

# Расчет и конструирование машин

УДК 621.7:536.2

## Расчет элементов обшивки летательных аппаратов в потоке случайно расположенных частиц пространства

**П.Б. Фёдоров**

*Рассмотрена статическая трехмерная модель упругопластического тела с учетом зависимости характеристик материала от температуры. Исследовано влияние максимальной глубины локального поверхностного дефекта и места его расположения в плане, а также толщины плиты и температуры нагрева на деформации и напряжения в каждой точке плиты с целью выявления случаев нагрева, при которых плиты будут работать без разрушения.*

**Ключевые слова:** статическая трехмерная модель, термоупругость, локальный поверхностный дефект, композиционные материалы.

## Calculation of aircraft skin components in a flow of randomly distributed space particles

**P.B. Fedorov**

*The static three-dimensional model of elastoplastic bodies is considered taking into account the material characteristics and temperature dependence. The article investigates the influence of the local superficial defect maximal depth and the place of its arrangement in the plan, as well as the thickness of a plate and temperatures of heating on deformation and pressure in each point of the plate in order to reveal those cases of heating under which plates would work without destruction.*

**Keywords:** static three-dimensional model, elastoplasticity, local superficial defect, composite materials.



**ФЁДОРОВ**

**Павел Борисович**

кандидат технических  
наук, доцент

кафедры «Прикладная  
математика и системный  
анализ»

(Саратовский  
государственный  
технический университет  
им. Гагарина Ю.А.)  
fedorov1954@yandex.ru

Наиболее перспективными материалами, характеризующиеся высокими прочностью, жесткостью, жаропрочностью и выносливостью, созданными человеком, в настоящее время становятся композиционные материалы. Одним из способов их создания является набор из чередующихся слоев фольг алюминия и стали.

В данной работе исследован материал, составленный из сплава на основе алюминия АД1 и стали 12Х18Н10Т, используемый при изготовлении деталей летательных аппаратов в пределах рабочих температур до 723 К. Условия эксплуатации конструкций, выполненных из этих материалов таковы, что внешняя поверхность за счет трения нагревается и подвергается ударам частиц пространства. В результате нагрева и образования локальных поверхностных дефектов, в дальнейшем именуемых как вмятины, плита неравномерно деформируется в каждой точке объема. Все это требует создания трехмерной модели термоупругости с учетом зависимости характеристик материала от температуры. Причем интенсивность термоупругих напряжений, как это показано в работе [1], может превышать предел текучести, даже в диапазоне рабочих температур.

Рассмотрим плиту со сторонами  $L_x, L_y, L_z$ , нагретую по внешней поверхности  $z = L_z$  до температуры  $T_p$ . Уравнения равновесия элемента плиты в соответствии с работами [2, 3], имеют следующий вид:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial j} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial j}, \quad (i=1, 3). \quad (1)$$

Напряжения  $\sigma_{ij}, \bar{\sigma}_{ij}$  (индексы «1» соответствуют оси  $x$ , «2» — оси  $y$ , «3» — оси  $z$ ) определялись из соотношений Дюамеля — Неймана [2] через функции перемещений  $u, v, w$  и  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  трех переменных  $x, y, z$ , где  $\bar{u}=0, \bar{v}=0, \bar{w}=\delta w_0$  — перемещения на поверхности  $z = L_z$  в области прямоугольной вмятины  $V_d$  с размерами в плане  $L_{xd}, L_{yd}$ ;  $w_0$  — значение начального прогиба в области вмятины:

$$\delta = \begin{cases} 1, & x, y, z \in V_d, \\ 0, & x, y, z \notin V_d; \end{cases} \quad w_0 = L_{zd} \sin\left(\frac{\pi(x-x_d)}{L_{xd}}\right) \sin\left(\frac{\pi(y-y_d)}{L_{yd}}\right), \quad (2)$$

где  $L_{zd}$  — максимальная глубина и амплитудное значение начального прогиба вмятины,  $x_d, y_d$  — координаты угла вмятины.

Если материал находится в пределах упругости, то модуль Юнга  $E^*$ , и коэффициент Пуассона  $\nu^*$ , входящие в параметры Ламе  $\lambda, \mu$ , в каждой точке плиты остаются неизменными и равными соответствующим параметрам упругости  $E, \nu$ , а интенсивности напряжений  $\sigma_i$  и деформаций  $\varepsilon_i$  вычисляются по формулам [3, 4].

За пределами упругости, согласно методу переменных параметров упругости, эти характеристики материала вычисляются по формулам, приведенным в работе [5].

Температурное поле  $T(x,y,z)$  определялось из уравнения теплопроводности, полученного на основе закона Фурье [2]:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial i} \left( \lambda_i(T) \frac{\partial T}{\partial i} \right) = 0, \quad (3)$$

где  $\lambda_i$  — теплопроводность.

Граничные условия для уравнений (1):

$$u = 0 \text{ при } x = 0, L_x; \quad v = 0 \text{ при } y = 0, L_y; \quad \sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0 \text{ при } z = 0, L_z.$$

Граничные условия для уравнения (3):

$$T = 273 \text{ К при } x = 0, L_x; \quad y = 0, L_y; \quad z = 0; \quad T = T_p \text{ при } z = L_z.$$

Зависимость  $\lambda_i, \alpha_i$  и  $E$  от температуры принималась в виде многочленов до третьего порядка [5].

Для решения уравнений (1) и (3) использовался метод конечных разностей [6–8], в результате чего уравнения в частных производных сводились к системе алгебраических уравнений, которая в свою очередь решалась методом верхней релаксации [8] с коэффициентом релаксации 1,7 без сохранения матрицы коэффициентов (подробно алгоритм изложен в работе [9]).

Причем уравнение теплопроводности (3) в силу температурной зависимости характеристик материала является нелинейным. Линеаризация системы алгебраических уравнений осуществлялась за счет того, что в первом приближении  $T$  подставлялось равным нулю, а затем значению температуры с предыдущей итерации метода верхней релаксации.

Для решения уравнений (1) за пределами упругости использовалась схематическая диаграмма  $\sigma_i^*(\varepsilon_i)$  с площадкой текучести и линейным упрочнением [4], которая применительно к материалу с усредненными характеристиками алюминия АД1 и стали 12Х18Н10Т имеет вид, представленный в работе [5].

На первом шаге метода верхней релаксации, переменные параметры упругости  $E^*$ ,  $\nu^*$  равны соответствующим параметрам упругости  $E$ ,  $\nu$  и по значениям перемещений  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , полученным из решения уравнений (1), вычисляются линейные  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$  и угловые  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{xz}$  деформации, а по ним —  $\varepsilon_i$ . По значению  $\varepsilon_i$  по диаграмме деформирования определяется  $\sigma_i^*$ :

$$\sigma_i^* = \begin{cases} \sigma_T & \text{при } \varepsilon_T < \varepsilon_i < \varepsilon_T^* \\ \sigma_T + (\varepsilon_i - \varepsilon_T^*)E_T & \text{при } \varepsilon_i > \varepsilon_T^*. \end{cases} \quad (4)$$

По значению  $\sigma_i^*$  для второго шага метода верхней релаксации определяются переменные параметры упругости  $E^*$ ,  $\nu^*$  [5].

На последующих шагах процедура пересчета  $E^*$ ,  $\nu^*$  осуществляется аналогично, пока результаты в некотором приближении с заданной точностью ни будут близки к соответствующим результатам предыдущего приближения.

Рассматривались композиционные плиты со сторонами:  $L_x = 0,32$  м,  $L_y = 0,32$  м,  $L_z = 0,016...0,064$  м, с размерами вмятин в плане  $L_d = L_{xd} = L_{yd} = 0,02$  м и следующими характеристиками материала:  $E_0 = 140,5$  ГПа;  $\nu = 0,305$ ;  $\alpha_{\lambda_0} = 13,435 \cdot 10^{-6}$  К $^{-1}$ ;  $\lambda_0 = 127,35$  Вт/(м·К);  $K_{E_T} = 0,03625$ ;  $\varepsilon_T = 0,38\%$ ;  $\sigma_T = 616$  МПа;  $\sigma_B = 768$  МПа, где  $\sigma_B$  — предел прочности;  $k_{\lambda_1} = -0,130436508$ ;  $k_{\lambda_2} = -0,000142857$ ;  $k_{\lambda_3} = 0,000000028$ ;  $k_{E_1} = -0,072236996$ ;  $k_{E_2} = -0,000086410$ ;  $k_{E_3} = 0,000000010$ ;  $k_{\alpha_1} = 0,00695$ ;  $k_{\alpha_2} = 0$ ;  $k_{\alpha_3} = 0$ .

Причем характеристики материала выбирались по работе [6] как усредненные для плиты, состоящей из четного числа слоев сплава на основе алюминия АД1 и стали 12Х18Н10Т. Как было показано в работе [10] при числе слоев большем 50 такое усреднение является правомочным.

Цель исследований — определение самой важной для работы плиты с дефектом типа вмятина:  $L_{zdk}$  — максимальный размер вмятины по оси  $z$ , при котором еще не будет разрушения. Причем за момент разрушения принималось достижение интенсивности напряжений в какой-нибудь точки плиты предела прочности.

Исследования проводились в три этапа для определения самых опасных случаев появления вмятин, влияющих на работоспособность композиционных плит.

На первом этапе исследования рассматривалась одиночная вмятина, расположенная в различных заданных участках внешней поверхности плит. Для определения  $L_{zdk}$  выполнялся ряд вычислений по описанному выше алгоритму для  $L_z \in [0,016; 0,064]$  (м).

Некоторые результаты исследования на этом этапе приведены на рис. 1 и в таблице. На рисунке 1 показана зависимость  $L_{zdk}$  от места расположения центра вмятины  $x_c = y_c$  при  $x_d = y_d \in [0,01; 0,15]$ , что соответствует диагонали плиты, при  $T_p = 673$  К. Как видно на рисунке за счет влияния неподвижных границ плиты значение  $L_{zdk}$  вблизи угла плиты от 3,1 до 3,26 раз больше, чем в центре плиты. Похожая картина наблюдалась и при расположении вмятины не в углу, а вблизи какой-то границы. Причем, при удалении центра вмятины от границы значение  $L_{zdk}$  резко уменьшается, очень быстро приближаясь к значению  $L_{zdk}$  при расположении вмятины в центре плиты. С увеличением  $L_z$  значение  $L_{zdk}$  растет, так как при этом уменьшается влияние не нагретой поверхности плиты. С повышением  $T_p$  значение  $L_{zdk}$  также растет, поскольку при этом расширение плиты частично компенсирует деформации, возникающие от появления вмятины.

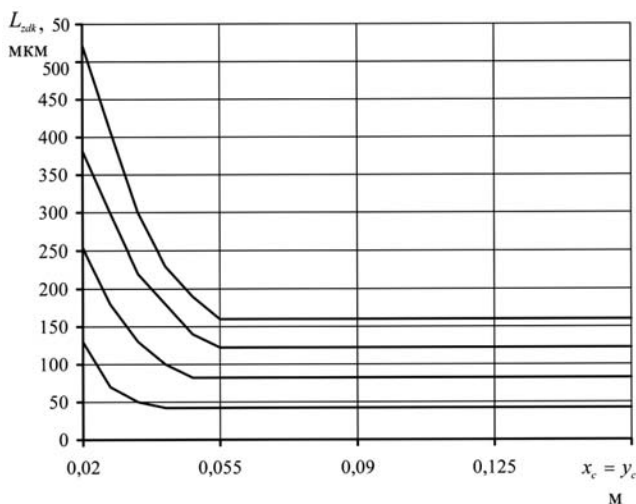


Рис. 1. Зависимость максимально допустимого значения глубины вмятины от места ее расположения в плане

Таблица

**Влияние толщины на экстремальные значения глубины вмятины**

Толщина плиты, мкм	Расположение дефекта в плане	Максимальное значение глубины вмятины, мкм	Минимальное значение глубины вмятины, мкм	Температура нагрева внешней поверхности, К
0,016	Угол плиты	130	—	673
0,016	Центр плиты	—	35	473
0,032	Угол плиты	254	—	673
0,032	Центр плиты	—	71	473
0,048	Угол плиты	386	—	473
0,048	Центр плиты	—	108	473
0,064	Угол плиты	522	—	673
0,064	Центр плиты	—	146	473

Как следует из данных, приведенных в таблице, самым неблагоприятным случаем является появление вмятины в центре плиты при  $T_p = 473$  К.

На втором этапе исследования рассматривалось напряженно деформированное состояние плиты толщиной 0,016 м,  $T_p = 473$  К при случайном количестве случайно расположенных

в плане вмятин без наложения деформаций вмятин в случае попадания нескольких частиц в одну и ту же точку поверхности, т. е. при  $L_{zdk} = \text{const}$ . В этом случае независимо от количества случайных вмятин значение уменьшилось всего не более, чем на 1,5% по отношению в случаю одиночной вмятины, расположенной в центре поверхности плиты. На рисунке 2 этот случай показан для сечения линией 2 (штрих пунктир). Поверхность плиты при этом имеет многочисленные случайные изломы в пределах значения  $L_{zdk}$  и прогиба (пунктирная линия 1), рассчитанного без наличия вмятин.

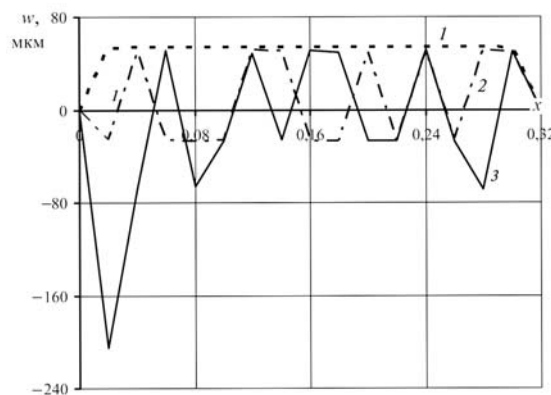


Рис. 2. Прогиб плиты для случайных вмятин в сечении  $y = 0,16$  м

На третьем этапе исследования рассматривалось напряженно деформированное состояние плиты толщиной 0,016 м,  $T_p = 473$  К при случайном количестве случайно расположенных в плане вмятин с наложением деформаций вмятин в случае попадания нескольких частиц в одну и ту же точку поверхности, т. е. при этом  $L_{zdk}$  определялась суммой амплитудных значений каждой из вмятин в отдельности. На рисунке 2 этот случай показан для сечения линией 3 (сплошная). Исследования показали, что даже при амплитудных значениях каждой из вмятин в несколько раз меньших, чем соответствующие значения  $L_{zdk}$  для одиночной вмятины, существует вероятность того, что в какой-то точке поверхности плиты интенсивность напряжений превысит предел прочности. На рисунке 2 показан этот случай, когда при амплитудном значении одной вмятины, равном 8 мкм (для одиночной вмятины значение  $L_{zdk}$  было равно 35 мкм) суммарное амплитудное

значение глубины вмятины составило 40 мкм, т. е. в одну точку поверхности попало пять частиц из пространства. При этом интенсивность напряжений в этой точке достигла значения 804 МПа.

## Выводы

1. Локальный поверхностный дефект типа вмятина при его амплитудном значении, не превышающем значения  $L_{zdk}$ , не приводит к разрушению композиционной плиты.
2. Плиты с большими толщинами способны работать без разрушения с большими амплитудными значениями вмятины.
3. При повышении температуры значение  $L_{zdk}$  увеличивается для всех толщин.
4. При расположении вмятины в плане вблизи границ плиты она способна работать при значениях  $L_{zdk}$  до 3,26 раз больших, чем при расположении вмятины в центре плиты.
5. При одиночной вмятине самым неблагоприятным случаем является вмятина в центре плиты при  $T_p = 473$  К.
6. При случайном количестве случайно расположенных в плане вмятин без наложения деформаций вмятин в случае попадания нескольких частиц в одну и ту же точку поверхности значение  $L_{zdk}$  уменьшается не более, чем на 1,5 % по отношению в случаю одиночной вмя-

тины, расположенной в центре поверхности плиты.

7. Самый неблагоприятный случай деформирования плиты от ударов частиц пространства наблюдается у тонкой плиты толщиной 0,016 м с наименьшими размерами области вмятины в плане при наложении деформаций вмятин в случае попадания нескольких частиц в одну и ту же точку поверхности.

## Литература

1. *Фёдоров П.Б.* Термоупругие деформации и напряжения многослойных композиционных плит различной толщины. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2002. 17 с.
2. *Коляно Ю.М., Кулик А.Н.* Температурные напряжения от объемных источников. Киев: Наукова думка, 1983. 288 с.
3. *Толоконников Л.А.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Высш. школа, 1979. 318 с.
4. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968. 400 с.
5. *Фёдоров П.Б.* Расслоение композиционных плит при нагреве // Вестник СГТУ. Саратов. 2009. № 3(40). С. 23—29.
6. *Материалы в машиностроении: Справочник.* В 5 т. Т. 3 / Под ред. И.В. Кудрявцева. М.: Машиностроение, 1967. 446 с.
7. *Биргер И.А.* Круглые пластины и оболочки вращения. М.: Оборонгиз, 1961. 300 с.
8. *Самарский А.А.* Введение в численные методы. М.: Наука, 1987. 288 с.
9. *Фёдоров П.Б.* Математическое моделирование случайно неоднородных термоупругих полей. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2000. 9 с.
10. *Фёдоров П.Б.* Термоупругие деформации многослойной композиционной плиты // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2001. № 4. С. 3—7.
11. *Фёдоров П.Б.* Упруго-пластические деформации случайно неоднородных композиционных плит // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2003. № 9. С. 8—16.

Статья поступила в редакцию 07.06.2012