Расчет и конструирование машин

УДК 539.3

Свободные колебания тонкого диска с радиальными прорезями по периферии*

А.Ю. Карпачев

Предложен метод расчета динамических характеристик круглого диска с радиальными прорезями. Приведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: свободные колебания, динамические характеристики, круглый диск, круглые пилы, радиальные прорези.

Free vibrations of a thin disc with radial slits along the periphery*

A.Yu. Karpachev

The calculation method for dynamic characteristics of a round disc with radial slits is offered. The comparison of numerical calculations results with the experimental data is fulfilled.

Keywords: free vibrations, dynamic characteristics, round disc, circular saws, radial slits.

Радиальные прорези по периферии диска (рис. 1) применяют при изготовлении круглых пил для повышения сопротивления потере устойчивости плоской формы равновесия от неравномерного нагрева в процессе эксплуатации. Их принято называть температурными

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для ведущих научных школ № НШ-5271.2010.8, № НШ-4748.2012.8.

КАРПАЧЕВ
Андрей Юрьевич
кандидат
физико-математических
наук, доцент
кафедры «Теоретическая
механика»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана;
e-mail: a-karpachev@mail.ru)

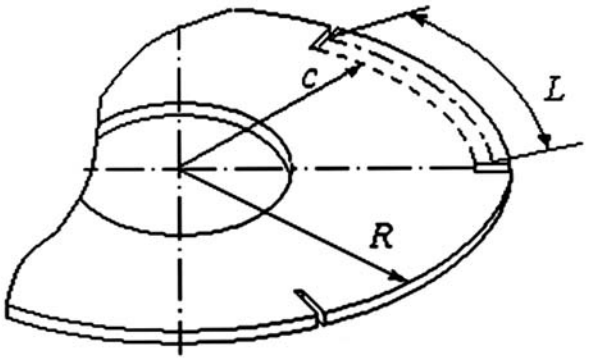

Рис. 1. Внешний вид диска с прорезями

компенсаторами. Обычно количество компенсаторов составляет $N=3$–6. В работе [1] приведена оценка эффективности использования радиальных прорезей и установлено удовлетворительное совпадение полученных расчетных данных с результатами известных экспериментальных исследований [2].

Изучение влияния компенсаторов на частоты собственных колебаний диска, непосредственно связанных с критической частотой его вращения, также представляет значительный интерес.

Для исследования свободных колебаний дисков с радиальными прорезями используем известный прием разделения системы на более простые подсистемы. Как правило, это делают путем устранения связей между ними (метод динамических податливостей), или, наоборот, введением дополнительных связей (метод динамических жесткостей). В решении задач о свободных колебаниях систем указанные методы называют методами гармонических коэффициентов влияния [3]. В рассматриваемом случае систему разделим на две подсистемы: пластина и набор криволинейных полос на ее контуре. Воспользуемся системой дифференциальных уравнений свободных колебаний диска [4], записанной в векторно-матричной форме в виде одного уравнения:

$$\frac{d}{d\tilde{r}}\{Y\}=[B]\{Y\}, \qquad (1)$$

где $\{Y\}=(y_1, y_2, y_3, y_4)^{\text{т}}$, $y_1=\tilde{w}$, $y_2=\tilde{\vartheta}$, $y_3=\tilde{M}$, $y_4=\tilde{V}$; $[B]$ – матрица (4×4) переменных коэф-

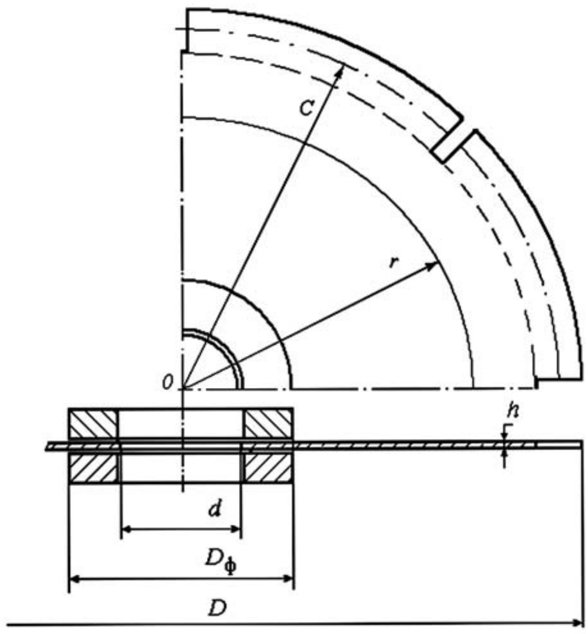

Рис. 2. Конструктивная схема пилы (пластины) с радиальными прорезями и ее защемления

фициентов, зависящих от частоты $\tilde{\Omega}$, формы колебаний (числа узловых диаметров n) и коэффициента Пуассона μ.

В уравнение (1) введены безразмерные параметры перемещения точек пластины (диска) $\tilde{w}$, углов ее поворота сечений $\tilde{\theta}$, распределенного радиального момента $\tilde{M}$, приведенной поперечной распределенной силы $\tilde{V}$ и радиуса диска $\tilde{r}$. В размерный вид они переводятся по следующим формулам:

$$\tilde{w}=\sqrt{\eta}\frac{w}{h};\ \tilde{\theta}=\frac{c}{h}\sqrt{\eta}\theta;$$

$$\tilde{M}=\frac{c^2\eta^{3/2}}{Eh^4}M;\ \tilde{V}=\frac{c^3\eta^{3/2}}{Eh^4};$$

$$\tilde{\Omega}^2=\frac{c^4\eta\rho}{Eh^2}\Omega^2;\ \tilde{r}=r/c. \qquad (2)$$

Здесь E — модуль упругости; ρ — плотность материала; h — толщина диска; $\eta=12(1-\mu^2)$.

Для скользящего защемления круглой пластины фланцами (рис. 2) граничные условия имеют вид

$$\tilde{w}=0, \tilde{\theta}=0 \text{ при } \tilde{r}=\tilde{b};$$

$$\tilde{M}=0, \tilde{V}=0 \text{, при } \tilde{r}=1, \qquad (3)$$

где принято $c=D$, $\tilde{b}=D_{\text{ф}}/D$.

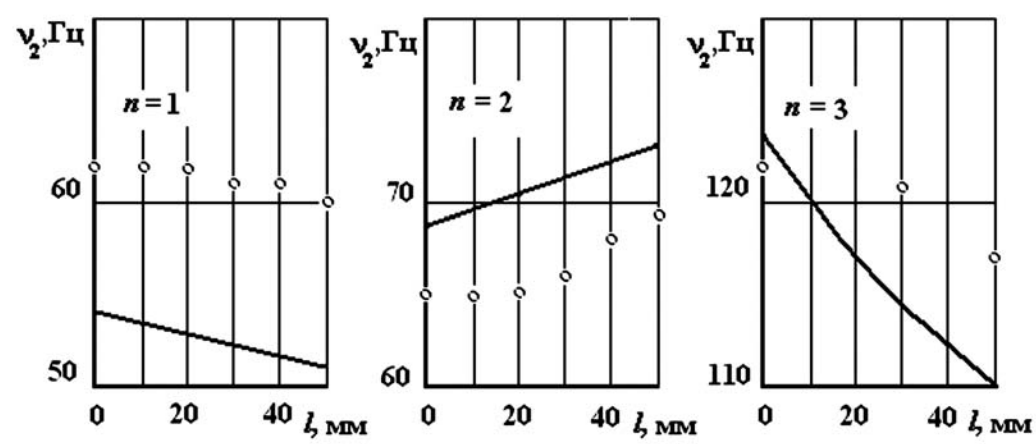

Рис. 3. Зависимость собственной частоты диска от длины прорезей и формы колебаний:
— – расчет; ∘ — эксперимента

Влияние набора криволинейных полос учтем действием на внешнем контуре пластины упругой силы [1] и распределенной силы инерции, обусловленной их свободными колебаниями. Тогда зависимость между амплитудным значением силы и прогибом контура пластины примет вид

$$\widetilde{V} = -(\widetilde{k}_w - \widetilde{k}_\Omega \widetilde{\Omega}^2)\widetilde{w}, \qquad (4)$$

где $\widetilde{k}_w$ — коэффициент жесткости полосы [1]; $\widetilde{k}_\Omega$ — коэффициент, связывающий жесткости и массы криволинейной полосы с характеристиками жесткости и массы диска (для удобства проведения расчетов переменные приведены в безразмерной форме [4—5]). Выражение (4) является одним из граничных условий на внешнем контуре диска. В отсутствии прорезей $\widetilde{V} = 0$. Коэффициенты $\widetilde{k}_w$ и $\widetilde{k}_\Omega$ можно определить методом, рассмотренным в работе [5], считая полосы криволинейными и полагая их длину $L = 2\pi C / N$, ширину (длину прорезей) $l = D - 2C$, $l / h \geq 10$, $l = (0,1...0,2)D / 2$.

В работе [2] приведены данные опытов по определению влияния радиальных прорезей на частоты свободных колебаний диска. Исследовались пилы с размерами D = 500 мм, h = 2,5 мм, $D_Ф$ = 125 мм и числом зубьев z = 48. Для экспериментов использовались невальцованные и непрокованные пилы, в каждой из которых выполнялись четыре радиальных прорези длиной до 60 мм.

Экспериментально установленные значения частот свободных колебаний ν_n (n — число, соответствующее количеству узловых диаметров) таких пил в отсутствии прорезей составили [2]:

$$\nu_0 = 66 \text{ Гц}; \ \nu_1 = 62 \text{ Гц}; \ \nu_2 = 65 \text{ Гц};$$

$$\nu_3 = 122 \text{ Гц}; \ \nu_4 = 216 \text{ Гц}.$$

Проведенные опыты показали, что для $n \leq 1$ и $n \geq 3$ частоты с увеличением длины прорезей уменьшаются, а для $n = 2$ увеличиваются.

Приведем результаты теоретического определения частот собственных колебаний этих пил. В качестве исходных данных для расчетов приняты:

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \ \rho = 7,97 \cdot 10^{-9} \ \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{мм}^4};$$

$$\mu = 0,3; \ \widetilde{k}_b = 0,25.$$

Граничные условия выбраны с учетом жесткого защемления пилы фланцами и свободного ее внешнего контура.

Из решения задачи о собственных колебаниях дисков без прорезей методом, описанным в работе [4], искомые значения частот составляют:

$$\nu_0 = 56,3 \text{ Гц}, \ \nu_1 = 54,2 \text{ Гц}, \ \nu_2 = 68,48 \text{ Гц},$$

$$\nu_3 = 124,0 \text{ Гц}, \ \nu_4 = 211,2 \text{ Гц}.$$

Сравнение этих значений с результатами опытов показывает, что выбранные исходные данные применимы в инженерных расчетах для описания механических свойств, геометрических параметров натурных образцов (пил) и их закрепления в проведенных экспериментах.

В соответствии с постановкой задачи о свободных колебаниях дисков, имеющих прорези, примем граничные условия (3) с учетом зависимости (4). При этом используя методы, описанные в [1, 5], предварительно определим коэффициенты $\tilde{k}_w$ и $\tilde{k}_\Omega$, для n = 1, 2, 3:

$$n = 1 — \tilde{k}_w = 1{,}137\tilde{l},\ \tilde{k}_\Omega = 0{,}15\tilde{l};$$
$$n = 2 — \tilde{k}_w = 14{,}49\tilde{l},\ \tilde{k}_\Omega = 0{,}15\tilde{l}; \qquad (5)$$
$$n = 3 — \tilde{k}_w = 73{,}7\tilde{l},\ \tilde{k}_\Omega = 0{,}757\tilde{l},$$

где $\tilde{l} = l / c = 0{,}1...0{,}2$ $(c = D / 2)$.

Результаты проведенных расчетов указанным методом [4] и эксперимента представлены на рис. 3.

Представленные результаты экспериментов и расчетов имеют удовлетворительное совпадение, что может служить основанием к использованию предложенной модели в исследованиях динамических характеристик конструкций пил с радиальными прорезями.

Литература

1. *Карпачев А.Ю.* Устойчивость круглых пил с компенсаторами // Науч. тр. Вып. 353. М.: МГУЛ, 2011. С. 61—65.

2. *Стахиев Ю.М.* Работоспособность плоских круглых пил. М.: Лесн. пром-сть, 1989. 384 с.

3. *Бидерман В.Л.* Теория механических колебаний. М.: Высш. школа, 1980. 408 с.

4. *Карпачев А.Ю.* Собственные динамические характеристики вращающихся круглых пил при неравномерном нагреве // Вестник машиностроения. 2006. № 5. С. 32—36.

5. *Карпачев А.Ю.* Проблема собственных значений в прогрессивных технологиях проектирования режущих полотен // Наукоемкие технологии. 2001. № 3. Т. 2. С. 52—57.

Статья поступила в редакцию 29.03.2012