization and attitude control systems.

Keywords: elastic structure, rotor, perpendicular axes of rotation, triple frequency splitting.

Использование роторов (маховиков) – один из наиболее эффективных методов управления угловым положением космического летательного аппарата (КЛА). Пример размещения четырех маховиков на упругой раме малого КЛА Tet-1 представлен на рис. 1. Частота вращения роторов достигает нескольких тысяч оборотов в минуту. Роторы с перпендикулярными осями вращения работают в каналах тангажа, крена и курса. Четвертый ротор резервный, его ось вращения расположена под углом 45 ° к первым трем. Некоторые характеристики типового ротора RW-90, используемого на малых КЛА, приведены на сайте [2]. Вращение роторов может оказывать существенное влияние на динамику упругой конструкции аппарата.

Проблема анализа динамики упругих конструкций, содержащих несколько роторов, изучена недостаточно. В работах [3, 4] показано, что если упругая конструкция симметрична, то она имеет кратную частоту, которая расщепляется с увеличением угловой скорости вращения ротора (рис. 2) [3]. Эффект расщепления без кратности сохраняется при внесении в систему



Рис. 1. Пример установки четырех роторов на упругой раме малого КЛА Tet-1 [1]



Рис. 2. Пример парного взаимодействия степеней свободы гироскопической системы и расщепления двухкратной частоты колебаний [2]

несимметрии. Аналогичный эффект наблюдается, если упругая конструкция содержит два ротора с параллельными осями вращения [4]. Пример парного взаимодействия степеней свободы гироскопической системы и расщепления двухкратной частоты колебаний, называемого также диаграммой Кэмпбелла, представлен на рис. 2.

В настоящей статье рассматривается балочная упругая конструкция, содержащая роторы с перпендикулярными осями вращения. Установка конструкции на вибростенде фирмы DataPhysics.Corporation представлена на рис. 3. В данном исследовании показано, что в этом случае увеличение скорости вращения роторов приводит к взаимодействию трех тонов. Если система симметрична, то имеет место трехкрат-



Рис. 3. Балочная упругая конструкция с двумя перпендикулярными роторами, консольно прикрепленная болтом к монтажной плите вибростенда

ная частота колебаний, которая расщепляется с увеличением угловой скорости вращения роторов. Эффект расщепления без кратности сохраняется при внесении в систему несимметрии.

Исследование состоит из трех частей. В первой части рассмотрена тестовая модель с элементарными гироскопическими элементами, имеющими перпендикулярные «оси вращения». Во второй части приведены результаты частотных испытаний указанной балочной модели с роторами на вибростенде фирмы DataPhysics.Corporation. В третьей части представлены результаты расчета частот и форм собственных колебаний данной балочной модели с роторами в пакете MSC.MDNastran2008.Rotordynamics. Выполнено сравнение результатов, полученных расчетным путем и экспериментально.

Тестовая упругая многомассовая гироскопическая модель с девятью степенями свободы. Рассматриваемая тестовая модель показана на рис. 4. Эта модель содержит три тела. Тело m_1 , моделирующее корпус КЛА, имеет три степени свободы y_1 , y_2 , y_3 и крепится к неподвижному основанию тремя пружинами c_1 , c_2 , c_3 . Вращения отсутствуют. Тела m_2 и m_3 — простейшие гироскопические элементы [6]. Они совершают только поступательные движения и крепятся к корпусу тремя пружинами каждый. Один такой элемент связывает только два канала вибраций. Так, элемент m_2 связывает каналы вибраций y_5 и y_6 . Гироскопическая сила, возникающая в одном канале вибраций прямо про-



Рис. 4. Тестовая упругая многомассовая гироскопическая модель с двумя простейшими гироскопическими элементами с перпендикулярными осями «вращения»

порциональна скорости движения элемента в другом канале вибраций. Гироскопические силы в различных каналах имеют разные знаки. Ось «вращения» простейшего элемента условна. Она лежит в канале y_4 , перпендикулярном указанным двум каналам вибраций. Аналогично устроен второй гироскопический элемент m_3 . Он также крепится к корпусу модели. «Ось вращения» m_3 лежит в канале вибраций y_9 . На рисунке 4 видно, что оси «вращения» гироскопических элементов перпендикулярны. Система уравнений динамики модели с девятью степенями свободы имеет следующий вид:

$$-m_{1}\ddot{y}_{1} - c_{1}y_{1} + c_{4}(y_{4} - y_{1}) + c_{7}(y_{7} - y_{1}) = 0;$$

$$-m_{1}\ddot{y}_{2} - c_{2}y_{2} + c_{5}(y_{5} - y_{2}) + c_{8}(y_{8} - y_{2}) = 0;$$

$$-m_{1}\ddot{y}_{3} - c_{3}y_{3} + c_{6}(y_{6} - y_{3}) + c_{9}(y_{9} - y_{3}) = 0;$$

$$-m_{2}\ddot{y}_{4} - c_{4}(y_{4} - y_{1}) = 0;$$
 (1)

$$-m_{2}\ddot{y}_{5} - c_{5}(y_{5} - y_{2}) + p\dot{y}_{6} = 0;$$

$$-m_{2}\ddot{y}_{6} - c_{6}(y_{6} - y_{3}) - p\dot{y}_{5} = 0;$$

$$-m_{3}\ddot{y}_{7} - c_{7}(y_{7} - y_{1}) + q\dot{y}_{8} = 0;$$

$$-m_{3}\ddot{y}_{8} - c_{8}(y_{8} - y_{2}) - q\dot{y}_{7} = 0;$$

$$-m_{3}\ddot{y}_{9} - c_{9}(y_{9} - y_{3}) = 0,$$

где *p*, *q* — параметры гироскопического нагружения гироскопических элементов, моделирующие угловые скорости вращения роторов.

Система уравнений (1) однородна. Квадратичная задача на собственные значения сводится к линейной путем удвоения размерности, а задача о колебаниях модели — к линейной задаче на собственные значения:

$$(A + \lambda B)Y = 0;$$
(2)

$$Y^{T} = (y^{T}, \lambda y^{T}), y^{T} = (y_{1}, y_{2}, ..., y_{9});$$

$$A = ||a_{i,j}||, i = 1, ..., 18, j = 1, ..., 18;$$

$$B = ||b_{i,j}||, i = 1, ..., 18, j = 1, ..., 18,$$

где *A*, *B* — матрицы задачи; λ — характеристический показатель; **Y** — вектор фазовых координат удвоенной длины, равной 18.

Матрица *А* симметрична. Ненулевые элементы матрицы *А* с учетом ее симметрии имеют вид

$$a_{1,1} = -c_1 - c_4 - c_7; a_{1,4} = c_4; a_{1,7} = c_7; a_{2,2} = -c_2 - c_5 - c_8; a_{2,5} = c_5; a_{2,8} = c_8; a_{3,3} = -c_3 - c_6 - c_9;$$

$$a_{3,6} = c_6; a_{3,9} = c_9; a_{4,4} = -c_4; a_{5,5} = -c_5;$$

$$a_{6,6} = -c_6; a_{7,7} = -c_7; a_{8,8} = -c_8; a_{9,9} = -c_9;$$

$$a_{10,10} = a_{11,11} = a_{12,12} = m_1;$$

$$a_{13,13} = a_{14,14} = a_{15,15} = m_2;$$

$$a_{16,16} = a_{17,17} = a_{18,18} = m_3.$$

(3)

Ненулевые элементы матрицы *В* либо симметричны, либо кососимметричны. Ненулевые симметричные элементы матрицы *В*:

$$b_{10,1} = b_{1,10} = b_{11,2} = b_{2,11} = b_{12,3} = b_{3,12} = -m_1; b_{13,4} = b_{4,13} = b_{14,5} = b_{5,14} = b_{15,6} = b_{6,15} = -m_2; (4) b_{16,7} = b_{7,16} = b_{17,8} = b_{8,17} = b_{18,9} = b_{9,18} = -m_3.$$

Ненулевые кососимметричные элементы матрицы *В*:

$$b_{5,6} = p; \ b_{6,5} = -p; b_{7,8} = q; \ b_{8,7} = -q.$$
(5)

Результаты расчета тестовой модели с симметричными характеристиками: $m_1 = m_2 = m_3 = 1$ кг, $c_1 = ... = c_9 = 1$ Н/м представлены на рис. 5. Очевидно, что параметры гироскопического нагружения одинаковых гироскопических элементов увеличиваются от нуля до заданного максимального значения $p_{max} = q_{max} = 10$ Н·с/м. При этом, если угловая скорость вращения ротора равна нулю, то система имеет три трехкратных частоты колебаний. С увеличением угловой скорости вращения ротора наблюдается расщепление кратных частот колебаний тестовой модели.

В тестовую модель, изображенную на рис. 6, внесена несимметрия: жесткости крепления



Рис. 5. Тройное взаимодействие степеней свободы тестовой модели с симметричными характеристиками и расщепление трехкратной частоты колебаний



Рис. 6. Расщепление частот колебаний тестовой модели с несимметричными характеристиками

гироскопических элементов остались прежними, изменились жесткости крепления корпуса к основанию, $c_1=1$ H/м, $c_2=10$ H/м, $c_3=100$ H/м. Кривая верхнего 9-го тона на рисунке не показана, она ушла высоко вверх. Видно, что вращение ротора существенно. При внесении несимметрии эффект расщепления кратных частот сохраняется.

Частотные испытания балочной конструкции, содержащей два ротора с перпендикулярными осями вращения (см. рис. 3). Методика проведения эксперимента описана в работе [4]. Балочная конструкция сварена из трех отрезков сантехнической полипропиленовой напорной трубы диаметром 20 мм и толщиной 4 мм. Отрезки трубы сварены через Т-образный переходник. К трубе с помощью переходной стальной шайбы приклеены роторы. Роторы представляют собой компьютерные кулеры массой 0,2 кг каждый с подшипником скольжения и расширенным основанием, равным 37 мм. Для увеличения момента инерции на кулер намотана стандартная электротехническая изолента шириной 19 мм. Масса изоленты одного ротора составляет 0,072 кг. Габаритные размеры конструкции в плане 0,29×0,16 м; общая масса балочной конструкции с роторами 0,607 кг; максимальная частота вращения ротора равна 3 550 об/мин под напряжением 30 В.

Для измерений использованы пять датчиков ускорений (см. рис. 3). Из них четыре датчика установлены на балке (на резьбу). Датчик управления работой вибростенда прикреплен к монтажной плите пластилином. Датчики ускорения имеются во всех трех каналах тангажа, крена и курса. Для проведения частотных испытаний использован один вибратор, работающий по вертикали, поэтому датчики ускорений в горизонтальной плоскости информации не дают. В данном эксперименте тона колебаний в горизонтальной плоскости (см. рис. 10, *в*) не возбуждаются и не идентифицируются. Балка прикреплена консольно болтом на монтажной плите вибростенда. Частотные испытания проводились в соответствии с «Руководством пользователя» оборудования DataPhysics. Corporation [6].

Тона колебаний конструкции разбиваются на тройки: 1—2—3, 4—5—6, 7—8—9 и т. д. В статье рассмотрена тройка тонов № 7—8—9. Колебания по тону № 7 происходят в горизонтальной плоскости (в плоскости курса). Тон № 7 в эксперименте не идентифицируется!

Экспериментальная амплитудно-частотная характеристика балочной конструкции представлена на рис. 7. Роторы не раскручены. Характеристика имеет двухгорбый пик. Знак кривизны соответственной фазо-частотной характеристики 2 раза меняется в окрестности двухгорбого пика. Это указывает на две близкие собственные частоты колебаний. На рисунке 7 выделена верхняя экспериментальная частота (креновый тон колебаний № 9, рис. 9, δ), равная 174 Гц.



Рис. 7. Экспериментальные амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики балочной модели с нераскрученными роторами



Рис. 8. Экспериментальные амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики балочной модели с раскрученными роторами

Экспериментальные амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики балочной модели с раскрученными роторами приведены на рис. 8, оба ротора раскручены. Входное напряжение равно 30 В, частота вращения роторов — 3 550 об/мин. На рисунке видно, что измерительный сигнал зашумлен. Эффект зашумленности измерительного сигнала в роторных системах называется jitter [2]. В эксперименте предварительно необходимо составить карту степени зашумленности измерительного сигнала конструкции. Пример составления такой карты приведен в работе [4]. На основании анализа карты зашумленности выбирается место установки измерительного датчика. На рисунке 8 видно, что степень зашумленности сигнала в рассматриваемом интервале 150...200 Гц приемлема. Таким образом, из полученных экспериментальных данных следует, что при включении обоих роторов пик амплитудно-частотной характеристики (собственная частота кренового тона колебаний № 9) смещается вниз с 174 до 170 Гц.

Решение поставленной задачи о колебаниях балочной конструкции (см. рис. 3) в пакете MSC.MDNastran.Rotordynamics.2008 [7]. Порядок составления расчетной модели описан в работе [4]. Отрезки балок крепятся к основанию и между собой с помощью трех bush-элементов балочного типа, задающих шесть коэффициентов жесткости по всем шести степеням свободы. Роторы представляют собой стальные балки длиной 0,04 м круглого поперечного сечения диаметром 0,004 м. Посередине стальной роторной балки размещается точечный элемент, ассоциируемый с массой и тензором инерции ротора. Ротор крепится к балке с помощью МРС-элемента.

Главный момент инерции ротора, полученный расчетным путем, составил 3,3·10⁻⁴ кг·м².

Расчетные параметры модели, определенные в результате ее идентификации по результатам частотных испытаний:

• плотность полипропилена трубы 730 кг/м³;

• модуль упругости полипропилена трубы $E = 7.10^9 \, \Pi a;$

• жесткости bush-элемента в точке крепления балки к монтажной плите вибростенда: $k_1 = k_2 = k_3 = 10^7$ H/м, $k_4 = k_5 = k_6 = 10^7$ H·м;

• жесткости bush-элемента, соединяющего отрезки балки вдоль оси *Ox*: $k_1 = k_2 = k_3 = 10^7$ H/м, $k_4 = k_5 = k_6 = 10^4$ H·м;

• жесткости bush-элемента, крепящего боковой отрезок балочной конструкции, ориентированный вдоль оси *Оу*: $k_1 = k_2 = k_3 = 10^7$ H/м, $k_4 = k_5 = k_6 = 10^4$ H·м.

Тангажная, креновая и курсовая формы колебаний, полученные расчетным путем, представлены на рис. 9.

Кривые зависимости частот колебаний № 7—8—9 балочной конструкции от частоты вращения роторов приведены на рис. 10. Очевидно, что вращение роторов оказывает существенное влияние на динамику конструкции. Система не обладает симметрией, но эффект расщепления трех частот явно выражен.





б





a — тангажная, f = 161,59 Гц; δ — креновая, f = 177,68 Гц; s — курсовая, f = 143, 28 Гц (при частотных испытаниях не возбуждается!)



Рис. 10. Взаимодействие трех каналов вибраций балочной конструкции и расщепление трех частот колебаний:

— – расчет; ---- эксперимент

Экспериментальные кривые, представленные на рис. 10, построены по двум точкам: роторы включены, роторы выключены. Совпадение результатов расчета и результатов эксперимента удовлетворительное.

Выводы

1. Показано, если упругая симметричная система имеет перпендикулярные роторы, то с увеличением угловой скорости вращения роторов имеет место взаимодействие трех тонов и расщепление трехкратной частоты колебаний. Эффект расщепления сохраняется при внесении в систему несимметрии.

2. Совпадение результатов расчета и эксперимента удовлетворительное, что свидетельствует о правильности принятого допущения.

Литература

[1] Ohtani T., Nakamura Y., Takahashi Y., Inoue K., Hirako K. *SDS-4 Spacecraft System Design and Test Results*. Japan Aerospace Exploration Agency, 2011, Available at: URL: http___media. dlr.de_8080_ erez4_erez_cmd= get&src= os_IAA_archiv8_Presentations_IAA-B8-1204.pdf (accessed 19 August 2013).

[2] Space Technology. *AOCS-Components*. Astro- und Feinwerktechnik Adlershof GmbH, RW90 Reaction Wheels datasheet. Available at: URL: http://www.astrofein.com/2728/dwnld/admin/ Datenblatt_RW90.pdf (accessed 19 August 2013).

[3] Liu K.C., Maghami P., Blaurock C. Reaction wheel disturbance modeling, jitter analysis, and validation tests for solar dynamics observatory. AIAA 2008–7232, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 18–21 August 2008, Honolulu, Hawaii. 18 p.

[4] Аринчев С.В., Федюшкин А.С. Моделирование колебаний балочной конструкции, содержащей два ротора с параллельными осями вращения. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2013, № 7, с. 21—29.

[5] Аринчев С.В. Теория колебаний неконсервативных систем. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 464 с.

[6] DataPhysics Corporation. Система управления вибрационными испытаниями. Руководство пользователя. 2025 Gateway Place, Suite 260, San Jose CA 95110, 2004. 391 p.

[7] *MSC.Software.Corporation. MD Nastran 2008 R3.* Quick reference guide. 2 MacArthur Place, Santa Ana, CA 92707. 3002 p.

References

[1] Ohtani T., Nakamura Y., Takahashi Y., Inoue K., Hirako K. *SDS-4 Spacecraft System Design and Test Results*. Japan Aerospace Exploration Agency, 2011, Available at:http___media. dlr.de_8080_erez4_erez_cmd=get&src=os_IAA_archiv8_Presetations_IAA-B8-1204.pdf (accessed 19 August 2013).

[2] Space Technology. AOCS-Components. Astro- und Feinwerktechnik Adlershof GmbH, RW90 Reaction Wheels datasheet. Available at: [URL: http://www.astrofein. com/ 2728/dwnld/admin/ Datenblatt_RW90.pdf] (accessed 19 August 2013).

[3] Liu K.C., Maghami P., Blaurock C. Reaction wheel disturbance modeling, jitter analysis, and validation tests for solar dynamics observatory. *AIAA 2008–7232, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 18–21 August 2008, Honolulu, Hawaii. 18 p.

[4] Arinchev S.V., Fediushkin A.S. Modelirovanie kolebanii balochnoi konstruktsii, soderzhashchei dva rotora s parallel'nymi osiami vrashcheniia [Modeling of Oscillations of Beam Structure Containing Two Rotors With Parallel Axes of Rotation]. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2013, no. 7, pp. 21–29.

[5] Arinchev S.V. *Teoriia kolebanii nekonservativnykh system* [The theory of vibrations of non-conservative systems]. Moscow, Bauman Press, 2002. 464 p.

[6] DataPhysics Corporation. Sistema upravleniia vibratsionnymi ispytaniiami. Rukovodstvo pol'zovatelia [DataPhysics Corporation. The control system of vibration tests. User's Guide]. 2025 Gateway Place, Suite 260, San Jose CA 95110, 2004. 391 p.

[7] *MSC.Software.Corporation. MD Nastran 2008 R3.* Quick reference guide. 2 MacArthur Place, Santa Ana, CA 92707. 3002 p.

Статья поступила в редакцию 28.08.2013

Информация об авторах

АРИНЧЕВ Сергей Васильевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: arinchev@inbox.ru). РАЧКИН Дмитрий Анатольевич (Москва) — аспирант кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Information about the authors

ARINCHEV Sergey Vasil'evich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of «Aerospace» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: arinchev@inbox.ru).
 RACHKIN Dmitriy Anatol'evich (Moscow) — Post-Graduate of «Aerospace» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).