УДК.539.3

Синтез микроактюатора дискретного действия по заданным функциональным параметрам

С.С. Гаврюшин, А. Макмиллан, А.С. Подкопаева

В настоящее время широкое распространение в технике получили микроэлектромеханические системы. Важнейшим компонентом данных систем является микроактюатор, позволяющий преобразовать внешнее воздействие в механическое перемещение. Определение рациональных параметров микроактюаторов представляет собой актуальную задачу, для решения которой требуется разработать методику проектирования микроактюаторов. В статье предложена методика определения параметров микроактюатора дискретного действия, преобразующего давление в перемещение заданной величины. Описана математическая модель и численный алгоритм, предназначенный для анализа больших перемещений гибких тонкостенных оболочечных элементов. Алгоритм реализован в авторской программе, а также в среде конечно-элементного программного комплекса ANSYS с использованием оптимизационной программы PSE/MACROS. Приведены результаты численного синтеза реальной конструкции. Предложенная методика проектирования показала свою эффективность и может быть рекомендована для создания широкого круга микроэлектромеханических устройств.

Ключевые слова: микроактюатор, тонкостенная оболочка, большие перемещения, нелинейное деформирование, оптимизация, синтез конструкции.

Synthesis of discrete microactuators from specified functional parameters

S.S. Gavryushin, A. McMillan, A.S. Podkopaeva

Currently, microelectromechanical systems are widely used in technology. An important component of these systems is a microactuator converting an external action into mechanical motion. To determine the parameters of microactuators, a new design technique needs to be developed. The paper proposes a method of determining the parameters of discrete microactuators converting pressure into a prescribed displacement. A mathematical model as well as a numerical algorithm for the analysis of large displacements of flexible thin-walled structural elements is described. The algorithm was implemented in the software package developed by the authors and incorporated into the ANSYS software using the optimization PSE/MACROS code. The results of numerical synthesis of an actual structure are presented. The proposed design technique has proven its efficiency and can be recommended for designing a wide range of microelectromechanical devices.

Keywords: microactuator, thin-walled shell, large displacements, nonlinear deformation, optimization, synthesis of structures.

ГАВРЮШИН
Сергей Сергеевич
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

GAVRYUSHIN
Sergey Sergeevich
(Moscow, Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University)

МАКМИЛЛАН
Алисон
(Университет Глиндор)

MCMILLAN
Alison
(Wales, Great Britain, Glyndwr University)

ПОДКОПАЕВА
Анна Сергеевна
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

PODKOPAEVA
Anna Sergeevna
(Moscow, Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University)

В рамках решения задачи модернизации и технологического переоснащения производства важное место занимает создание инновационной элементной базы микроэлектромеханических систем (МЭМС). Проектирование новых конструкций МЭМС подразумевает разработку методики анализа и синтеза элементов конструкций с заданными эксплуатационными характеристиками. К настоящему времени создан фундаментальный теоретический задел в области анализа нелинейных задач деформирования тонкостенных конструкций [1—6]. Широкое внедрение в практику инженерных расчетов современных численных алгоритмов и вычислительной техники [7—9] позволило решить широкий класс практических задач. Вместе с тем, развитие техники ставит перед исследователями новые задачи, к числу которых относится синтез актюаторных компонент МЭМС дискретного действия.

Представляется перспективным использовать в качестве актюаторной компоненты гибкий тонкостенный оболочечный элемент, изготовленный современными методами [10, 11] из новых перспективных материалов, например, из кремния.

Для создания численной модели используются разрешающие уравнения геометрически нелинейной лагранжевой теории тонких упругих стержней и оболочек. К особенностям записи определяющих соотношений следует отнести целенаправленное введение в уравнения двух и более независимых параметров, определяющих нелинейный процесс деформирования. Фактически уже на этапе построения численных моделей предопределяется, что каждая отдельная задача будет *погружена* в многопараметрическое семейство задач, описываемое системами дифференциальных уравнений в обыкновенных или частных производных [12]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)}) = \mathbf{0}. \tag{1}$$

Предполагается, что в общем случае, система (1), имеющая порядок m, содержит m неизвестных $x_j^{(1)}\left(j=1,2,\ldots,m\right)$, являющихся внутренними параметрами, характеризующими состояние системы, и зависит от переменных $x_j^{(2)}\left(j=1,2,\ldots,n\right)$, которые трактуются, как внешние параметры, или параметры управления. Параметры управления для частного случая (1) могут входить в описание геометрии элемента, свойств материала, условий закрепления, внешних термомеханических воздействий и т. д. Разделение параметров на две группы в определенной степени условно. В случае однопараметрического семейства вектор $\mathbf{X}^{(2)}$ определяется через одну независимую скалярную величину или один параметр — q:

$$\mathbf{X}^{(2)} = \mathbf{X}^{(2)}(q). \tag{2}$$

Совокупность всех решений (1) для заданного числа $m+n$ внешних и внутренних параметров интерпретируется как некоторая поверхность (гиперповерхность) равновесных состояний, построенная в эвклидовом пространстве параметров R^{m+n}, а каждый однопараметрический процесс — как некоторая траектория на этой поверхности. В пространстве состояний всех систем можно описать последовательные равновесные состояния системы при монотонном изменении только одного из параметров $x_j^{(2)}\left(j\in\left[1,2,\ldots,n\right]\right)$ при фиксированных значениях остальных n — 1 компонент. Такие процессы можно трактовать как однопараметрические задачи. При этом единственный управляющий параметр удобно считать равноправным с остальными параметрами задачи, рассматривая его как $(m+1)$-ю неизвестную расширенного вектора $\mathbf{X}$ и записывать систему уравнений, описывающих однопараметрический процесс, в форме

$$\mathbf{r}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}. \tag{3}$$

Если порядок системы (3) равен m, то ее решение проводят с использованием дополнительного соотношения, содержащего независимую величину λ, называемую параметром продолжения [13]:

$$f(\mathbf{X},\lambda)=0. \tag{4}$$

Проекция поверхности равновесных состояний в подпространство управляющих параметров наряду с регулярными точками может иметь и особые точки, в которых малое изменение управляющих параметров может вызвать резкий переход системы в новое состояние — *бифуркацию* или *катастрофу*. В современной математике эта проблематика изучается в рамках направления, получившего название теория катастроф [14].

При численном исследовании нелинейных задач важнейшим инструментом исследователя являются методы продолжения [13, 15]. В процессе счета значительные трудности возникают в окрестностях особых точек в силу нарушения условия единственности решений. Процедура реализации счета при прохождении окрестности предельных точек предложена Н.В. Валишвили (1968) и известна как прием *смены параметра* [13]. Особенности коразмерности два и выше можно устранить посредством *шевеления* параметров системы, что принципиально позволяет выбрать траекторию процесса, проходящую мимо окрестностей таких особых точек. Обход производится с помощью *приема смены подпространства управляющих параметров* [12]. Суть приема заключается в следующем: при подходе к окрестности особой точки следует перейти к другой однопараметрической системе (3), для которой проекция равновесной поверхности на ось параметра управления в рассматриваемом диапазоне его изменений не имеет особенностей коразмерности выше первой. Стратегия численного исследования представляет собой кусочно-гладкий процесс продолжения решения по параметру в пространстве состояний всех систем, причем на каждом гладком участке процесса численный анализ сводится к решению однопараметрической задачи.

Для описания нелинейного деформирования использовался вариант теории тонких упругих оболочек типа Рейсснера [6, 12, 13]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{du}{dS_0} = \left(1+\varepsilon_{m0}\right)\cos\theta - \cos\theta_0;\\
&\frac{dv}{dS_0} = (1+\varepsilon_{m0})\sin\theta - \sin\theta_0;\\
&\frac{d\theta}{dS_0} = (1+\varepsilon_{m0})k_{m0} + \frac{d\theta_0}{dS_0};\\
&\frac{dU}{dS_0} = -\left(1+\varepsilon_{m0}\right)\left(\frac{\cos\theta}{X_0+u}U - \frac{N_t}{X_0+u} + q_u\right); \quad (5)\\
&\frac{dV}{dS_0} = -\left(1+\varepsilon_{m0}\right)\left(\frac{\cos\theta}{X_0+u}V + q_v\right);\\
&\frac{dM_m}{dS_0} = -\left(1+\varepsilon_{m0}\right)\left[\frac{\cos\theta}{X_0+u}\left(M_m - M_t\right) - \right.\\
&\qquad \left. - U\sin\theta + V\cos\theta\right],
\end{aligned}
$$

где

$$
\begin{aligned}
&e_{m0} = \frac{1}{B}(U\cos\theta + V\sin\theta) - \mu\frac{u}{X_0};\\
&k_{m0} = \frac{M_m}{D} - \mu\frac{X_0+u}{X_0}\left(\frac{\sin\theta}{X_0+u} - \frac{\sin\theta_0}{X_0}\right);\\
&N_t = \mu(U\cos\theta + V\sin\theta) + Eh\frac{u}{X_0};\\
&M_t = \mu M_m + \frac{Eh}{12}\left[\frac{X_0+u}{X_0}\left(\frac{\sin\theta}{X_0+u} - \frac{\sin\theta_0}{X_0}\right)\right];\\
&B = \frac{Eh}{1-\mu^2};\ D = \frac{Eh^3}{12\left(1-\mu^2\right)}. \qquad (6)
\end{aligned}
$$

Здесь X — координата текущей точки срединной поверхности; S_0 — координата, отсчитываемая вдоль дуги недеформированного меридиана оболочки; u, v, U, V — горизонтальные и вертикальные компоненты перемещений и интенсивности внутренних усилий, соответственно; θ — угол наклона касательной к меридиану; e_m и k_m — линейные деформации и кривизны; M_m и M_t — интенсивности внутренних сил и моментов; q_u и q_v — компоненты внешнего давления; E — модуль упругости; μ — коэффициент Пуассона; h — толщина оболочки. Величины, соответствующие меридиональному направлению, помечены индексом m, а окружному — t. Нижним индексом «0» помечены величины, относящиеся к исходному состоянию оболочки.

Приведенные выше соотношения и изложенный алгоритм использованы для решения задачи выбора рациональных параметров микроактюатора дискретного действия, изготовленного из кремния. Микроактюатор в форме сферического тонкостенного элемента предназначен для механического переключения. При заданном значении внешнего давления P^* он должен обеспечить заданную величину перемещения контакта — v^*. Упругая характеристика микроактюатора представлена на рис. 1.

Исходные данные для проведения исследований приведены ниже:

R_m = 2,8...3,2 мм;
h = 2...5 мкм;
критерий P^* = 0,05 МПа;
критерий v* = 24 мкм;
материал оболочки — кремний;
модуль упругости $E = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ Па;
коэффициент Пуассона $\mu = 0{,}23$.

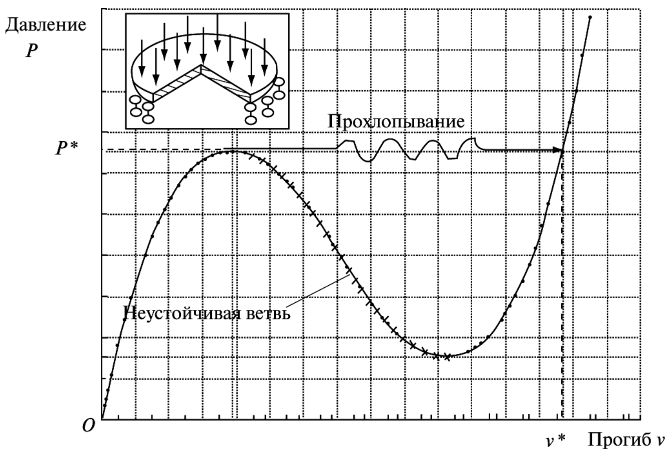

Рис. 1. Упругая характеристика микроактюатора

В задаче оптимизации варьируемыми параметрами являются радиус кривизны меридиана оболочки R_m и ее толщина h. Радиус опорного контура вследствие особенностей конструкции остается неизменным. Требуется подобрать такие геометрические параметры, чтобы значения критического давления P^* и соответствующего прогиба оболочки v^* совпали с требованиями заказчика.

Функциональные зависимости между критериями и параметрами не заданы в явной форме, а вычисляются по известному алгоритму методом конечных элементов [16—18]. Вариант решения задачи в среде конечно-элементного комплекса ANSYS приведен ниже.

Задача решается в осесимметричной постановке. Оболочка моделируется с помощью конечных элементов PLANE182. Оболочка шарнирно закреплена по внешнему контуру и нагружена равномерным давлением. Анализ проводится методом продолжения по параметру согласно алгоритму дуговых засечек (the arc-length method) [19].

Для решения задачи оптимизации используется программный комплекс PSE/MACROS [20]. Блок-схема процедуры решения представлена на рис. 2.

Блок «Оптимизатор» содержит информацию о параметрах, ограничениях и целевых функциях и осуществляет управление процессом решения задачи. В данной задаче целевая функция не формулировалась, были поставлены функциональные ограничения. Решение в программе PSE/MACROS проводилось методом

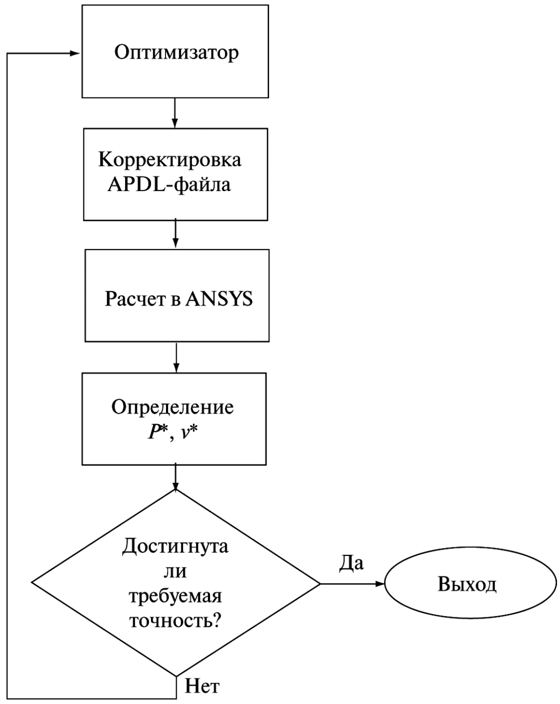

Рис. 2. Блок-схема процедуры решения в PSE/MACROS

робастной многокритериальной оптимизации (Robust multi-objective optimization).

Исходный файл на языке ANSYS Parametric Design Language (APDL) для расчета в конечно-элементном комплексе ANSYS подготавливается заранее. В ходе оптимизации этот файл корректируется: в него подставляются новые значения варьируемых параметров (значения радиуса кривизны меридиана оболочки R_m и ее толщины h). По результатам расчета определяется упругая характеристика $\{v_i(P_i)\}$, $i = 1,...,n$, представляемая в дискретной форме. Значение критического давления P^* и соответствующее ему после прохлопывания перемещение центральной точки оболочки v^* определяются в подпрограмме, написанной на языке Python [21]. Если полученное решение не удовлетворяет требованию точности, «Оптимизатор» варьирует параметры и процедура решения выполняется снова. В ходе решения оптимизационной задачи было рассмотрено 80 реализаций (80 различных комбинаций геометрических параметров). Характер изменения варьируемого параметра (радиуса R_m) в процессе оптимизации показан на рис. 3.

Проекция четырехмерного пространства на критериальную плоскость $P—v$ позволяет вы-

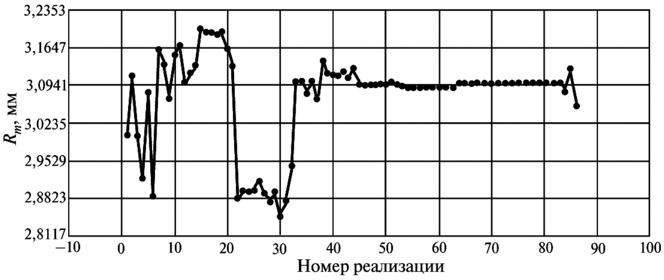

Рис. 3. Изменение параметра R_m

брать требуемое решение (рис. 4) [22]. Для обеспечения требуемого контактного усилия необходимо, чтобы перемещение центральной точки микроактюатора было не меньше заданного. Рациональное решение соответствует следующим значениям геометрических параметров: R_m = 3,09 мм, h = 2,23 мкм.

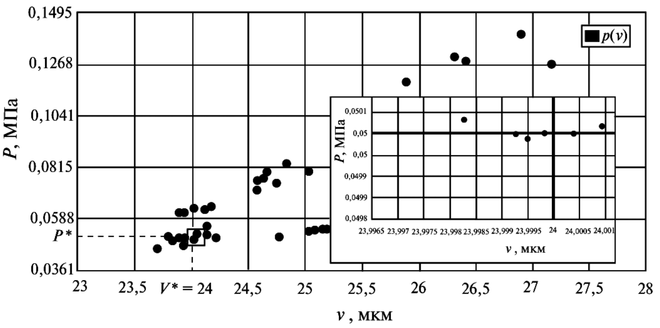

Рис. 4. Критериальная плоскость P—v

Предложенная методика проектирования актюаторов дискретного действия по заданным функциональным параметрам доказала свою эффективность и может быть рекомендована для создания широкого круга исполнительных, предохранительных и коммутационных микроэлектромеханических устройств.

Литература

[1] Тимошенко С.П. *Устойчивость стержней, пластин и оболочек*. Москва, Наука, 1971. 808 с.

[2] Ворович И.И. *Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек*. Москва, Наука, 1989. 376 с.

[3] Феодосьев В.И. Осесимметричная эластика сферической оболочки. *Прикладная математика и механика*, 1969, т. 33, № 2, с. 280—286.

[4] Григолюк Э.И. Тонкие биметаллические оболочки и пластины. *Инженерный сборник*, 1953, т. 17, с. 69—120.

[5] Новожилов В.В. *Теория тонких оболочек*. Санкт-Петербург, Издательство Санкт-Петербургского университета, 2010. 380 с.

[6] Reissner E. On axisymmetrical deformations of thin shells of revolution. *Proc.Symp.Appl.Math*, 1950, vol. 3, pp. 27—52.

[7] McMillan A.J., Keane A.J. Vibration isolation in a thin rectangular plate using a large number of optimally positioned. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, vol. 202, no. 2, pp. 219—234.

[8] Bich D.H., Tung H.V. Non-linear axisymmetric response of functionally graded shallow spherical shells under uniform external pressure including temperature effects. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 2011, vol. 46, no. 9, pp. 1195—1204.

[9] Li Q.S., Liu J., Tang J. Buckling of shallow spherical shells including the effects of transverse shear deformation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2003, vol. 45, no. 9, pp. 1519—1529.

[10] Petersen K.E. Silicon as a mechanical material. *Proceedings of the IEEE,* 1982, vol. 70, no. 5, pp. 420—457.

[11] Ştefănescu D.M. *Handbook of force transducers: principles and components.* Berlin, Springer-Verlag, 2011. 612 p.

[12] Гаврюшин С.С. Численное моделирование и анализ процессов нелинейного деформирования гибких оболочек. *Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела*, 1994, № 1, с. 109—119.

[13] Валишвили Н.В. *Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ*. Москва, Машиностроение, 1976. 278 с.

[14] Арнольд В.И. *Теория катастроф*. Москва, Наука, 1990. 128 с.

[15] Григолюк Э.И., Шалашилин В.И. *Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела*. Москва, Наука, 1988. 232 с.

[16] Bathe K.-J. *Finite element procedures in engineering analysis*. New Jersey, Prentice-Hall, 1996. 1050 p.

[17] Zienkiewicz O.C. *The Finite Element Method*. New York, MacGrow-Hill, 1977. 737 p.

[18] Lee J.J., Oh I.-K., Lee I., Rhiu J.J. Non-linear static and dynamic instability of complete spherical shells using mixed finite element formulation. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 2003, vol. 38, no. 6, pp. 923—934.

[19] Crisfield M.A. A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure that Handles «Snap Through». *Computer & Structures*, 1981, vol. 13, pp. 55–62.

[20] *Generic Tool for Optimization*. Available at: http://www. datadvance. net/products/ technology/ generic-tool-for-optimization. html (accessed 11 November 2013).

[21] *The Python Tutorial*. Available at: http://docs.python.org /3/tutorial/index.html (accessed 11 November 2013).

[22] Соболь И.М., Статников Р.Б. *Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями*. Москва, Дрофа, 2006. 175 с.

References

[1] Timoshenko S.P. *Ustoichivost' sterzhnei, plastin i obolochek* [Stability of rods, plates and shells]. Moscow, Nauka publ., 1971. 808 p.

[2] Vorovich I.I. *Matematicheskie problemy nelineinoi teorii pologikh obolochek* [Mathematical problems of the nonlinear theory of shallow shells]. Moscow, Nauka publ., 1989. 376 p.

[3] Feodos'ev V.I. Osesimmetrichnaia elastika sfericheskoi obolochki [Axisymmetric elastic spherical shell]. *Prikladnaia matematika i mekhanika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]. 1969, vol. 33, no. 2, pp. 280—286.

[4] Grigoliuk E.I. Tonkie bimetallicheskie obolochki i plastiny [Bimetallic thin shell and plate]. *Inzhenernyi sbornik* [Engineering collection]. 1953, vol. 17, pp. 69—120.

[5] Novozhilov V.V. *Teoriia tonkikh obolochek* [The theory of thin shells]. St. Petersburg, St. Petersburg University publ., 2010. 380 p.

[6] Reissner E. On axisymmetrical deformation of thin shells of revolution. *Proc. Sympos. Appl. Math.*, 1950, vol. 3, 27—52.

[7] McMillan A.J., Keane A.J. Vibration isolation in a thin rectangular plate using a large number of optimally positioned. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, vol. 202, no. 2, pp. 219—234.

[8] Bich, D.H., Tung, H.V. Non-linear axisymmetric response of functionally graded shallow spherical shells under uniform external pressure including temperature effects. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 2011, vol. 46, no. 9, pp. 1195—1204.

[9] Li Q.S., Liu J., Tang J. Buckling of shallow spherical shells including the effects of transverse shear deformation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2003, vol. 45, no. 9, pp. 1519—1529.

[10] Petersen K.E. Silicon as a mechanical material. *Proceedings of the IEEE,* 1982, vol. 70, no.5, pp. 420—457.

[11] Ştefănescu D.M. *Handbook of force transducers: principles and components.* Berlin, Springer-Verlag, 2011. 612 p.

[12] Gavriushin S.S. Chiclennoe modelipovanie i analiz protsessov nelineinogo deformirovaniia gibkikh obolochek [Chiclennoe modelipovanie and analysis of the processes of nonlinear deformation of flexible shells]. *Izvestiia Akademii nauk SSSR. Mekhanika tverdogo tela* [Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. Mechanics of rigid body]. 1994, no. 1, pp. 109—119.

[13] Valishvili N.V. *Metody rascheta obolochek vrashcheniia na ETsVM* [Methods for calculating the shells of revolution on a computer]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1976. 278 p.

[14] Arnol'd V.I. *Teoriia katastrof* [Catastrophe Theory]. Moscow, Nauka publ., 1990. 128 p.

[15] Grigoliuk E.I., Shalashilin V.I. *Problemy nelineinogo deformirovaniia: Metod prodolzheniia po parametru v nelineinykh zadachakh mekhaniki tverdogo deformiruemogo tela* [Problems of nonlinear deformation: continuation method in nonlinear problems of mechanics of deformable bodies]. Moscow, Nauka publ., 1988. 232 p.

[16] Bathe K.-J. *Finite element procedures in engineering analysis.* New Jersey, Prentice-Hall, 1996. 1050 p.

[17] Zienkiewicz O.C. *The Finite Element Method.* New York, MacGrow-Hill, 1977. 737 p.

[18] Lee J.J., Oh I.-K., Lee I., Rhiu J.J. Non-linear static and dynamic instability of complete spherical shells using mixed finite element formulation. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 2003, vol. 38, no. 6, pp. 923–934.

[19] Crisfield M.A. A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure that Handles «Snap Through». *Computer & Structures*, 1981, vol. 13, pp. 55–62.

[20] *Generic Tool for Optimization.* Available at: http://www.datadvance. net/products/ technology/ generic-tool-for-optimization. html (accessed 11 November 2013).

[21] *The Python Tutorial.* Available at: http://docs.python.org /3/tutorial/index.html (accessed 11 November 2013).

[22] Sobol' I.M., Statnikov R.B. *Vybor optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriiami* [Choice of optimal parameters in problems with many criteria]. Moscow, Drofa publ., 2006. 175 p.

Статья поступила в редакцию 04.12.2013

Информация об авторах

ГАВРЮШИН Сергей Сергеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Компьютерные системы автоматизации производства». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: gss@bmstu.ru).

МАКМИЛЛАН Алисон (Великобритания) — доктор технических наук, профессор. Университет Глиндор (Рэксем, Великобритания, Молд ул., e-mail: a.mcmillan@glyndwr.ac.uk).

ПОДКОПАЕВА Анна Сергеевна (Москва) — аспирант кафедры «Динамика и прочность машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: podkopaeva.anna@gmail.com).

Information about the authors

GAVRYUSHIN Sergey Sergeevich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Head of «Computer Systems of Automated Production» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: gss@bmstu.ru).

MCMILLAN Alison (Great Britain) — Dr. Sc. (Eng.), Professor. Glyndwr University (Glyndwr University, LL11 2AW, Mold Road, Wrexham, Great Britain, e-mail: a.mcmillan@glyndwr.ac.uk).

PODKOPAEVA Anna Sergeevna (Moscow) — Post-Graduate of «Dynamics and Strength of Machines» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: podkopaeva.anna@gmail.com).