УДК 621.833.6

Геометрия эвольвентных самотормозящихся инверсных передач внешнего зацепления

Г.А. Тимофеев, Д.В. Сащенко

ТИМОФЕЕВ
Геннадий Алексеевич
профессор, доктор технических наук

САЩЕНКО
Денис Владимирович
старший преподаватель кафедры «Теория механизмов и машин» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)
e-mail: timga@bmstu.ru

Рассмотрена геометрия эвольвентных самотормозящихся инверсных передач внешнего зацепления. Инверсное зацепление применяется для получения нужного направления вращения выходного вала самотормозящейся передачи, позволяя в некоторых случаях обойтись без промежуточных зубчатых колес.

Ключевые слова: электромеханический привод, самоторможение, инверсные передачи, внешнее эвольвентное зацепление, профиль зуба.

Geometry of self-braking inverse external involute gears

G.A. Timofeyev, D.V. Sashchenko

The article considers the geometry of a self-braking inverse involute gears of external enagement. The inverse mesh can be used to obtain the desired direction of rotation for the output shaft self-locking transmission, allowing in some cases to avoid the use of intermediate gears.

Keywords: electro-mechanical drive, self-braking, inverse transmission, external involute gearing, tooth profile.

Многие электромеханические приводы (особенно в подъемно-транспортных машинах) требуют жесткого фиксирования выходного звена в заданном положении и исключения его самопроизвольного движения под действием нагрузки. Для этого привод обычно оснащают тормозом. Однако во многих случаях можно обойтись и без специального тормозного устройства, если включить в состав привода самотормозящийся зубчатый механизм, который совмещает функции передачи движения и автоматического торможения привода после выключения двигателя. Такое решение позволяет получить простую и компактную конструкцию и снизить стоимость привода за счет устранения или существенного уменьшения тормоза. Таким образом, самотормозящиеся зубчатые механизмы, пропускающие поток энергии только в одном направлении, играют ту же роль, что клапаны или мембраны в механике или диоды в радиотехнике.

Количество изобретенных самотормозящихся механизмов к настоящему времени достигло уже того уровня, что стал актуальным вопрос об общем методе изучения явления самоторможения, позволяющим для любого механизма указать ту область в которой он является самотормозящимся. Кроме этого требуются и новые технические решения, создание и научное обоснование которых — актуальная задача машиноведения.

Принятая классификация зубчатых зацеплений к внешним относит такие зацепления, у которых аксоидные поверхности зубчатых колес касаются внешним образом [1] или такие, в которых оба колеса имеют внешние зубья [2, 3]. К внутренним зацеплениям традиционная классификация относит зацепления с аксоидами, касающимися внутренним образом, или такие, в которых одно колесо имеет внешние зубья, а другое — внутренние. Зубчатые зацепления, соответствующие принятой терминологии, имеют один общий признак: полюс зацепления и само зацепление находятся по одну сторону от оси шестерни.

Существуют косозубые зацепления [4, 5], в которых полюс зацепления и само зацепление находятся по разные стороны от оси шестерни. В этом случае передаточное отношение имеет противоположный знак по сравнению с обычным зацеплением и называется инверсным [5]. Передаточное отношение обычного внешнего эвольвентного зацепления отрицательно, а внешнего инверсного — положительно; обычного внутреннего — положительно, а инверсного внутреннего — отрицательно.

Схема эвольвентного инверсного зацепления колес с внешними зубьями при одинаковых направлениях их наклона показана на рис. 1. Это зацепление обладает свойствами как внутреннего так и внешнего. Как у внутреннего зацепления, аксоидные поверхности касаются одна другой внутренним образом, передаточное отношение положительно, полюс зацепления P расположен вне отрезка O_1O_2, соединяющего центры вращения колес, разность начальных радиусов равна межосевому расстоянию, скорость скольжения профилей в точке контакта определяется зависимостью [5]

$$V_{\text{ск}} = l_{\text{кр}}\left(\omega_1 - \omega_2\right), \quad (1)$$

где $l_{\text{кр}}$ — расстояние от полюса зацепления до точки контакта.

Вместе с тем, в зацеплении нет колеса с внутренними зубьями, а скорость скольжения хоть и пропорциональна разности угловых

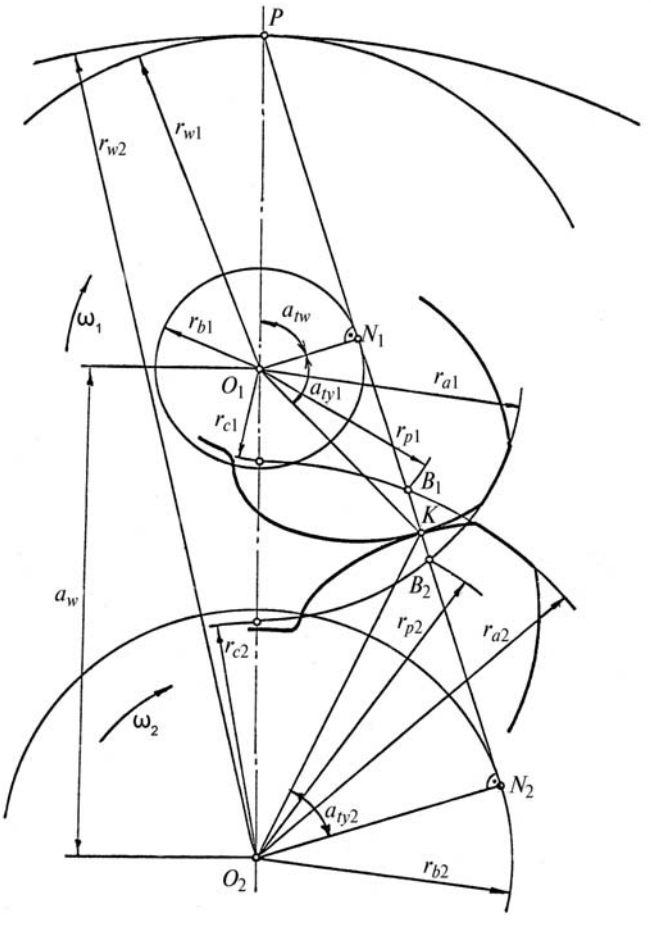

Рис. 1. Схема внешнего эвольвентного инверсного зацепления при одинаковых направлениях наклона зубьев

скоростей, однако из-за большого расстояния $l_{\text{кр}}$, имеет большое значение, что внутреннему зацеплению не свойственно.

Найдем основные зависимости, определяющие параметры внешнего инверсного зацепления, представленного на рис. 1. Определим в первую очередь угол зацепления α_{tw}, используя для этого уравнения, выражающие торцовые толщины сопряженных зубьев на начальных окружностях. Для шестерни эта толщина S_{tw_1} определяется по обычной формуле для внешних зубьев [2, 3]:

$$S_{tw_1} = d_{w_1}\left(\frac{\pi}{2z_1} + \frac{2x_1 \operatorname{tg}\alpha}{z_1} + \operatorname{inv}\alpha_t - \operatorname{inv}\alpha_{tw}\right), \quad (2)$$

где α_t — угол профиля в торцевом сечении.

Основная геометрическая особенность колеса *2*, изображенного на рис. 1, заключается в том, что его делительный диаметр много больше диаметра вершин. Толщину S_{tw_2} такого колеса найдем из схемы, приведенной на рис. 2. На этой схеме видно, что искомая толщина зуба колеса *2* является мнимой, поэтому дополним зацепление, представленное на рис. 1, еще одним колесом *2*′, использующим тот же делительный диаметр, что и колесо *2*. Внутренние зубья колеса *2*′ образованы теми же эвольвентами, что и колеса *2* (рис. 3). Очевидно, что зацепление шестерни *1* и колеса *2*′, изображенного на рис. 3, имеет такой же угол зацепления и такое же передаточное отношение, как и зацепление этой шестерни с колесом *2*. Толщину зуба колеса *2*′ рассчитывают по формуле

$$S_{tw_2} = d_{w_2}\left(\frac{\pi}{2z_2} + \frac{2x'_2\,\mathrm{tg}\alpha}{z_2} + \mathrm{inv}\alpha_t - \mathrm{inv}\alpha_{tw}\right), \quad (3)$$

где x'_2 — коэффициент относительного смещения колеса *2*′.

Из уравнений (2) и (3) определим угол зацепления:

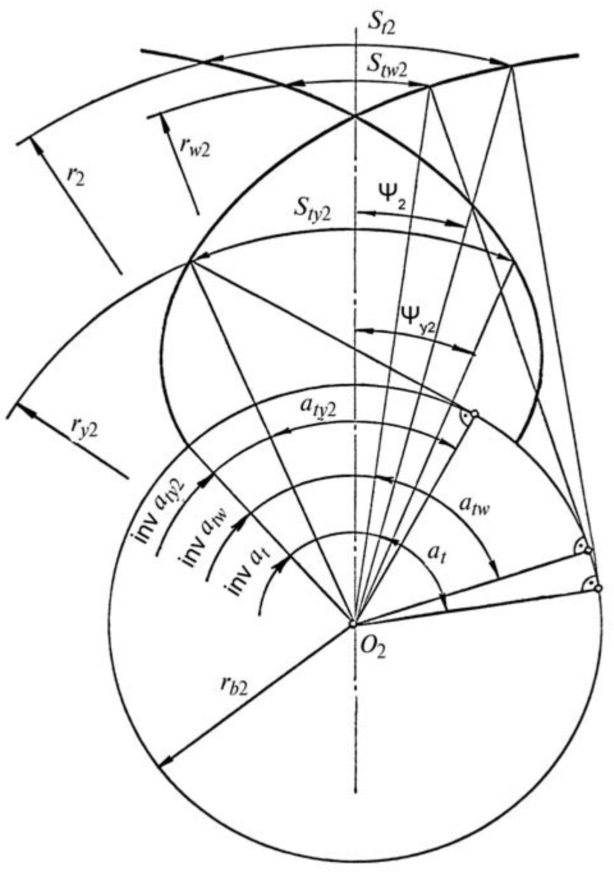

Рис. 2. Схема толщины зуба по делительной и произвольным окружностям

$$\mathrm{inv}\alpha_{tw} = \mathrm{inv}\alpha_t + \frac{2\left(x'_2 - x_1\right)\mathrm{tg}\alpha}{z_2 - z_1}. \quad (4)$$

Зависимость между коэффициентами относительных смещений этих колес x_2 и x'_2 запишется так:

$$x_2 = x'_2 - \frac{z_1}{\cos\beta}.$$

Зацепление колес *1* и *2*′ отличается только размерами колеса *2*. Найдем такой коэффициент смещения колеса *2*, при котором будут выполняться следующие соотношения [3]:

$$d_{a_2} = 2a_w - d_{f_1} - 2c^* m;$$

$$d_{f_2} = 2a_w - d_{a_1} - 2c^* m,$$

где $d_{a_{1,2}}$, $d_{f_{1,2}}$ — соответственно диаметры окружностей вершин и впадин колес *1* и *2*; c^* — коэффициент радиального зазора; $c_t^* m_t = c^* m$; m — модуль зацепления.

Выразив входящие в формулы d_{a_2} и d_{f_2} величины через параметры исходного контура, получим соотношение

$$x_2 = 2h_a^* - x_1 - \frac{z_2}{2\cos\beta}\left(1 - \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}\right) - \frac{z_1}{2\cos\beta}\left(1 + \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}\right) + \Delta y, \quad (5)$$

где $x_{1,2}$ — коэффициенты смещения колес *1* и *2*; h_a^* — коэффициент высоты головки зуба; β — делительный угол наклона зуба; Δy — коэффициент уравнительного смещения.

С учетом уравнения (5) формула для определения угла зацепления примет вид

$$\mathrm{inv}\alpha_{tw} = \mathrm{inv}\alpha_t + \frac{2\left[z_1 - \left(x_1 - x_2\right)\cos\beta\right]\mathrm{tg}\alpha}{\left(z_2 - z_1\right)\cos\beta}. \quad (6)$$

Определим радиусы начальных окружностей r_{w_1} и r_{w_2} и межосевое расстояние a_w передачи:

$$r_{w_1} = \frac{m_t z_1}{2}\frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}; \quad (7)$$

$$r_{w_2} = \frac{m_t z_2}{2}\frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}; \quad (8)$$

$$a_w = \frac{(z_2 - z_1)m}{2\cos\beta}\frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}}. \quad (9)$$

Торцовая толщина зуба s_{ty_2} колеса *2* (см. рис. 2) может быть определена по следующей формуле:

$$s_{ty_2} = d_{y_2}\psi_{y_2},$$

где ψ_{y_2} — центральный угол, соответствующий половине толщины s_{ty_2},

$$\psi_{y_2} = \mathrm{inv}\alpha_t - \mathrm{inv}\alpha_{ty_2} - \psi_2. \quad (10)$$

Здесь ψ_2 — центральный угол, соответствующий половине толщины зуба по делительной окружности.

Значение ψ_2 определяют по формуле [3]

$$\psi_2 = \frac{s_{t_2}}{d_2} = \frac{\pi}{2z_2} - \frac{2x_2\mathrm{tg}\alpha}{z_2}. \quad (11)$$

Подставив значения ψ_2 и ψ_{y_2} в уравнение для s_{ty_2}, получим

$$S_{ty_2} = d_{y_2}\left(inv\alpha_t - inv\alpha_{ty_2} - \frac{\pi}{2z_2} + \frac{2x_2\mathrm{tg}\alpha}{z_2}\right). \quad (12)$$

Для определения коэффициента торцевого перекрытия ε_α, выразим длину активного участка B_1B_2 (см. рис. 1) следующим образом:

$$B_1B_2 = N_1B_2 + N_2B_1 - PN_2 + PN_1.$$

Учитывая, что

$$N_1B_2 = r_{b_1}\mathrm{tg}\alpha_{ta_1};\ N_2B_1 = r_{b_2}\mathrm{tg}\alpha_{ta_2};$$

$$PN_1 = r_{b_1}\mathrm{tg}\alpha_{tw};\ PN_2 = r_{b_2}\mathrm{tg}\alpha_{tw},$$

получим

$$B_1B_2 = r_{b_1}\left(\mathrm{tg}\alpha_{ta_1} + \mathrm{tg}\alpha_{tw}\right) - r_{b_2}\left(\mathrm{tg}\alpha_{tw} - \mathrm{tg}\alpha_{ta_2}\right) \quad (13)$$

и коэффициент торцевого перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{B_1B_2}{p_b} = \frac{1}{2\pi}\left[z_1\left(\mathrm{tg}\alpha_{tw} + \mathrm{tg}\alpha_{ta_1}\right) - z_2\left(\mathrm{tg}\alpha_{tw} - \mathrm{tg}\alpha_{ta_2}\right)\right], \quad (14)$$

где p_b — шаг по основной окружности.

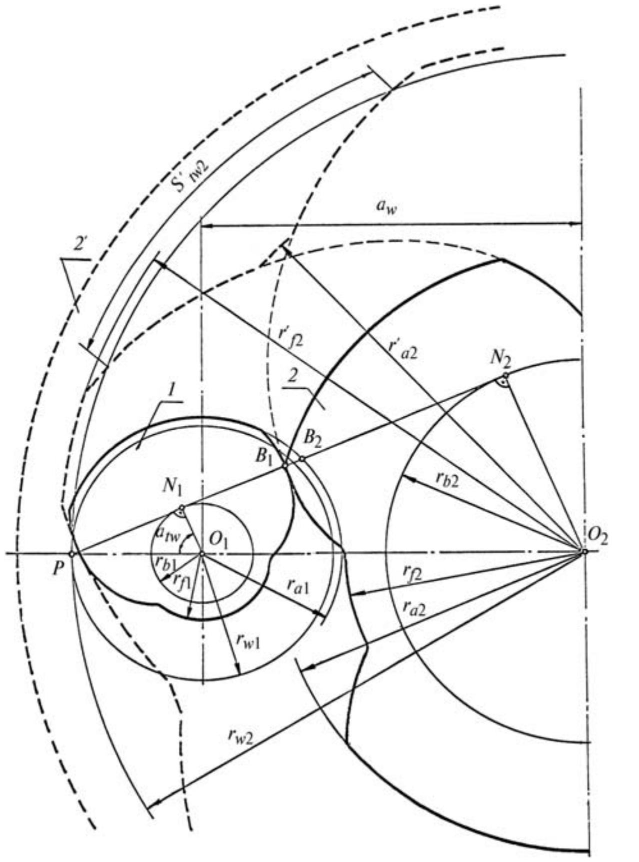

Рис. 3. Основное и дополнительное зацепления инверсной передачи с внешними зубьями при одинаковых направлениях наклона зубьев

Следует отметить, что выражение (14) для коэффициента торцового перекрытия не соответствует ни внешнему, ни внутреннему зацеплениям [2, 3] и составляет лишь небольшую часть полного коэффициента перекрытия. Для исключения кромочного контакта в зацеплении необходимо выполнение условия, вытекающего из (14):

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha_{tw} + \mathrm{tg}\alpha_{ta_1}}{\mathrm{tg}\alpha_{tw} - \mathrm{tg}\alpha_{ta_2}} > \frac{z_2}{z_1}. \quad (15)$$

Основная часть коэффициента перекрытия в инверсных передачах приходится на его осевую составляющую ε_β, при расчете которой следует исключить проекцию на торцовую плоскость той части зуба, на которой он имеет неполную толщину (отрезок BB' на рис. 4, равный $s_{c_1}\mathrm{tg}\beta_{c_1}\sin\beta_{c_1}$, где s_{c_1} — нормальная толщина зуба на цилиндре радиуса r_{c_1}) во избежание перегрузки этой части. Без учета срезанной части зуба

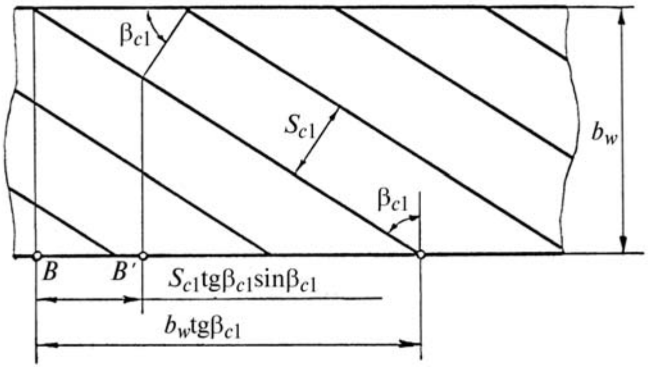

Рис. 4. Развертка сечения боковой поверхности зубьев цилиндра радиусом r_{c_1}

$$\varepsilon_\beta = \frac{\text{tg}\beta_{c_1}}{p_{c_1}}\left(b_w - s_{c_1}\sin\beta_{c_1}\right), \tag{16}$$

где b_w — рабочая ширина зубчатого венца; p_{c_1} — шаг на окружности r_{c_1},

$$p_{c_1} = \pi m \frac{d_{c_1}}{d_1}. \tag{17}$$

При заданном ε_β значение b_w определяют по формуле

$$b_w = \frac{\varepsilon_\beta \pi m d_{c_1}}{\text{tg}\beta_{c_1} d_1} + s_{c_1}\sin\beta_{c_1}, \tag{18}$$

где $r_{c_1} = \dfrac{d_{c_1}}{2} = a_w - r_{a_2}$.

При шевронном исполнении передачи условие $\varepsilon_\beta > 1$ должно выполняться для каждого полушеврона.

Самоторможение колес *1* и *2* (см. рис. 1) обеспечивается при выполнении следующих условий [7, 8]:

$$\text{tg}\beta_{y_1} > \sqrt{\frac{\cos^2\gamma}{f_{\min}^2} + \text{ctg}^2\gamma};$$
$$\text{tg}\beta_{y_2} < \sqrt{\frac{\cos^2\gamma}{f_{\max}^2} + \text{ctg}^2\gamma}, \tag{19}$$

где $f_{\min}$, $f_{\max}$ — минимальное и максимальное значение коэффициента трения; β_{y_1} и β_{y_2} — углы наклона зубьев колес *1* и *2* на соосных цилиндрах произвольных радиусов r_{y_1} и r_{y_2}; γ — угол между нормалью к боковой поверхности зуба и осью вращения, связанной с углом α и углом β наклона зуба на делительной окружности соотношением

$$\cos\gamma = \cos\alpha\sin\beta. \tag{20}$$

В процессе перемещения контактной точки K по активному участку B_1B_2 линии зацепления (см. рис. 1) углы наклона зубьев β_{y_1} и β_{y_2} на окружностях, проходящих через точку K, изменяются прямо пропорционально радиусам этих окружностей [2]. Угол β_{y_1} в точке B_1 принимает наименьшее значение, а угол β_{y_2} — наибольшее. Это означает, что если условия (19) выполняются в точке B_1, то они тем более выполняются во всех остальных точках активного участка линии зацепления. Поэтому примем

$$\text{tg}\beta_{p_1} = \sqrt{\left(\frac{\cos^2\gamma}{f_{\min}^2}\right) + \text{ctg}^2\gamma};$$
$$\text{tg}\beta_{a_2} = \sqrt{\left(\frac{\cos^2\gamma}{f_{\max}^2}\right) + \text{ctg}^2\gamma}, \tag{21}$$

где β_{p_1} и β_{a_2} — углы наклона зубьев колес *1* и *2* на окружностях радиусов r_{p_1} и r_{a_2}, проходящих через точку B_1.

Для того чтобы найти значение угла β запишем отмеченную в работе [2] зависимость между углами наклона зубьев и соответствующими радиусами:

$$\frac{\text{tg}\beta_{p_1}}{\text{tg}\beta} = \frac{r_{p_1}}{r_1};\ \frac{\text{tg}\beta_{a_2}}{\text{tg}\beta} = \frac{r_{a_2}}{r_1}, \tag{22}$$

где $r_{1,2} = \dfrac{m_t z_{1,2}}{2}$ — радиусы делительных окружностей колес *1* и *2*.

Радиус нижней точки активного профиля определяется по формуле [2]

$$r_{p_1} = \sqrt{\left(a_w\sin\alpha_{tw} - \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{b_2}^2}\right)^2 + r_{b_1}^2}, \tag{23}$$

где a_w — межосевое расстояние зубчатой передачи; α_{tw} — угол зацепления передачи в торцовой плоскости; $r_{b_{1,2}} = r_{1,2}\cos\alpha_t$ — радиусы основных окружностей колес *1* и *2*.

Радиус r_{a_2} окружности вершин второго колеса

$$r_{a_2} = m_t\left(\frac{z_2}{2} + h_{ta}^* + x_{t_2} - \Delta y_t\right), \qquad (24)$$

где m_t — торцовый модуль; x_{t_2} — коэффициент смещения колеса *2* в торцовой плоскости; Δy_t — коэффициент уравнительного смещения в торцовой плоскости.

Задачу можно существенно упростить, если зацепление принять равносмещенным $\left(x_1 = \left|-x_2\right| = x\right)$, а радиус r_{p_1} заменить на r_{c_1}, так как они отличаются не более чем на 1...2%.

Эта замена несколько повышает запас самоторможения. Из зависимостей (22) в этом случае можно получить следующие зависимости для определения β и *x*:

$$\beta = \mathrm{arctg}\left[\frac{z_1 \mathrm{tg}\beta_{c_1} + z_2 \mathrm{tg}\beta_{a_2}}{z_1 + z_2}\right]; \qquad (25)$$

$$x = h_a^* - \left[z_1 \frac{\mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\beta_{c_1}}{2\sin\beta}\right]. \qquad (26)$$

Необходимо отметить некоторые особенности расчета инверсных самотормозящихся передач в сравнении с обычными передачами внешнего зацепления. После определения радиусов окружностей вершин и начальных радиусов необходимо проверить условия внеполюсности зацепления $r_{y_1} < r_{w_1}$ или $r_{y_1} > r_{w_1}$ в зависимости от варианта самоторможения [6]. Если условие внеполюсности не выполняется, то следует изменить либо коэффициент смещения x_1, либо коэффициент высоты головки зуба h_a^*.

Особенности силового нагружения и самоторможения цилиндрических передач внешнего инверсного зацепления в тяговом режиме и режиме оттормаживания будут рассмотрены в другом исследовании.

Литература

1. ГОСТ 16530—83. Передачи зубчатые. М.: Изд-во стандартов, 1983. 49 с.
2. *Гавриленко В.А.* Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. М.: Машиностроение, 1969. 432 с.
3. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / Под ред. И.А. Болотовского. М.: Машиностроение, 1986. 448 с.
4. *Панюхин В.И.* Самотормозящиеся зубчатые передачи // Вестник машиностроения. 1979. № 2. С. 22—24.
5. *Скворцова Н.А., Панюхин В.В.* Самотормозящиеся зубчатые передачи с положительным передаточным отношением // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1984. № 5. С. 32—36.
6. *Тимофеев Г.А., Панюхин В.В.* Модификации цилиндрических самотормозящихся передач и варианты самоторможения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1986. № 1. С. 51—54.
7. *Тимофеев Г.А., Панюхин В.В.* Анализ критериев самоторможения // Вестник машиностроения. 2002. № 9. С. 3—8.
8. *Панюхин В.И.* Условия самоторможения в зацеплениях механических передач //Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1979. № 11. С. 34—37.

Статья поступила в редакцию 05.08.2012