

# Транспортное и энергетическое машиностроение

УДК.629.3



**МОРОЗОВ**  
Михаил Владимирович  
аспирант



**КУПРЕЯНОВ**  
Андрей Анатольевич  
доцент кафедры  
«Колесные машины»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)  
e-mail: mvmorozov@bk.ru

## Влияние тепловых процессов на трибологические характеристики контакта шины с дорожной поверхностью и вид диаграммы $\varphi(S)$ для различных режимов работы колеса

**М.В. Морозов, А.А. Купреянов**

*Приведены не столь широко известные литературные данные по зависимости  $\varphi(S)$ -диаграммы, используемой в теории ABS и антипробуксовочных систем, от скорости движения, режима силового нагружения колеса и скорости изменения этих параметров. Путем перехода от одного параметра (безразмерного коэффициента скольжения) к двум независимым параметрам (абсолютной скорости вращения колеса и скорости скольжения в контакте) показана причина различия между тяговым и тормозным режимами.*

**Ключевые слова:** тепловая нагруженность шины, вязкоупругость, трение эластомера, сцепление шины, ABS, антиблокировочная система.

## Influence of thermal processes on tribological characteristics of tire contact with road surface and form of diagram $\varphi(S)$ for different modes of wheel operation

**M.V. Morozov, A.A. Kupriyanov**

*The article considers not so widely known data from literature sources on the dependance of  $\varphi(S)$ -diagrams used in the theory of ABS and traction control systems on vehicle speed, wheel load conditions and the rate of change of these parameters. By switching from a single parameter (the dimensionless coefficient of*

*sliding) to two independent parameters (the absolute speed of the wheel and the sliding velocity in the contact) the reason for the difference between traction and braking modes is shown.*

**Keywords:** tire temperature, viscoelasticity, elastomer friction, tire traction, ABS, Traction Control.

Автомобильная шина, вне всякого сомнения, является важнейшим элементом автомобиля, поскольку используется за редким исключением на всех колесных машинах как единственное звено, связывающее все самые различные по типу и конструкции механизмы и системы автомобиля с дорожной поверхностью. Через контакт шины с опорной поверхностью передаются все силы, придающие автомобилю заданное водителем изменение или удержание величины и направления линейной и угловой скорости. Вместе с тем, признание столь высокой важности свойств шины обычно ограничивается использованием шин, соответствующих сезону, типичной для автомобиля опорной поверхности и предпочтением шин того или иного производителя, зарекомендовавших себя в процессе эксплуатации. Следует отметить, что специалисты шинной промышленности проводят большую работу по улучшению сцепных свойств, в том числе и в плохих дорожных условиях, однако при оптимизации параметры воздействия на шину со стороны автомобиля считаются заданными и не подлежат оптимизации. До настоящего времени при расчетах систем автомобиля достаточно часто сложная зависимость коэффициента трения в контакте от множества факторов (например, режима работы колеса, температуры шины, процессов очищения поверхности от загрязнений буксующим или скользящим колесом) упрощается до просто набора постоянных величин для различных дорожных поверхностей. Очевидно, что такой подход не позволяет разрабатывать перспективные антиблокировочные или антипробуксовочные системы. Как известно, применение этих систем позволяет реализовывать в контакте бóльшие величины силы трения, чем усредненные табличные значения, описанные выше. При этом с увеличением доли трансмиссионных систем с широки-

ми возможностями управления крутящими моментами колес, таких как электрические, гидроробъемные или гибридные трансмиссии, более адекватное представление о всех физических процессах, определяющих сцепление шины с дорогой в площадке контакта просто необходимо для создания систем, более эффективно реализующих потенциал сцепных свойств шины.

Авторами статьи была поставлена задача исследования влияния режима работы колеса и результирующего теплового поля шины на максимальный коэффициент трения, реализуемый в контакте.

### Обзор изданных работ

При анализе сцепных свойств как постоянно изменяющейся величины, например, при расчете антиблокировочных и антипробуксовочных систем [1–3] чаще всего используют  $\phi(S)$ -диаграммы зависимости коэффициента продольной силы тяги от коэффициента скольжения. Общий вид этих диаграмм представлен на рис. 1. Для различных поверхностей используют разные диаграммы. При отсутствии боковой реакции  $R_y$  в контакте  $\phi(S) \equiv \phi_x(S_x)$ .

Коэффициент продольной силы тяги

$$\phi_x = \frac{R_x}{R_z},$$

где  $R_x$  — продольная реакция в контакте с опорной поверхностью;  $R_z$  — вертикальная реакция.

Коэффициент скольжения

$$S_x = \frac{V_{Sx}}{V_x}.$$

Здесь  $V_{Sx}$  — скорость скольжения в контакте;  $V_x$  — продольная скорость центра колеса в тяговом режиме. В тормозном режиме

$$S_x = \frac{V_{Sx}}{V_{\text{rot}}},$$

где  $V_{\text{rot}}$  — окружная скорость точек на поверхности шины относительно центра колеса.



Рис. 1.  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы для различных поверхностей в тормозном режиме

При наличии в контакте боковой реакции  $R_y$  приведенные зависимости имеют более сложный вид и  $\varphi(S)$  отличается от  $\varphi_x(S_x)$ .

Диаграммы позволяют учитывать явление упругого скольжения колеса, возникающего в результате окружной деформации беговой дорожки на входе и выходе из контакта с опорной поверхностью, а также уменьшения значения величины трения с увеличением скольжения.

Как правило при разработке алгоритмов функционирования антиблокировочных и антипробуксовочных систем используют некоторый набор зависимостей  $\varphi(S)$  для различных поверхностей. Часто одни и те же зависимости используют и для тягового и для тормозного режима. Однако известно, что указанные зависимости нестабильны в нестационарных режимах и существенно отличаются для тягового и тормозного режимов. Такой подход хоть и лучше, чем использование постоянной табличной величины, но в некоторых случаях не только неточен, но и принципиально неверен.

При описании  $\varphi_x(S_x)$ -диаграмм для различных поверхностей в литературе часто замалчивается следующее:

1) диаграммы получены в стационарном режиме, т. е. при постоянных, установившихся скорости и тепловом режимах. В реальном процессе торможения происходит одновременное изменение скорости автомобиля  $v$  и коэффициента скольжения (рис. 2). При этом в начале

торможения имеются пиковые забросы величины силы трения;

2) максимальное значение  $\varphi_x$  сильно зависит от абсолютной скорости автомобиля, а не только от безразмерного коэффициента скольжения. Причем, как показано на рис. 3, речь не о нескольких процентах изменения, а об изменении величины в 2–3 раза;

3) зависимость  $\varphi_x(S_x)$  различается для тягового и тормозного режима. На рисунке 4 видно, что в тяговом режиме падение сцепления с ростом скольжения значительно сильнее, чем в тормозном режиме (рис. 8).

Из пунктов 2 и 3 следует, что одного параметра (коэффициента скольжения) недостаточно для определения коэффициента  $\varphi_x$ . В соответствии с п. 2 следовало бы наряду с безразмерным коэффициентом скольжения  $S_x$  ввести второй параметр — абсолютную скорость автомобиля  $v$ . Тогда, на первый взгляд, этих двух параметров было бы достаточно для определения максимального значения коэффициента продольной силы тяги. Однако, в соответствии с п. 3, даже при одинаковой скорости автомобиля и коэффициенте скольжения в тяговом и тормозном режиме коэффициент продольной силы тяги имеет различное значение.

Как показано в работах [5–6], коэффициент трения эластомера (резины) по асфальтобетонной поверхности определяется не только кине-

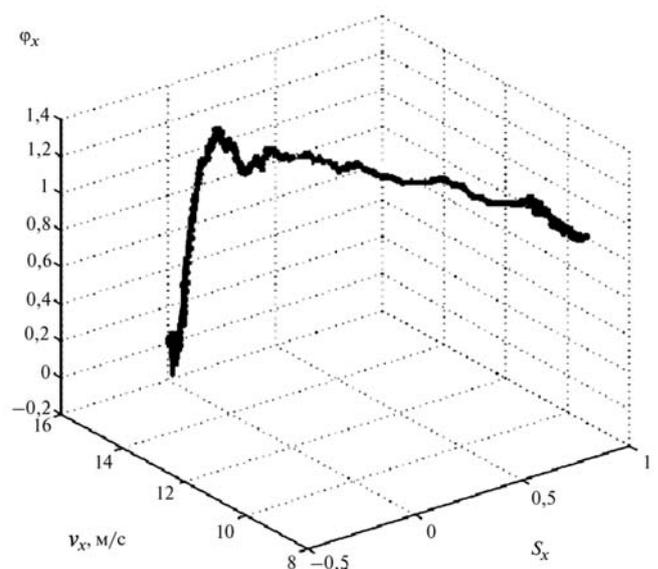


Рис. 2. Реальный процесс торможения в  $v-S$ -координатах [4]

матическими параметрами (скоростью скольжения резины по поверхности), но и температурой эластомера. Естественно, для установившихся режимов качения колеса тепловые параметры оказываются связанными с кинематическими.

**Постановка задачи**

Как следует из сказанного выше, для вычисления коэффициента продольной силы тяги  $\varphi_x$  в общем случае (при движении с произвольно заданной скоростью и произвольно заданным режимом работы колеса) требуется установить параметры от которых он имеет однозначную зависимость. Если придерживаться методики вычисления коэффициента продольной силы тяги на основе кинематических параметров, как и при использовании  $\varphi_x(S_x)$ -диаграмм, то требуется найти два кинематических параметра. Это следует из того, что плоское движение колеса параллельно опорной поверхности определяется двумя кинематическими параметрами.

Иными словами, требуется перейти от неоднозначно определенной функции одной переменной  $\varphi_x(S_x)$  к однозначной функции двух переменных  $\varphi_x(x_1, x_2)$  (где  $x_1, x_2$  — искомые параметры) такой, что при заданных скорости и режиме нагружения выполнялось бы равенство

$$\varphi_x(x_1, x_2) = \varphi_{x \text{ эксп}}(S_x),$$

где  $\varphi_{x \text{ эксп}}(S_x)$  —  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы, построенные на основе экспериментальных данных (см. рис. 3, 4).

Далее, для определения границ применимости функции  $\varphi_x(x_1, x_2)$  для вычисления коэффициента продольной силы тяги должен быть раскрыт физический смысл зависимости величины  $\varphi_x$  от найденных кинематических параметров. Как было сказано, максимальная величина коэффициента трения, а, следовательно, и коэффициента продольной силы тяги, сильно зависят от температуры резины в области контакта с опорной поверхностью. Связь теп-

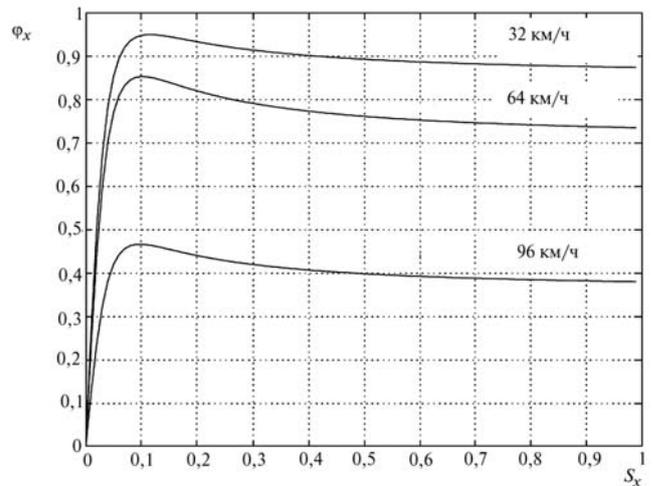


Рис. 3. Зависимость характера  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы от скорости автомобиля (режим торможения)

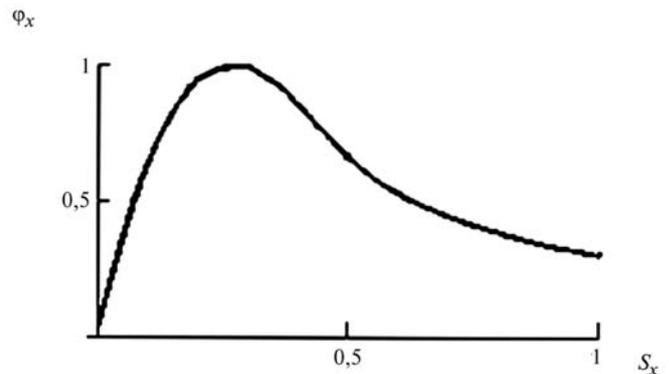


Рис. 4.  $\varphi_x(S_x)$ -диаграмма в тяговом режиме

лового поля шины с найденными кинематическими параметрами должна быть однозначной в области применимости функции  $\varphi_x(x_1, x_2)$ .

**Поиск независимых кинематических параметров, однозначно определяющих коэффициент продольной силы тяги**

Рассмотрим как изменяется один из главных параметров, влияющих на коэффициент продольной силы тяги, — скорость скольжения в контакте  $v_{sx}$  (будем рассматривать абсолютную скорость скольжения, а не безразмерный коэффициент  $S_x$ , поскольку, как было показано, зависимость  $\varphi_x(S_x)$  отличается для тягово-

го и тормозного режима или, иначе говоря, зависимость  $\varphi_x(S_x)$  не является однозначной).

В тормозном режиме скорость автомобиля  $v_x$  определяется формулой

$$v_x = v_{rot} + v_s. \quad (1)$$

В тяговом режиме эта же величина вычисляется по формуле

$$v_x = v_{rot} - v_s. \quad (2)$$

Формула (1) позволяет перестроить  $\varphi_x(S_x)$ -диаграмму (см. рис. 3) тормозного режима из координат  $S$  и  $v$  в координаты  $v_{rot}$  и  $v_s$  (рис. 5).

Из формулы (1) для тормозного режима

$$v_{rot} = v_x - v_s.$$

Если скорость автомобиля постоянна и равна некоторой величине  $v_{xi} = \text{const}$ , скорость вращения колеса изменяется в зависимости от скорости скольжения согласно формуле

$$v_{rot} = v_{xi} - v_s.$$

Таким образом, рассматривая в плоскости  $v_{rot} - v_s$  (см. рис. 5.) области равной скорости  $v_{xi} = \text{const}$ , можно констатировать, что функция  $v_{rot}(v_s) = v_{xi} - v_s$  является серией прямых, проходящих при  $v_s = 0$  через ось  $v_{rot}$  в точке с ординатой, равной скорости  $v_{xi} = \text{const}$  (кривая 1, рис. 5).

Рассматривая вместо функции  $\varphi_x(S_x)$  функцию двух переменных  $\varphi_x(v_s, v_{rot})$ , устанавливаем, что значения этой функции при постоянной скорости  $v_{xi} = \text{const}$  лежат в плоскости  $B$  (см. рис. 5).

Из формулы (2) для тягового режима имеем

$$v_{rot} = v_x + v_s.$$

Если скорость автомобиля постоянна и равна некоторой величине  $v_{xi} = \text{const}$ , скорость вращения колеса изменяется в зависимости от скорости скольжения рассчитывается по формуле:

$$v_s = v_{xi} + v_s.$$

В плоскости  $v_{rot} - v_s$  (см. рис. 5) при постоянных скоростях  $v_{xi} = \text{const}$  функция  $v_{rot}(v_s) = v_{xi} + v_s$  является серией прямых, проходящих при

$v_s = 0$  через ось  $v_{rot}$  в точке с ординатой, равной скорости  $v_{xi}$  (кривая 2, рис. 5), повернутых относительно кривой 1 равной скорости в тормозном режиме на  $90^\circ$ . Плоскости равной скорости для функции  $\varphi_x(v_s, v_{rot})$  будут также повернуты относительно плоскостей  $B$  равной скорости в тормозном режиме на  $90^\circ$  — плоскости  $A$  (см. рис. 5).

Таким образом, плоскости  $B_0 - B_{70}$ , изображенные на рис. 6 — это плоскости равной скорости с индексом, соответствующим значению скорости движения автомобиля [км/ч]. Напомним, что  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы строятся при постоянной скорости. Теперь в этих плоскостях могут быть построены кривые  $\varphi_x(S_x)$  по данным рис. 3.

Кривые  $\varphi_x(v_s, v_{rot})$  в координатах  $v_{rot}, v_s$  изображены на рис. 6. Путем построения криволинейной поверхности, проходящей через серию кривых  $\varphi_x(v_s, v_{rot})$ , можно получить поверхность  $\Pi$  предельных значений  $\varphi_x(v_s, v_{rot})$  при различных скоростях  $v_{rot}$  и  $v_s$  (без учета упругого скольжения, определяющего начальный линейный участок  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы).

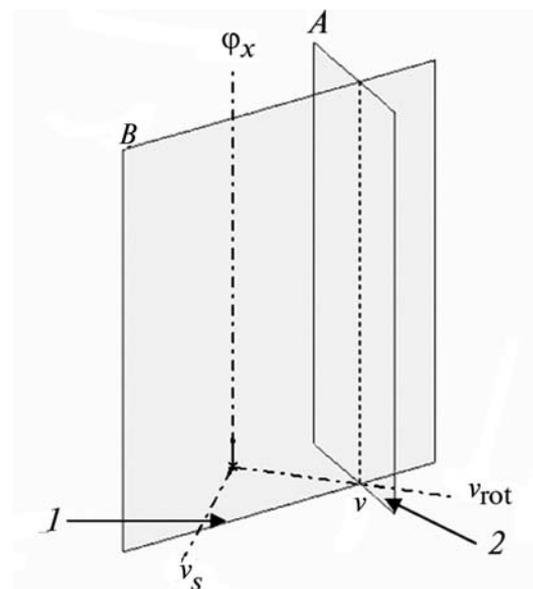


Рис. 5. Плоскости равной скорости в координатах  $v_{rot}, v_s$ :

1 — линия равной скорости в тормозном режиме;  
2 — линия равной скорости в тяговом режиме

Не раскрывая физической сущности этой поверхности, попробуем использовать ее для тягового режима. Как было показано, в координатах  $v_{rot}$  и  $v_s$  плоскости равной скорости в тяговом и тормозном режиме повернуты относительно друг друга на  $90^\circ$ . Кривые пересечения плоскостей равной скорости (плоскости А с индексом, соответствующим скорости движения автомобиля [км/ч]) в тяговом режиме с поверхностью П (рис. 7) определяют предельные значения  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы для соответствующих этим скоростям в тяговом режиме. При малых значениях  $S_x$  преобладает влияние упругого скольжения (коэффициент продольной силы тяги пропорционален коэффициенту  $S_x$ ), поэтому при построении  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы следует сочетать модель упругого колеса с трибологической моделью контакта, тогда можно получить кривую, выходящую из нуля, и ограниченную поверхностью П, аналогичную показанной на рис. 7.

Полученные  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы в тяговом режиме имеют тот же вид, что и на рис. 4.

Таким образом, выделенные независимые параметры  $v_{rot}$  и  $v_s$  однозначно определяют

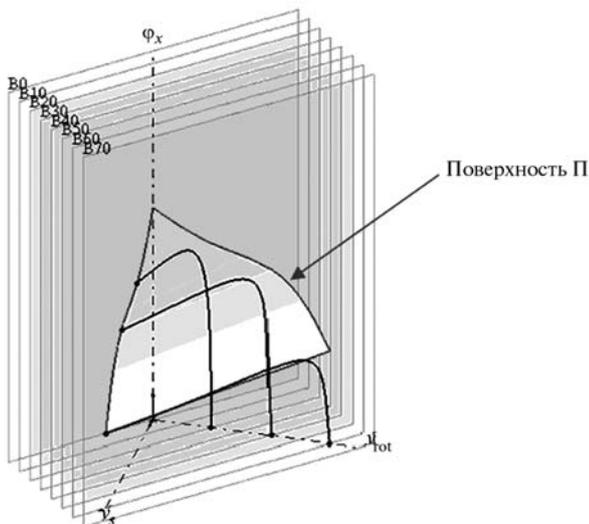


Рис. 6. Построение поверхности предельного значения

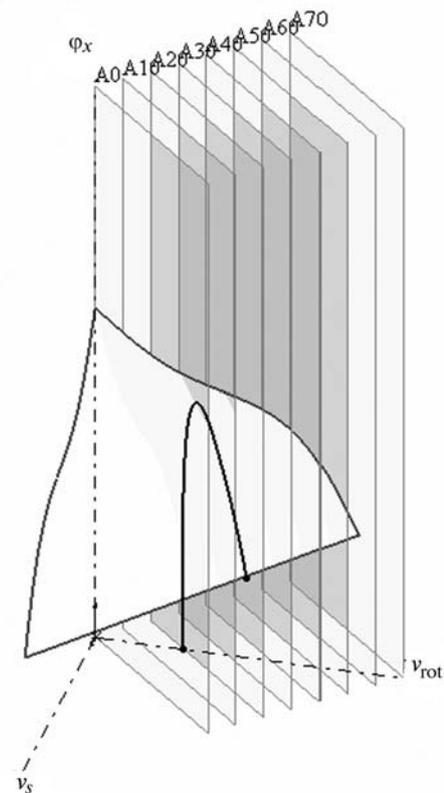


Рис. 7. Применение поверхности предельного значения для получения  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы в тяговом режиме

коэффициент продольной силы тяги как в тормозном, так и в тяговом режиме, т. е.  $x_1 \equiv v_{rot}$ ,  $x_2 \equiv v_s$ , а функция  $\varphi_x(x_1, x_2) \equiv \varphi_x(v_s, v_{rot})$  определена графически.

### Связь теплового состояния колеса с кинематическими параметрами

Вид поверхности П позволяет дать физическое толкование того факта, что  $\varphi_x(S_x)$ -диаграмма зависит не только от безразмерного коэффициента скольжения, но и от скорости вращения колеса. Итак, принципиальным различием тягового и тормозного режима является то, что при постоянной скорости движения автомобиля в тормозном режиме скорость вращения колеса падает с ростом скорости скольжения, а в тяговом наоборот. Это вызывает различную тепловую картину в зоне контакта.

Авторами статьи создана упрощенная математическая модель тепловой картины в контакте, в которой смоделировано изменение

температуры общей массы шины  $T_i$  (средняя температура каркаса шины с большей частью протектора), рабочего слоя  $T_n$  (поверхностного слоя протектора толщиной порядка 1 мм) и тончайшего поверхностного слоя протектора  $T_f$  (толщиной сотые доли миллиметра) для  $N$  точек поверхности:

$$\begin{cases} \frac{dT_i}{dt} = k_1 i \left[ k_2 \frac{d\varphi}{dt} - k_3 \sum_{i=1}^N (T_n - T_i) \right]; \\ \frac{dT_n}{dt} = k_1 n \left[ k_3 (T_i - T_n) - k_3 (T_n - T_i) \right]; \\ \frac{dT_f}{dt} = k_1 f \left[ k_3 (T_f - T_n) + k_6 \frac{dx_{ск}}{dt} - \right. \\ \left. - k_4 (T_f - T_b) + k_5 (T_f - T_{оп}) \right] \end{cases}$$

Здесь  $T_b, T_{оп}$  — температура воздуха и опорной поверхности;  $dx_{ск} / dt$  — скорость скольжения в контакте;  $d\varphi / dt$  — скорость вращения колеса;  $k_1 i, k_1 n, k_1 f$  — коэффициенты скорости роста температуры (величины, обратные теплоемкости);  $k_1 - k_6$  — определяемые экспериментально коэффициенты теплопередачи в предположении линейности системы (для упрощения).

Система дифференциальных уравнений составлена на основе уравнений, приведенных в работах [7, 8]. Математическая модель теплового состояния колеса используется совместно с упрощенной математической моделью качения деформируемого колеса. В математической модели качения эластичного колеса шина упрощенно представляется в виде 16 масс, соединенных упруго-демпфирующими связями. Более подробно построение такой модели рассмотрено в работе [9]. Описание данной комплексной математической модели и проверки ее адекватности будет опубликовано в диссертации М.В. Морозова «Методы улучшения тягово-сцепных и тормозных свойств автомобильного колеса с учетом трибологических свойств контакта шины с дорогой». В данной статье подробное описание опущено, поскольку модель используется скорее в качестве вспомогательного инструмента для решения поставленной задачи.

На рисунке 8 показано полученное с помощью модели изменение температуры рабочего и тонкого поверхностного слоя шины (для 16 точек по периметру в процессе вращения), определяющих, согласно вязкоупругой модели трения, величину силы трения в тормозном режиме с малым коэффициентом

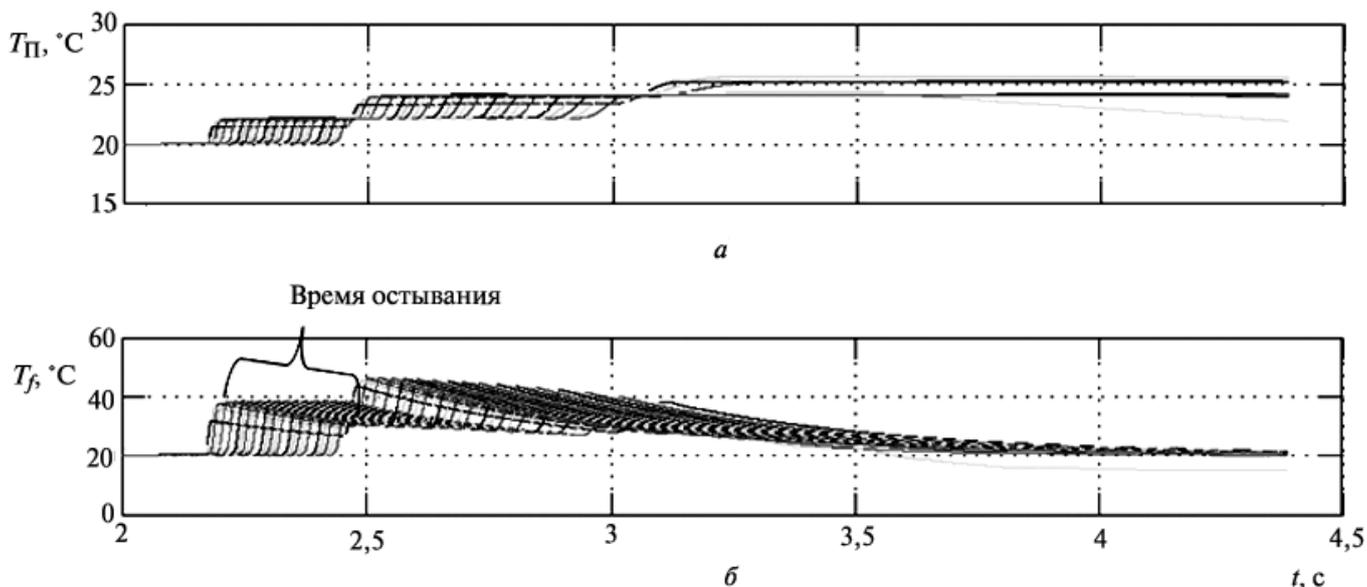


Рис. 8. Зависимость температуры рабочего  $T_n$  (а) и поверхностного  $T_f$  (б) слоя шины при торможении с малым скольжением (большой скоростью вращения колеса) для 16 точек по периметру шины в процессе вращения колеса от времени

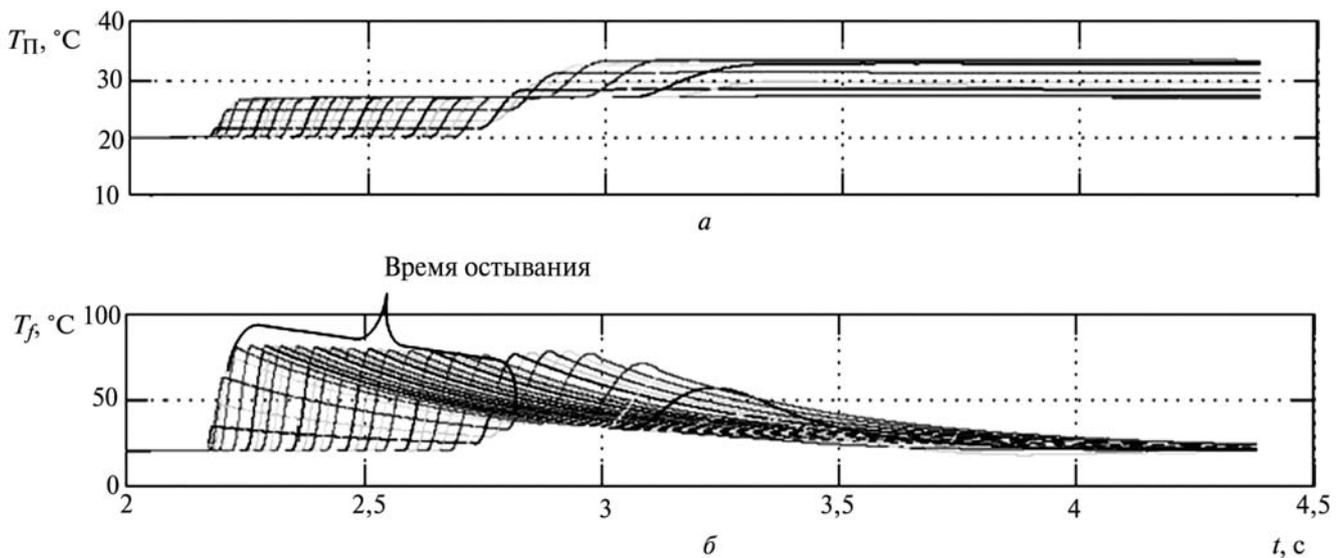


Рис. 9. Зависимость температуры рабочего  $T_{п}$  (а) и поверхностного  $T_{р}$  (б) слоя шины при торможении с большим скольжением (малой скоростью вращения колеса) для 16 точек по периметру шины в процессе вращения колеса от времени

скольжения  $S_x$ . На рисунке видно, что для отдельно взятого элемента протектора при прохождении области контакта температура резко возрастает в результате тепловыделения при скольжении, а затем, при выходе из контакта, понижается в результате остывания при взаимодействии с воздухом до следующего входа в контакт (представлены 16 кривых, соответствующие 16 элементам).

Согласно вязкоупругой модели трения [5–6] повышение температуры рабочего слоя повышает силу трения, однако перегрев тонкого поверхностного слоя приводит к его существенному снижению. При малом коэффициенте скольжения нагрев поверхностного слоя в результате меньшей скорости скольжения  $v_s$  невелик, однако большая скорость вращения колеса  $v_{rot}$  означает, что у точек, вышедших из контакта, меньше времени на остывание перед новым входением в контакт с дорогой.

На рисунке 9 представлено изменение температуры рабочего и поверхностного слоя при торможении с большим коэффициентом скольжения  $S_x$ . В этом случае нагрев в результате большей скорости скольжения  $v_s$  больше, чем при качении с малым коэффициентом скольжения, однако, за счет меньшей скорости вращения колеса  $v_{rot}$  у точек поверхности больше времени для остывания перед новым

вхождением в контакт. Кроме того, больший прогрев рабочего слоя приводит к лучшему прилеганию эластомера к дорожной поверхности.

Согласно приведенным выше преобразованиям (см. рис. 7), в тяговом режиме увеличение скорости скольжения  $v_s$  происходит одновременно с повышением скорости вращения  $v_{rot}$ . В этом случае складывается куда менее благоприятная по сравнению с тормозным режимом тепловая картина, поскольку у поверхностного слоя с ростом скорости больше тепловыделение, и меньше время остывания перед новым входением в контакт (рис. 10). Предельным случаем увеличения температуры является дымление сильно буксующего колеса.

### Влияние скорости деформации шины при входе в контакт с опорной поверхностью

Вторым фактором, в некоторой степени определяющим снижение коэффициента трения, является то, что гистерезисное трение определяется не одной величиной шероховатости, а всем спектром шероховатостей дорожной поверхности. С уменьшением времени взаимодействия элементов протектора с поверхностью дороги эластомер не успевает сформироваться и заполнить все полости опорной

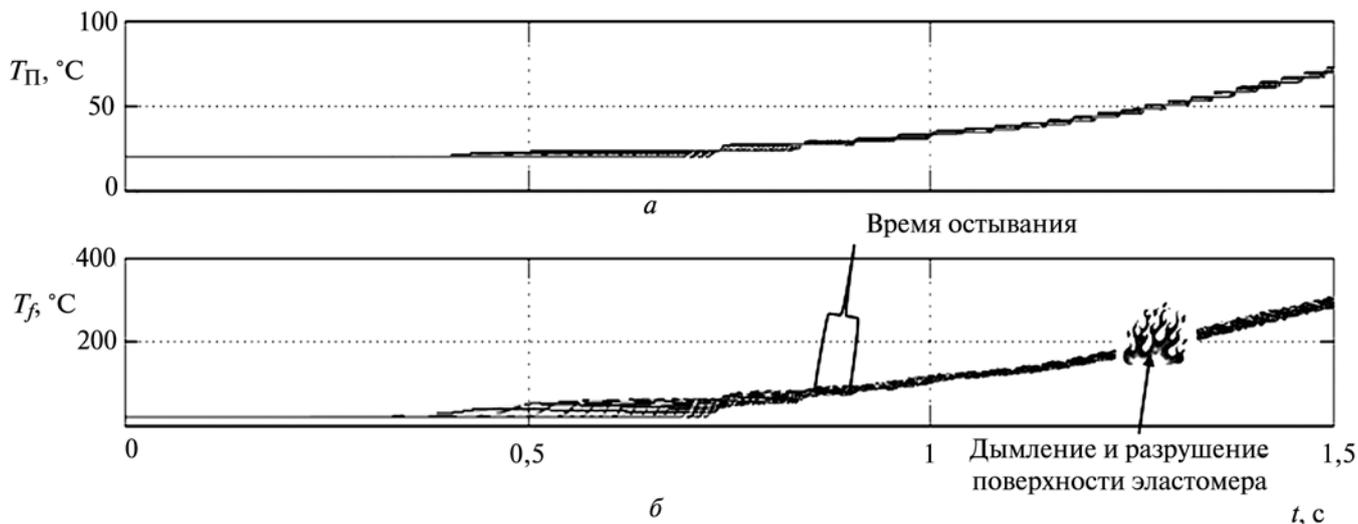


Рис. 10. Зависимость температуры рабочего  $T_n$  (а) и поверхностного  $T_f$  (б) слоя шины при буксовании колеса для 16 точек по периметру в процессе вращения от времени

поверхности, таким образом, часть спектральной плотности шероховатостей дорожной поверхности, соответствующая более коротким длинам шероховатостей, оказывается отрезанной. При этом следует заметить, речь идет именно о деформации элементов поверхности шины при входе в контакт в процессе вращения колеса, т. е. шина не успевает полностью сформироваться от того, что в контакте участок находится очень короткое время. Степень полноты контакта при этом определяется скоростью вращения колеса  $v_{rot}$ . Тот факт, что эла-

стомер не успевает восстановить форму при скольжении и деформации по шероховатостям, заложено в модель трения эластомера. Степень полноты контакта при этом определяется скоростью скольжения  $v_s$ .

Частота входа в контакт одного элемента поверхности протектора определяется скоростью автомобиля  $v$  и радиусом колеса  $R$ . Рассмотрим для примера качение колеса 195/60 R16 со скоростью 20 км/ч:

$$v = 2\pi \frac{v}{P} = 2\pi \frac{20 / 3,6}{0,308} = 113 \text{ Гц.}$$

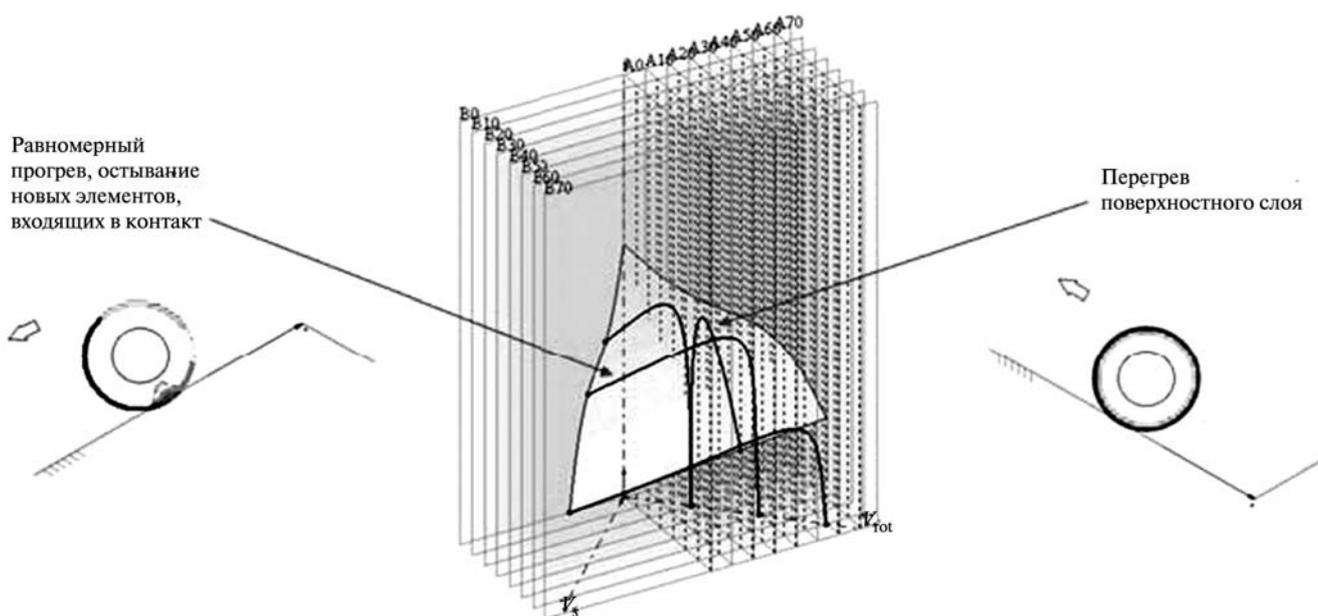


Рис. 11. Влияние температуры на вид  $\phi(i)$ -диаграммы в общем случае нагружения колеса

При такой частоте существенного изменения жесткости эластомера согласно [5] наблюдаться не может, т. е. снижение коэффициента трения с повышением скорости вращения  $v_{rot}$  определяется в основном тепловыми процессами (рис. 11).

## Выводы

Показано однозначное соответствие между параметрами  $v_s$ ,  $v_{rot}$  в установившемся режиме качения колеса и тепловым полем шины, определяющим коэффициент трения в контакте и максимальную величину коэффициента продольной силы тяги.

Впервые доказано и объяснено различие  $\varphi_x(S_x)$ -диаграммы для тягового и тормозного режима работы колеса.

Полученную графически функцию двух переменных  $\varphi_x(v_s, v_{rot})$  можно использовать для вычисления коэффициента продольной силы тяги в установившемся режиме. При воздействии на колесо переменного крутящего или тормозного момента возможна задержка по времени между изменением кинематических параметров и изменением теплового поля шины. В этом случае использование функции  $\varphi_x(v_s, v_{rot})$  для вычисления коэффициента продольной силы тяги некорректно.

Для переходных процессов, возникающих при динамическом воздействии на колесо, единственным способом определения коэффициента продольной силы тяги является имитационное моделирование с использованием упомянутой выше комплексной математиче-

ской модели, отражающей как механические свойства шины, так и процессы теплообразования и теплопередачи в колесе.

## Литература

1. Bosch Kraftfahr-technisches Taschenbuch; Hrsg von K.-H. Dietsche, M., Kingebiel. Wiesbaden: F. Vieweg & Sohn Verlag, 2007. 1192 s.
2. Breuer B., Bill K.-H. Bremsenhandbuch, Vieweg-Verlag, 2003.
3. Goehring E., von Glasner E.C. Fundamental remarks on the present status and on further Development of braking systems of modern European commercial vehicles, JSAE-Paper Nr. 911011. 1991. N 911. P. 41–46.
4. Canudas de Wit C. Dynamic Tire Friction Models for Vehicle Traction Control [Электронный ресурс]: Grenoble, 1999. URL: [http://www.lag.ensieg.inpg.fr/canudas/publications/vehicle\\_control/Tire\\_friction\\_models\\_CDC99.pdf](http://www.lag.ensieg.inpg.fr/canudas/publications/vehicle_control/Tire_friction_models_CDC99.pdf).
5. Moore D.F. The Friction and Lubrication of Elastomers. Oxford, 1975. 288 p.
6. Persson B.N.J. Rubber friction: role of the flash temperature [Электронный ресурс]: Julich, 2006 URL: <http://www.multiscaleconsulting.com/resources/flash+temperature.pdf> (дата обращения 01.11.2010).
7. Качугин В.Е. Аналитическое исследование теплового состояния катящейся пневматической шины: Дис. ... канд. техн. наук. М., 1974. 394 с.
8. Хромов М.К. Состояние и основные направления работ области изучения тепловых режимов шин при эксплуатации // Температурные режимы шин в процессе их производстве и эксплуатации: Красногорск, 1970. № 10. С. 186–200.
9. Белкин А.Е. Разработка системы моделей и методов расчета напряженно-деформированного и теплового состояний автомобильных радиальных шин: Дисс. ... докт. техн. наук. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998. 284 с.

Статья поступила в редакцию 13.04.2012