

УДК 539.013

Изгиб полосы с заполненным отверстием

В.Б. Буланов, И.Е. Семенов-Ежов, А.А. Ширшов

Приведены результаты численного исследования напряженного состояния в тонкой полосе постоянной толщины с центральным заполненным отверстием при симметричном поперечном изгибе.

Ключевые слова: полоса, поперечный изгиб, натяг, контактное давление, напряжения.

Bending of stripe with filled hole

V.B. Bulanov, I.E. Semenov-Ezhov, A.A. Shirshov

The results of the numerical investigation of the stressed state in a thin strip of constant thickness with a central filled hole under symmetric transverse bending are presented.

Keywords: stripe, lateral bending, tightness, contact pressure, stress.

Полоса с заполненным отверстием при поперечном изгибе может быть использована в качестве модели при расчете узких ступиц рычажных систем, которые должны удовлетворять условиям прочности и минимума контактного давления, что необходимо для повышения ресурса подшипников. Первым шагом в решении этой задачи является исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) в ступице, которое зависит как от контактного давления, так и от изгибающего момента. Контактное давление в свою очередь зависит от величины поперечной силы и от натяга.

Одна из первых методик расчета пластины с заполненным нагруженным отверстием приведена в работе [1]. В ней рассмотрено напряженное состояние в зоне отверстия широкой пластины с запрессованным в нее диском, нагруженным в центре сосредоточенной силой. Впервые исследовано изменение максимальных напряжений и контактного давления при нагружении диска до предельной нагрузки, за которую принята нагрузка, соответствующей началу образования зазора. Предложена методика аналитического определения предельной нагрузки, основанная на принципе суперпозиции. Напряжения от натяга определяли на основе решения задачи Ламе, а напряжения в зоне контакта от внешней нагрузки, приложенной к диску, — на основе решения для плоскости с отверстием, нагруженной сосредоточенной силой, приложенной в центре диска, вставленного в отверстие [2].

Результаты экспериментального исследования поляризационно-оптическим методом НДС в окрестности отверстия плоской модели симметричного двуплечего рычага, в центральное отверстие которого плотно (без натяга и зазора) вставлен диск, изложены в работе [3]. Модель была изготовлена из оптически чувствительного материала ОАСО-Э2 толщиной $t = 10$ мм с отверстием диаметром $d = 50$ мм



БУЛАНОВ
Владимир Борисович
доцент



СЕМЕНОВ-ЕЖОВ
Игорь Евгеньевич
доцент



ШИРШОВ
Анатолий Артемович
доцент кафедры
«Прикладная механика»
(МГТУ им Н.Э. Баумана;
e-mail: chirchovaa@mail.ru)

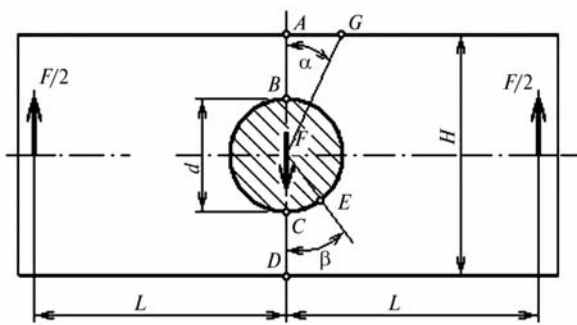


Рис. 1. Схема нагружения полосы

и шириной в центральной части $H = 80$ мм ($d / H = \alpha = 0,625$). Схема нагружения модели и ее размеры показана на рис. 1.

Предлагаемая работа является развитием работы [3]. В ней приведены результаты как экспериментального (поляризационно-оптическим методом), так и численного (методом конечного элемента — МКЭ) исследования напряженно-деформированного состояния при поперечном изгибе симметричной полосы, постоянной толщины с центральным отверстием, в которое вставлен диск с натягом (см. рис. 1). При решении МКЭ использованы трехузловые элементы. В силу симметрии рассматривали половину пластины. На контуре отверстия было расположено 73 узла. Протяженность зоны контакта заранее не задавали, так как она зависит от соотношения между натягом и изгибающим моментом.

Начальные значения сил F_j в узлах контакта задавали как сумму сил

$$F_{j\Delta} = p_k \Delta s,$$

зависящих от значения натяга, и F_{jF} , зависящих от значения поперечной силы F , т. е.

$$F_j = F_{j\Delta} + F_{jF},$$

где p_k — контактное давление, получаемое из решения задачи Ламе при запрессовке сплошного диска в пластину, наружный диаметр которого равен ширине пластины:

$$p_k = \frac{2\Delta}{d} \left[\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_1} + \frac{\mu_2}{E_2} - \frac{\mu_1}{E_1} \right]^{-1}, \quad (1)$$

Здесь $\alpha = d / h$ — отношение диаметра полосы к ее ширине; Δs — длина дуги контакта между узлами.

Силы $F_{j\Delta}$ были одинаковы во всех узлах, а силы F_{jF} изменяли по закону косинуса и были приложены к узлам дуги с центральным углом $\beta = 90^\circ$. Итерационный процесс корректировки сил в узлах контакта прекращался после выполнения условия совместности перемещений с допуском по радиальным перемещениям 1,0 мкм, что соответствует деформациям порядка $4 \cdot 10^{-5}$. Предварительные расчеты показали, что уменьшение допуска в 2 раза приводит к изменению максимальных напряжений в пределах 1%.

Для проверки адекватности выбранного алгоритма расчета было проведено сравнение экспериментальных и расчетных значений напряжений, полученных для случая запрессовки диска из алюминиевого сплава ($E_1 = 70$ ГПа, $\mu_1 = 0,30$) в полосу из материала ОАСО-Э2 ($E_2 = 3$ ГПа, $\mu_2 = 0,36$, т. е. $E_1 \gg E_2$). На рисунке 2 показано распределение относительных окружных $\bar{\sigma}_t$, радиальных $\bar{\sigma}_r$ и эквивалентных $\bar{\sigma}_e$ напряжений ($\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / p_0$) на контуре отверстия и в ослабленном сечении. Эквивалентные напряжения определяли по условию начала текучести Треска — Сен-Венана. За p_0 принято отношение $F / (dt)$, так как эксперимент проводили при нагрузке 1,5 кН то $p_0 = 3$ МПа.

Экспериментальные значения, полученные методом фотоупругости, нанесены звездочкой.

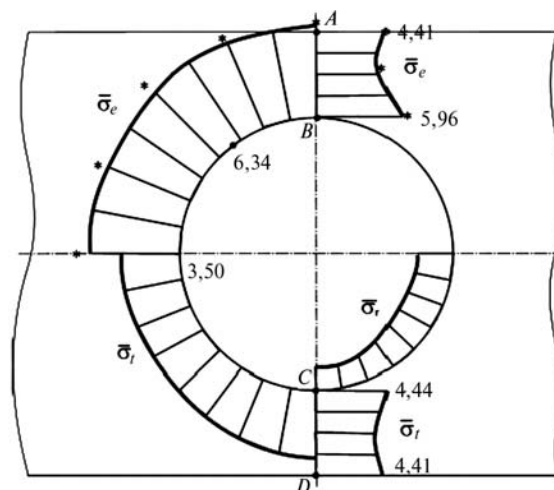


Рис. 2. Распределение относительных окружных $\bar{\sigma}_t$, радиальных $\bar{\sigma}_r$ и эквивалентных $\bar{\sigma}_e$ напряжений при запрессовке жесткого диска из алюминиевого сплава в полосу конечных размеров из оптически активного материала, моделирующую симметричный двуплечий рычаг

Методика проведения эксперимента подробно описана в работе [2]. Сплошными линиями даны результаты численного решения, выполненные для приведенных выше характеристик материалов. Расчеты показали, что максимум эквивалентных напряжений имеет место не в ослабленном сечении, а смещен по дуге на угол $\beta = 35...40^\circ$ (точка *E* на рис. 1). Распределение относительных напряжений при посадке в полосу диска из того же материала, что и материал полосы, мало отличается от представленного на рис. 2.

Ниже приведены результаты расчета полосы при поперечном изгибе. Во всех рассмотренных случаях поперечная сила и изгибающий момент были неизменны: $F = 1,5$ кН, $M = 120$ Нм.

На рисунке 3 для сравнения показано распределение безразмерных эквивалентных напряжений для трех случаев поперечного изгиба полос одинаковых размеров ($\alpha = 0,625$). Сравнение линий равного уровня эквивалентных напряжений (изолиний) на рис. 3, *a* и 3, *б* показывает, что различие в жесткостях диска и полосы практически не сказывается на характере их распределения, хотя максимальные значения отличаются на 10%. Сравнение изолиний на рис. 3, *б* и 3, *в* указывает на существенное влияние натяга как на характер распределения напряжений, так и на их максимальные значения.

Отметим, что в верхней части полосы (сжатой в продольном направлении) максимальные эквивалентные напряжения во всех трех случаях возникают не в ослабленном сечении, а на кромке полосы на некотором удалении от ослабленного сечения (см. рис. 1, точка *G*). Угловая координата α этой точки составляет примерно 30° при натяге $\Delta = 0,5\%$ и примерно 45° при отсутствии натяга. При чистом изгибе полосы с незаполненным отверстием [4] максимальные напряжения на наружных краях также смещены от ослабленного сечения.

На рисунке 4 приведены эпюры расчетных относительных окружных $\bar{\sigma}_r$ и радиальных $\bar{\sigma}_r$ напряжений в полосе ($\alpha = 0,625$) для двух случаев поперечного изгиба. Материал диска и полосы — одинаков. Заметим, что в ослабленном

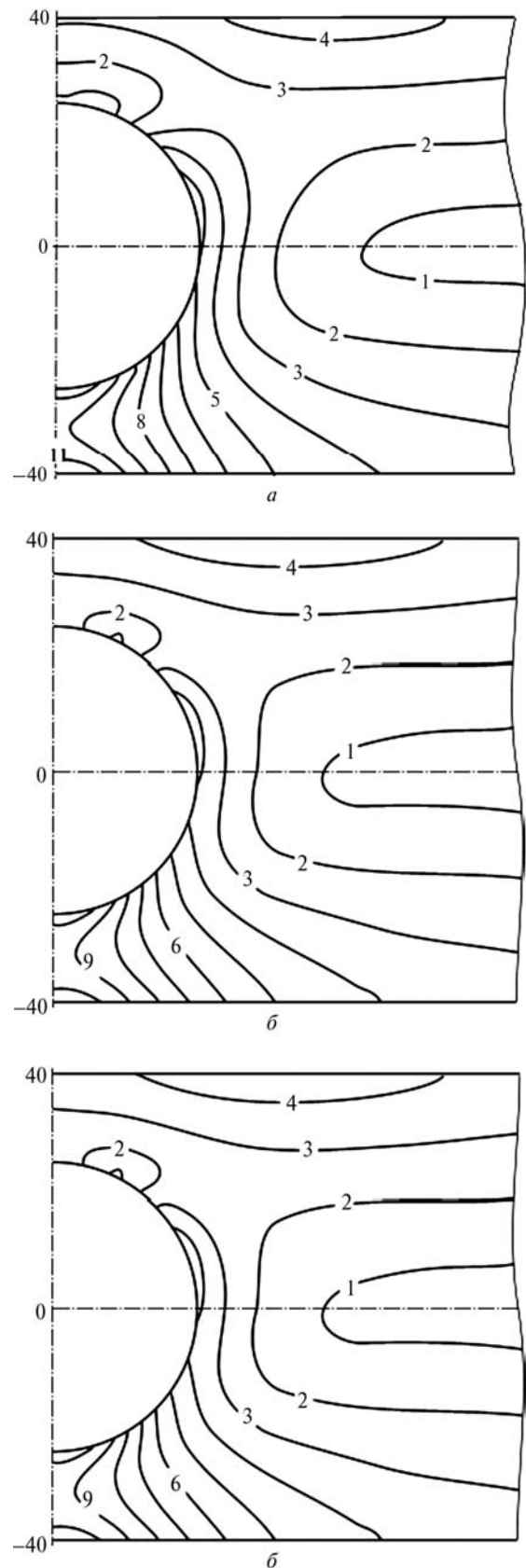


Рис. 3. Линии уровня эквивалентных напряжений:
a — натяг 0,5%, $E_1 \gg E_2$; *б* — натяг 0,5%, $E_1 = E_2$;
в — натяг 0,0%, $E_1 = E_2$

сечении (на оси симметрии) окружные напряжения совпадают с напряжениями $\bar{\sigma}_z$. Как и ранее, напряжения отнесены к $p_0 = F / (dt)$. Здесь же штриховыми линиями 1 и 2 показано распределение напряжений $\bar{\sigma}_z$, полученных с использованием принципа суперпозиции, когда напряжения вычисляют как сумму

$$\sigma_z = \sigma_z(M_x) + \sigma_z(p),$$

где $\sigma_z(M_x) = -\frac{M_x}{I_x} y$ — напряжения от действия изгибающего момента M_x ; $I_x = \frac{t}{12}(H^4 - d^4)$ — момент инерции в ослабленном сечении; y — расстояние от оси полюсы; $\sigma_z(p) = p \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \left(1 + \frac{H^2}{4y^2}\right)$ — окружные напряжения в диске, нагруженном внутренним давлением, наружный диаметр которого равен ширине H полосы. В сечении CD (зона растяжения) получено хорошее согласование численного решения и решения на основе метода суперпозиции, в то время как в сечении AB (зона сжатия) наблюдаются заметное различие как в значениях осевых напряжений, так и в характере их распределения.

Отметим, что в районе точки B (см. рис. 1 и рис. 4) для полосы с натягом $\Delta = 0,5\%$, силой $F = 1,5$ кН, моментом $M_x = 120$ Н·м и геометрическим параметром $\alpha = 0,625$, контактное давление стало практически нулевым. При отсутствии натяга в верхней (сжатой в продольном направлении) части полосы образуется зазор. В данном случае угловая протяженность зоны без контакта составляет примерно $65...70^\circ$.

Образование зазора в окрестности точки B зависит от соотношения между натягом и максимальными напряжениями от изгибающего момента. При отсутствии натяга ($\Delta = 0,0\%$) зазор образуется всегда, а протяженность зоны контакта зависит от величины изгибающего момента. На рисунке 5 показаны эпюры контактных давлений для четырех полос различной ширины H , нагруженных одинаковыми изгибающими моментами $M_x = 120$ Н·м и поперечной силой $F = 1,5$ кН. Для каждого случая даны две эпюры: одна при наличии на-

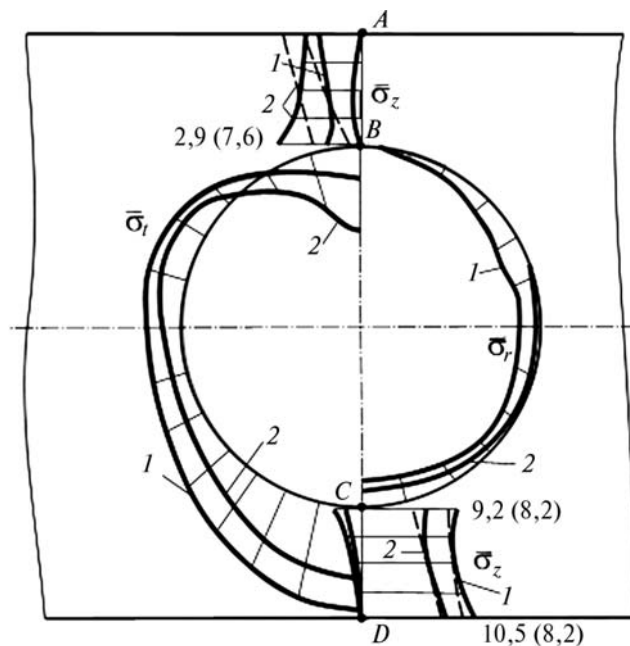


Рис. 4. Распределение напряжений на контуре отверстия в ослабленном сечении полосы:

1 — эпюры, соответствующие натягу $\Delta = 0,5\%$; 2 — эпюры, соответствующие отсутствию натяга и зазора $\Delta = 0$

тяга $\Delta = 0,5\%$, другая при отсутствии натяга, а также указаны значения ширины полосы и безразмерного максимального напряжения $\bar{\sigma}_{z,flex}$ от изгибающего момента, подсчитанного по элементарным формулам.

Из сравнения эпюр видно, что с увеличением изгибных напряжений растет неравномерность распределения контактного давления и максимальное контактное давление может возникнуть в зоне с угловой координатой $\beta \approx 120^\circ$. При отсутствии натяга возможно образование трех областей с зазором: в верхней части (около точки B) и симметрично относительно поперечной оси в зоне с угловой координатой $\beta \approx 70^\circ$. Это является следствием деформации первоначально кругового отверстия при нагружении полосы изгибающим моментом.

Как отмечено выше, при аналитическом определении предельной нагрузки в шарнирном соединении [1] был использован принцип суперпозиции, и при этом был получен удовлетворительный результат. В случае поперечного изгиба полосы с заполненным отверстием ус-

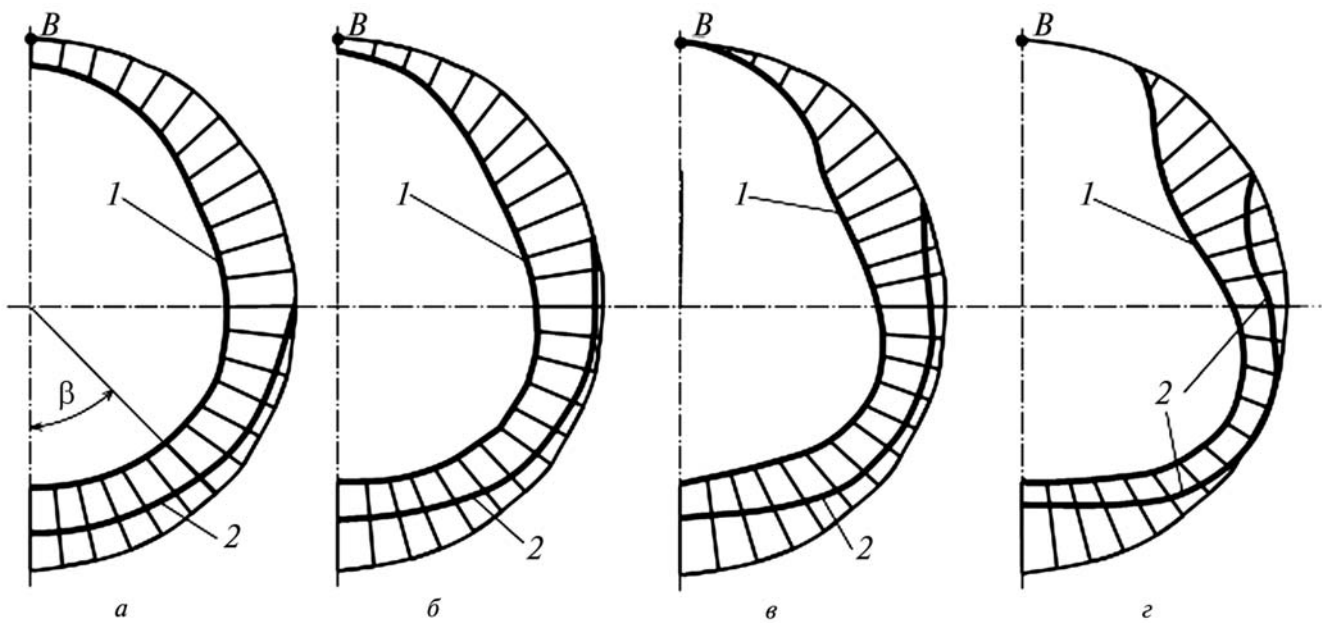


Рис. 5. Эпюры радиальных напряжений при изгибе полосы с различными максимальными напряжениями: а — $H = 100$ мм, $\bar{\sigma}_{\text{flex}} = 4,1$; б — $H = 90$ мм, $\bar{\sigma}_{\text{flex}} = 5,4$; в — $H = 80$ мм, $\bar{\sigma}_{\text{flex}} = 7,4$; з — $H = 70$ мм, $\bar{\sigma}_{\text{flex}} = 11,6$; 1 — натяг $\Delta = 0,5\%$; 2 — без натяга ($\Delta = 0,5\%$)

ловие достижения предельной нагрузки имеет вид

$$p_B - p_{\max} = 0, \quad (2)$$

где $p_B = \frac{2\Delta E}{d} \frac{1-\alpha^2}{2}$ — контактное давление от натяга, определяемое равенством (1) для одинаковых материалов диска и полосы; $p_{\max} = \frac{2F}{\pi dt}$ — максимальное контактное давление от поперечной силы, получаемое в предположении его распределения по дуге контакта закону косинуса: $p(\beta) = p_{\max} \cos \beta$.

В безразмерном виде равенство (2) имеет вид $p_0(\alpha) = k_\alpha \Delta$.

Как показали расчеты, проведенные при различных значениях поперечной силы, при одинаковом значении плеча силы L и трех значениях ширины полосы $H = 70, 80, 90$ мм, раскрытие стыка происходит при значениях попе-

речной силы в 2—3 раза больших, чем дает равенство (2).

На основании расчетов при различных значениях натяга было установлено, метод суперпозиции можно применять при оценке прочности, так как в наиболее опасной области — окрестности точки D — отличие от численного решения составляет до 10%.

Литература

1. Сухарев И.П. Прочность шарнирных узлов машин. М.: Машиностроение, 1977. 168 с.
2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
3. Семенов-Ежов И.Е., Степанов И.А., Сухарев И.П. Напряженно-деформированное состояние ступицы двуплечего рычага // Известия вузов. Машиностроение. 1990. № 3. С. 26—31.
4. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений: пер. с англ. М.: Мир. 302 с.

Статья поступила в редакцию 09.04.2012