

УДК 621.98.044.7

## Моделирование рабочего процесса двухкамерного устройства для газовой листовой штамповки

**А.А. Мусаев**

*Выполнено моделирование рабочего процесса двухкамерного устройства для газовой листовой штамповки для подбора рациональных конструктивных и технологических параметров.*

**Ключевые слова:** моделирование, двухкамерное устройство, газовая штамповка, листовая штамповка.

*The modeling of the working process of the double-chamber device for the gas-fired sheet presswork has been performed in order to select rational structural and technological parameters.*

**Keywords:** modeling, double-chamber device, gas stamping, sheet punching.

Для расширения технологических возможностей газовой штамповки разработано двухкамерное устройство штамповки (рис. 1) [1], позволяющее обеспечить существенное повышение давления продуктов сгорания, действующих на поверхность штампуемой заготовки. Повышение давления достигается за счет предварительного сжатия топливной смеси непосредственно в рабочей полости устройства для штамповки.

Цель данной работы — выбор рациональных параметров рабочего процесса двухкамерного устройства для газовой листовой штамповки методом математического моделирования.

Используя результаты работы [1], дифференциальные уравнения, описывающие процессы, которые происходят в первой и второй камерах двухкамерного устройства для газовой листовой штамповки, можно записать в следующем виде:

$$\frac{dp_1^*(\tau)}{d\tau} = \frac{\kappa - 1}{1 + \nu x(\tau)} \left( \frac{m_r H_{um}}{V_0 p_c} \frac{d\chi(\tau)}{d\tau} - \right. \\ \left. - \frac{\kappa}{\kappa - 1} \nu p_1^*(\tau) \frac{dx(\tau)}{d\tau} \right), \quad 0 \leq \tau \leq 1; \quad (1)$$

$$\nu = \frac{fh}{V_0}, \quad (2)$$

$$\frac{d\chi}{d\tau} = 6,908(m + 1)\tau^m e^{-6,908 \cdot \tau^{m+1}}, \quad 0 \leq \tau \leq 1; \quad (3)$$



**МУСАЕВ**

**Абубакар Абдрахманович**  
аспирант  
кафедры  
«Технология  
и оборудование пищевых  
производств»  
(Северо-Кавказская  
государственная  
гуманитарно-технологическая академия)

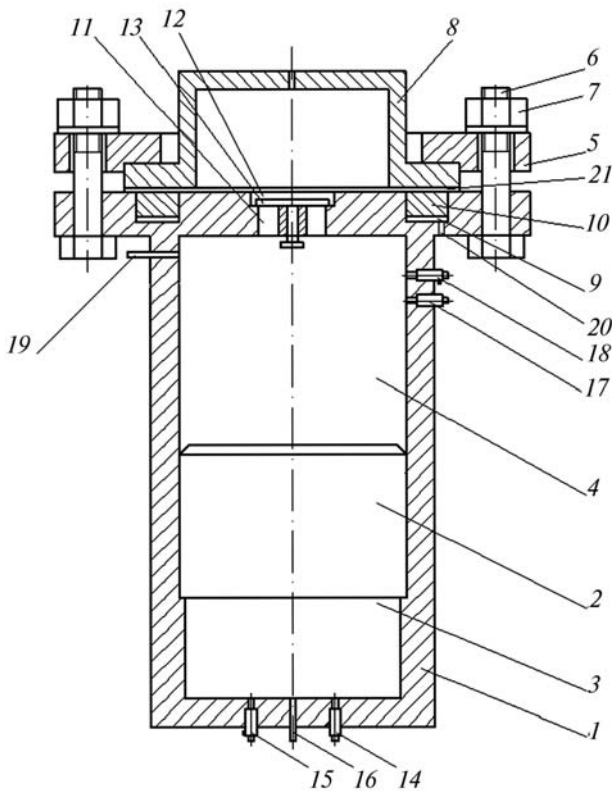


Рис. 1. Схема двухкамерного устройства для газовой штамповки:

- 1 — корпус; 2 — поршень; 3 — нижняя камера сгорания; 4 — верхняя камера сгорания;
- 5 — фланец; 6 — болт; 7 — гайка; 8 — матрица;
- 9 — кольцевая полость; 10 — кольцевой поршень;
- 11 — сквозные каналы; 12 — полость;
- 13 — тарельчатый клапан; 14, 17 — впускные клапаны;
- 15, 18 — выпускные клапаны;
- 16, 19 — свечи зажигания; 20 — канал;
- 21 — штампуемая заготовка

$$\frac{dw^*(\tau)}{d\tau} = \frac{t_z^2 p_c}{hm_n} (p_1^*(\tau) - p_2^*(\tau)), \quad 0 \leq \tau \leq 1; \quad (4)$$

$$\frac{dx(\tau)}{d\tau} = w^*(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq 1; \quad (5)$$

$$p_2^*(\tau) = \frac{p_2(\tau)}{p_c} = \frac{a}{(1-x(\tau))^k}, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1; \quad (6)$$

$$\frac{dp_2^*(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{v(1-x(\tau))} \times \left[ (k-1) \frac{m_{r2} H_{um}}{V_0 p_c} \frac{d\chi_2(\tau)}{d\tau} + kv p_2^*(\tau) \frac{dx(\tau)}{d\tau} - (7) \right. \\ \left. - k\alpha p_2^*(\tau) \frac{V_d}{V_0} \right], \quad \tau_1 \leq \tau \leq 1;$$

$$\frac{d\chi_2(\tau)}{d\tau} = 6,908(m+1)(\alpha(\tau-\tau_1))^m \times \quad (8) \\ \times e^{-6,908(\alpha(\tau-\tau_1))^{m+1}}, \quad \tau_1 < \tau \leq 1;$$

$$\alpha = \frac{t_z}{t_{z2}}; \quad (9)$$

$$p_1^* = p_1 / p_c, \quad \tau = \frac{t}{t_z}, \quad (10)$$

где  $p_1^*$  — безразмерная величина, характеризующая степень повышения давления в первой и второй камере соответственно;  $k$  — показатель адиабаты;  $\tau$  — безразмерное время;  $v$  — соотношение начальных объемов первой и второй камер;  $x$  — относительный (безразмерный) ход поршня;  $m_r$  — начальная масса газа в камере сгорания;  $H_{um}$  — низшая теплота сгорания 1 кг горючего газа;  $\chi$  — доля сгоревшего топлива;  $V_0$  — начальный объем первой камеры;  $p_c$  — начальное давление топливной смеси в первой камере;  $f$  — площадь поперечного сечения поршня;  $h$  — высота второй камеры;  $m$  — показатель характера сгорания;  $w^*$  — безразмерная скорость поршня;  $t_z$  — время полного сгорания топлива;  $\tau_1$  — момент подачи искры во второй камере;  $k$  — показатель адиабаты;  $\alpha$  — соотношение времени в первой камере к времени сгорания во второй;  $V_d$  — объем получаемой при штамповке детали;  $t_{z2}$  — длительность процесса горения во второй камере.

Чтобы определить неизвестные функции

$$p_1^* = p_1^*(\tau), \quad \chi = \chi(\tau), \quad x = x(\tau), \\ w^* = w^*(\tau), \quad p_2^* = p_2^*(\tau), \quad \chi_2 = \chi_2(\tau) \quad (11)$$

необходимо решить систему дифференциальных уравнений (1), (3)–(8) с начальными условиями

$$p_1^*(0) = 1, \quad \chi(0) = 0, \quad x(0) = 0, \quad (12) \\ w^*(0) = 0, \quad p_2^*(0) = a, \quad \chi_2(0) = 0.$$

Для решения данной системы можно использовать один из универсальных математических пакетов. К числу наиболее мощных

универсальных пакетов относят MATLAB, Maple, Mathematica, Mathcad и др. Традиционно MATLAB считается лидером численных расчетов, Maple и Mathematica — бесспорные лидеры среди пакетов символьных вычислений, Mathcad — широко используемый студентами пакет. На основании результатов анализа многочисленной литературы по применению универсальных математических пакетов [2–7], в определенной мере можно утверждать, что с каждой новой версией различные пакеты становятся все более похожими друг на друга. Здесь имеется в виду то, что различные системы компьютерной математики покрывают все более широкий круг математических задач, т. е. предоставляют возможность практически с одинаковой эффективностью решать математические задачи, для которых ранее в конкретном пакете стандартных функций предусмотрено не было или эти функции имели заметные недостатки. Автором данной статьи выбран пакет Maple, позволяющий проверить возможность получения символьного решения и имеющий мощные инструменты для численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Заметим, что некоторые неизвестные на отрезке  $\tau \in [0, 1]$  функции, входящие в записанную выше систему дифференциальных уравнений, на части указанного отрезка заданы в виде известных функций, а на остальной части отрезка — в виде дифференциальных уравнений. В пакете Maple отсутствуют инструменты для решения подобных дифференциальных уравнений или систем. Однако Maple может решать дифференциальные уравнения, в которых содержатся функции, имеющие разрывы первого рода. Частным случаем таких разрывных функций являются непрерывные функции, заданные разными выражениями на отдельных участках. Для приведения записанной выше системы дифференциальных уравнений к подобному виду необходимо уравнения (6)–(8) представить следующим образом:

$$\frac{dp_2^*(\tau)}{d\tau} = \begin{cases} ak(1-x(\tau))^{-k-1} w^*(\tau), & 0 \leq \tau \leq \tau_1 \\ \varphi(\tau), & \tau_1 < \tau \leq 1; \end{cases} \quad (13)$$

$$\varphi(\tau) = \frac{1}{v(1-x(\tau))} \times \left[ (k-1) \frac{m_{r2} H_{um}}{V_0 p_c} \left( 6,908(m+1)(\alpha(\tau-\tau_1))^m \times e^{-6,908(\alpha(\tau-\tau_1))^{m+1}} \right) + k v p_2^*(\tau) \frac{dx(\tau)}{d\tau} - k \alpha p_2^*(\tau) \frac{V_d}{V_0} \right]; \quad (14)$$

$$\frac{d\chi_2(\tau)}{d\tau} = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tau \leq \tau_1, \\ 6,908(m+1)(\alpha(\tau-\tau_1))^m \times e^{-6,908(\alpha(\tau-\tau_1))^{m+1}}, & \tau_1 < \tau \leq 1. \end{cases} \quad (15)$$

Итак, имеем систему из шести нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. Однако элементарный анализ системы показывает, что каждое из дифференциальных уравнений (3) и (15) может быть решено независимо от других уравнений системы. Более того, в данном случае решения могут быть получены в аналитическом виде:

$$\chi = 1 - e^{-6,908\tau^{m+1}}, \quad 0 \leq \tau \leq 1; \quad (16)$$

$$\chi_2 = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tau \leq \tau_1, \\ \frac{1 - e^{-6,908(\alpha(\tau-\tau_1))^{m+1}}}{\alpha}, & \tau_1 < \tau \leq 1. \end{cases} \quad (17)$$

Таким образом нам удалось понизить размерность системы дифференциальных уравнений от шести до четырех нелинейных уравнений первого порядка (1), (4), (5), (13). Легко показать, что это нормальная система дифференциальных уравнений, т. е. система дифференциальных уравнений первого порядка, в которой левые части уравнений должны быть производными от неизвестных функций, а правые части могут содержать только аргумент и неизвестные функции. Однако для решения системы в пакете Maple классифицировать имеющуюся систему не нужно.

Первый этап исследования системы заключался в изучении возможности получения решений системы в аналитическом виде. Однако попытки нахождения общего или частного решения в аналитическом виде успехом не увенчались. В том числе и при условии задания чис-

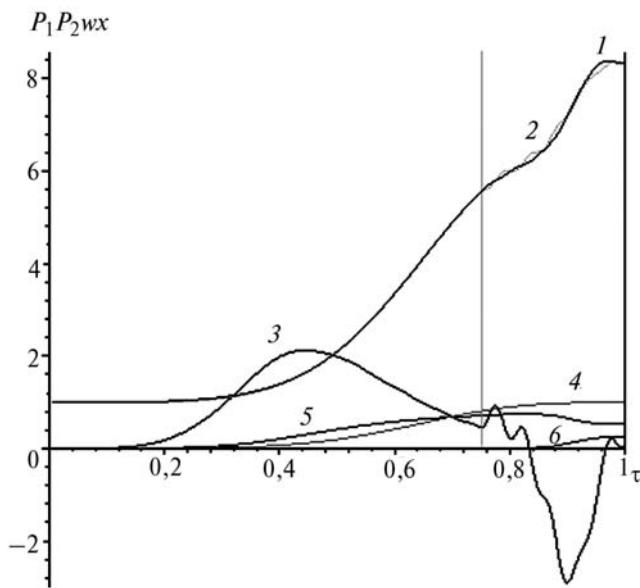


Рис. 2. Изменение во времени давления в первой и второй камерах (1, 2), скорости (3), доли сгоревшего топлива в первой и второй камерах (4, 6) и перемещения поршня (5)

ленных значений всех коэффициентов. Поэтому второй этап исследования системы состоял в поиске ее численного решения. Следует отметить, что в пакете Maple для поиска как аналитического, так и численного решения одного или системы дифференциальных уравнений используется одна и также команда `dsolve`. Для выполнения численного интегрирования следует указать параметр `numeric`.

В пакете Maple реализованы такие методы численного интегрирования дифференциальных уравнений, как Рунге – Кутта – Фальберга четвертого-пятого порядка (установлен по умолчанию); метод Рунге – Кутта седьмого-восьмого порядка; Рунге – Кутта – Розенброка третьего-четвертого порядка; одношаговый и многошаговый методы Гира и др. Реше-

ние искали каждым из методов. Различие в полученных результатах для численного решения не превышало десятитысячной доли процента, что свидетельствует в пользу достоверности решения.

Результаты расчета представлены на рис. 2.

Из рисунка следует, что поршень вначале перемещается вверх, а затем интенсивно движется вниз. К концу процесса скорость поршня невелика.

На рисунке 2 видно, что степень повышения давления монотонно увеличивается с 1 до 8. Таким образом, в результате горения топливной смеси в обеих камерах давление во второй камере повышается примерно в 8 раз. Следовательно, во столько же раз повышается давление топливной смеси в полости 12 (см. рис. 1) [1], примыкающей к штампуемой заготовке.

## Литература

1. Ботаев А.Ю., Мусаев А.А. Исследование и разработка двухкамерного устройства для газовой листовой штамповки // Обработка материалов давлением: Сб. науч. тр. Краматорск: ДГМА, 2011. № 1 (26). С. 221–226.
2. Эдвардс Ч.Г., Пенни Д.Э. Дифференциальные уравнения и краевые задачи. Моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и MATLAB; пер. с англ. М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2008. 1104 с.
3. Шампайн Л. Ф., Гладвел И., Томпсон С. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB: пер. с англ. И.А. Макарова. СПб.: Издательство «Лань», 2009. 304 с.
4. Матросов А.В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ-Петербург, 2001. 528 с.
5. Дьяконов В.П. Maple 9 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 688 с.
6. Maple 9/ Advanced Programming Guide/M.B. Monagan, K.O. Geddes, K.M. Heal et al. Canada. Maplesoft, division of Waterloo Maple Inc. 2003.
7. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. М: НТ Пресс, 2006, 496 с.

Статья поступила в редакцию 30.03.2012