

Учебно-методическая работа

УДК 621.833.01



БАРБАШОВ
Николай Николаевич
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

BARBASHOV
Nikolay Nikolaevich
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)



БАРЫШНИКОВА
Ольга Олеговна
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

BARYSHNIKOVA
Ol'ga Olegovna
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)

Формирование адекватной математической модели при проведении учебных занятий по исследованию КПД редуктора

Н.Н. Барбашов, О.О. Барышникова

В современном научном мире проводить экспериментальные исследования, не прибегая к методам планирования эксперимента, не принято. Будущие специалисты студенты-механики при проведении экспериментальных исследований должны получать знания в области планирования многофакторных экспериментов, применения математических моделей и анализа полученных результатов. На кафедре «Теория механизмов и машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана при проведении лабораторной работы по исследованию КПД редуктора применяется моделирование с использованием кривых Безье. Это позволяет проводить более серьезные экспериментальные исследования без увеличения времени эксперимента за счет применения более эффективного математического аппарата, который дает возможность создавать рациональные модели. Разработанный на базе предложенных методик программный комплекс позволяет студентам эффективно проводить эксперимент, более корректно анализировать полученные данные и самостоятельно исключать грубые погрешности.

Ключевые слова: редуктор, КПД, планирование эксперимента, математическая модель, многофакторный эксперимент, кривые Безье, анализ результатов эксперимента.

An adequate mathematical model for studying the efficiency of a reducing gear

N.N. Barbashov, O.O. Baryshnikova

In the modern scientific world, experimental studies are not carried out without designing the experiment. The students, future mechanical engineers, must acquire knowledge in designing multifactor experiments, the application of mathematical models, and analysis of the results during experimental studies. The «Theory of Mechanisms and Machines» Department at Bauman Moscow State Technical University applies Bezier curves for modeling during the laboratory work on gearbox efficiency. This makes it possible to conduct more complicated experiments without increasing their duration by using more efficient

mathematical tools, which allows creating efficient models. The software package designed on the basis of the proposed techniques allows students to conduct experiments more effectively, analyze the data more accurately, and eliminate crude errors.

Keywords: reducing gear, efficiency, design of experiments, mathematical model, multifactor experiment, Bezier curves, analysis of experimental results.

В образовательном процессе при изучении инженерных дисциплин важную роль играют лабораторные работы. Студентам младших курсов особое внимание необходимо уделять всем аспектам эксперимента. В соответствии с программой обучения студенты II курса еще не имеют практики, позволяющей ознакомиться с реальными машинами и оборудованием. Поэтому при выполнении лабораторных работ преподаватель должен ознакомить студентов с оборудованием и приборами, формированием цели эксперимента и методикой его проведения, дать им возможность самостоятельно проанализировать результаты.

Одна из лабораторных работ кафедры «Теория механизмов и машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана называется «Исследование КПД редуктора». Цель работы — экспериментальное исследование изменения в определенном интервале варьирования при фиксированных оборотах КПД редуктора и получение зависимости КПД редуктора от момента сопротивления, приложенного к выходному валу [1]. Поскольку КПД является переменной величиной, то при проведении работы строится поле варьирования факторов для выбора области исследования. Лабораторная установка состоит из электродвигателя 1, тахометра 6, исследуемого редуктора 2, порошкового электромагнитного тормоза 3 и двух регуляторов — потенциометра 4, изменяющего момент тормоза и потенциометра 5, изменяющего частоту вращения электродвигателя (рис. 1).

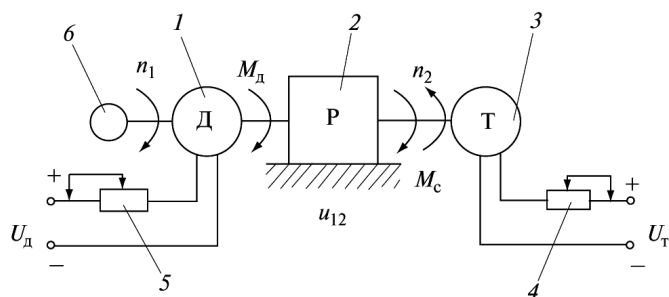


Рис. 1. Схема лабораторной установки для измерения КПД редуктора

Устройство для измерения момента двигателя (момент тормоза определяется аналогичным устройством) показано на рис. 2. Оно состоит из опоры с подшипниками качения, которая обеспечивает возможность поворота статора 1 и ротора 2 относительно основания, измерительного рычага, опирающегося на пружину 4, и стрелочного индикатора часового типа 3. Прогиб пружины измеряется индикатором, значение которого пропорционально крутящему моменту на статоре. Значение момента на роторе приблизительно оценивается по моменту на статоре, пренебрегая моментами трения. Для тарировки индикаторов используются грузы 5 и съемные рычаги 6.

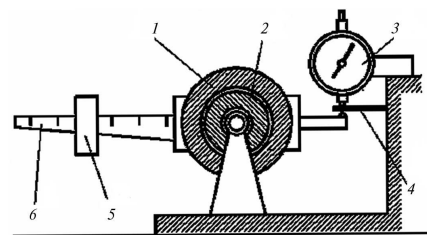


Рис. 2. Устройство для измерения момента

Этот способ определения момента является простым и наглядным, но имеет несколько недостатков. Поскольку лабораторная работа ограничена по времени, полученные данные записываются вручную, данное измерительное устройство позволяет провести около 30 измерений. Кроме того, на результаты измерения оказывают сильное воздействие внешние факторы — колебания напряжения в сети, перемещающиеся по лаборатории студенты и т. д.

В процессе лабораторной работы студент знакомится с понятием фактора и проведением факторного эксперимента. В данной лабораторной работе факторами являются момент сопротивления на выходном валу и частота вращения входного вала редуктора. После построения поля варьирования факторов проводится тарировка индикаторов двигателя и тормоза, затем данные измерений вводятся в ЭВМ и обрабатываются программой. Далее студент выбирает определенную скорость двигателя, которая поддерживается постоянной в течение эксперимента, и проводит эксперимент по определению КПД редуктора. Данные снова вводятся в ЭВМ и КПД рассчитывается по формуле

$$\eta = \frac{M_c \omega_2}{M_d \omega_1} = \frac{M_c}{M_d u_{12}},$$

где M_c — среднее значение момента сопротивления (момента на выходном валу редуктора);

M_d — среднее значение движущего момента (момента на входном валу); ω_1, ω_2 — угловые скорости вращения входного и выходного валов редуктора; u_{12} — передаточное отношение редуктора [2].

Данная лабораторная работа очень познавательна и знакомит студента с такими понятиями, как редуктор, факторный эксперимент, тарировка, позволяет визуально наблюдать работу редуктора и исследовать КПД.

Важным обучающим моментом является математическое описание зависимости. Программное обеспечение позволяет оптимальным образом решить по экспериментально полученным точкам поставленную задачу выбора подходящей модели, которая адекватно описывает изменение КПД.

Разработанный кафедрой программный комплекс знакомит студентов с построением математической модели процесса. По нескольким точкам программа подбирает кубический многочлен, наиболее точно описывающий получившуюся зависимость. Некорректные данные эксперимента нередко приводят к невозможности построения модели, однако современные ЭВМ позволяют расширить процесс моделирования и упростить ввод данных в программу.

Предлагаемая к внедрению в учебный процесс программа также может анализировать полученные данные и самостоятельно исключать грубые погрешности из последующих расчетов, что помогает избежать ошибочных значений эксперимента. Она имеет современный интерфейс, позволяет удобно корректировать данные, при необходимости уменьшать шаг эксперимента, а также строить математические модели по нескольким алгоритмам и сравнивать их (рис. 3).

Используемая в настоящее время программа описывает результаты эксперимента с помощью регрессионной модели, т.е. одним кубическим многочленом [3]. Этот алгоритм наиболее простой и применяется при ограниченных возможностях компьютерной техники. Конечно, описание всей зависимости одной формулой проще, но и погрешности в данном случае заметно выше. Немного усовершенствованной версией регрессионной модели является применение разных кубических сплайнов на каждом из отрезков [4, 5]. Это усложняет математическую модель, но позволяет точнее описать полученную зависимость [6]. Кроме того, построить регрессионную модель можно далеко не для всех возможных значений, хотя по результатам лабораторной работы, как правило, это удается. После построения графиков программа позволяет просмотреть их уравнения и проанализировать их.

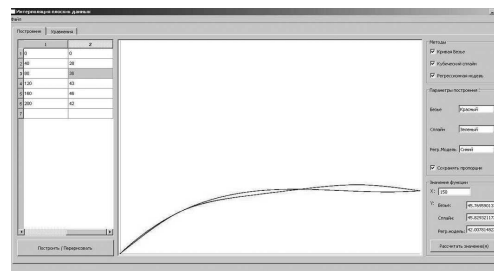


Рис. 3. Построение математической модели КПД редуктора

Помимо кубического сплайна в программу заложен и принципиально новый алгоритм с построением кривых Безье. Ознакомление со свойствами и построением кривых Безье очень полезно студентам, так как данные кривые являются важным инструментом систем автоматизированного проектирования и компьютерной графики [7–9]. Изначально разработанные для компьютерного проектирования автомобильных кузовов, эти кривые нашли широкое применение благодаря простоте задания исходных данных и их обработки. В последнее время их все чаще используют для решения различных задач, благодаря компактному математическому описанию [10].

Таким образом, данная программа позволяет не только построить математическую модель заданного процесса, но и сравнить несколько разных математических моделей, оценить их достоинства и недостатки.

Также при необходимости программа сохраняет на компьютере полученные кривые или распечатает формулы математической модели, что может пригодиться при последующем анализе результатов эксперимента (рис. 4).

Еще одной полезной функцией является возможность вычисления значения КПД в любой из промежуточных точек по всем трем алгоритмам и сравнить полученные данные. Как правило, при удачном выполнении лабораторной работы программа выдает мало отличающиеся друг от друга зависимости, но при значительной погрешности измерений построить регрессионную модель не удастся.

Рассмотрим случай «неудачного эксперимента». На рисунке 5 показана регрессионная модель 1, кубический сплайн 2 и кривая Безье 3.

Как видно на рисунке в некоторых точках все математические модели практически совпадают, но есть и точки, где отличия между ними довольно существенны. Это позволяет оценить эффективность построенных моделей, их достоинства и недостатки и провести анализ полученных результатов. Расхождение математи-

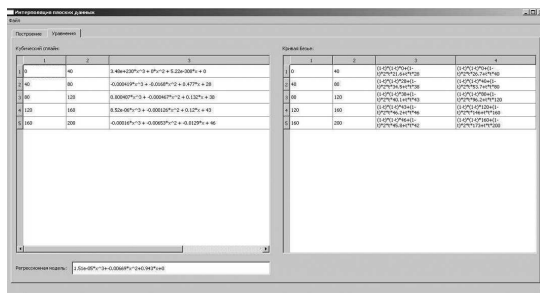


Рис. 4. Математическая модель КПД редуктора в аналитическом виде

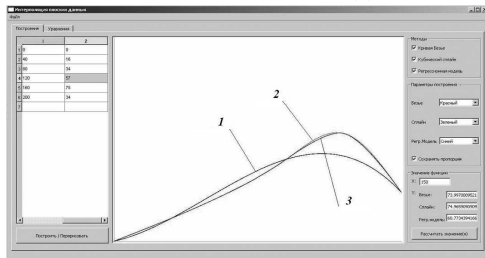


Рис. 5. Случай «неудачного эксперимента» со значительным расхождением математических моделей

ческих моделей показывает несовершенство плана эксперимента, который необходимо в этом случае откорректировать и провести измерение значения КПД в дополнительной точке.

Выводы

Использование описанного метода формирования математической модели зависимости КПД позволяет:

- создавать достаточно простую математическую модель;
- моделировать зависимость КПД редуктора при любых исходных данных;
- формировать алгоритмы в других лабораторных работах на базе кривых Безье.

Литература

- [1] Тарабарин В.Б., Кузенков В.В., Фурсяк Ф.И. *Лабораторный практикум по теории механизмов и машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009, 96 с.
- [2] Фролов К.В., ред. *Теория механизмов и машин*. Москва, Высшая школа, 1987, 495 с.

[3] Макаров В.Л., Хлобыстов В.В. *Сплайн-аппроксимация функций*. Москва, Высшая школа, 1983, 79 с.

[4] Lai Xiang, Liu Ai-kui, Duan Qi. The error estimation of a rational cubic spline. *Gongcheng shuxue xuebao*, 2002, 19, no. 1, pp. 94–98.

[5] Khan A. Parametric cubic spline solution of two point boundary value problems. *Appl. Math. and Comput.*, 2004, vol. 154, issue 1, pp. 175–182.

[6] Сизиков В.С. *Математические методы обработки результатов измерений*. СПб., Политехника, 2001, 239 с.

[7] Окладников С.С. Применение сплайнов Безье при автоматизации разработки и дизайне пользовательского интерфейса. *Вестник компьютерных и информационных технологий*, 2007, № 7, с. 48–51.

[8] Wén Jin. Cubic Bezier spline curve with given tangent polygon. *Zhongnan gongye daxue xuebao. Ziran kexue ban*. 2001, 32, no. 1, pp. 108–110.

[9] Kim C., Hong C., Jeong M. Simulation-extrapolation via the Bezier curve in measurement error models. *Commun. Statist. Simul. and Comput.*, 2000, vol. 29, issue 4, pp. 1135–1147.

[10] Yu Zhiling, Zhang Yang. An application example about Bezier curve. *Nankai daxue xuebao. Ziran kexue ban*, 2008, 41, no. 3, pp. 111–112.

References

[1] Tarabarin V.B., Kuzenkov V.V., Fursiak F.I. *Laboratoryni praktikum po teorii mekhanizmov i mashin* [Laboratory workshop on the theory of mechanisms and machines]. Moscow, Bauman Press, 2009. 96 p.

[2] *Teoriia mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Ed. Frolov K.V. Moscow, Vysshiaia shkola publ., 1987. 495 p.

[3] Makarov V.L., Khlobystov V.V. *Splain-apksimatsiia funktsii* [Spline functions]. Moscow, Vysshiaia shkola publ., 1983. 79 p.

[4] Lai Xiang, Liu Ai-kui, Duan Qi. The error estimation of a rational cubic spline. *Gongcheng shuxue xuebao*, 2002, 19, no. 1, pp. 94–98.

[5] Khan A. Parametric cubic spline solution of two point boundary value problems. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, vol. 154, issue 1, pp. 175–182.

[6] Sizikov V.S. *Matematicheskie metody obrabotki rezul'tatov izmerenii* [Mathematical methods of measurement results]. St. Petersburg, Politehnika publ., 2001. 239 p.

[7] Okladnikov S.S. Primenenie splainov Bez'e pri avtomatizatsii razrabotki i dizaine pol'zovatel'skogo interfeisa [The use of Bezier splines in the automation of design and user interface design]. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologii* [Bulletin of Computer and Information Technology]. 2007, no. 7, pp. 48–51.

[8] Wén Jin. Cubic Bezier spline curve with given tangent polygon. *Zhongnan gongye daxue xuebao. Ziran kexue ban*, 2001, 32, no. 1, pp. 108–110.

[9] Kim C., Hong C., Jeong M. Simulation-extrapolation via the Bezier curve in measurement error models. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 2000, vol. 29, issue 4, pp. 1135–1147.

[10] Yu Zhiling, Zhang Yang. An application example about Bezier curve. *Nankai daxue xuebao. Ziran kexue ban*, 2008, 41, no. 3, pp. 111–112.

Статья поступила в редакцию 28.08.2013

Информация об авторах

БАРБАШОВ Николай Николаевич (Москва) — ассистент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

БАРЫШНИКОВА Ольга Олеговна (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: barysh-oo@bmsu.ru).

Information about the authors

BARBASHOV Nikolay Nikolaevich (Moscow) — Assistant of «Theory of Mechanisms and Machines» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).

BARYSHNIKOVA Ol'ga Olegovna (Moscow) — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of «Theory of Mechanisms and Machines» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: barysh-oo@bmsu.ru).