

УДК 621.833.6

К вопросу определения запаса самоторможения самотормозящихся зубчатых механизмов

Г.А. Тимофеев

Рассмотрены два подхода определения запаса самоторможения в зубчатых механизмах (детерминированный и вероятностный) для обеспечения заранее заданного запаса надежности в создаваемых механизмах. На примере цилиндрической зубчатой передачи показано использование вероятностного метода определения запаса самоторможения.

Ключевые слова: зубчатый механизм, условия самоторможения, границы изменения коэффициента трения, детерминированный или вероятностный метод, дисперсия.

On the Determination of the Stock Self-Locking, Self-Locking Gear Mechanisms

G.A. Timofeev

The article describes two approaches for the determination of the stock of self-locking gear mechanism (deterministic and probabilistic) to create a mechanism should have a predetermined safety margin. On the example of helical gear the use of a probabilistic method to determine the stock of self-braking is shown.

Keywords: gear mechanism, self-locking conditions, the limits of the friction coefficient variation, deterministic or probabilistic method variance.

Широкому внедрению самотормозящихся зубчатых механизмов в инженерную практику мешает их недостаточная исследованность, их склонность в режиме оттормаживания к вибрациям, а также сомнения конструкторов в надежности самоторможения. Основой для таких сомнений служит непостоянство при работе зубчатых механизмов коэффициентов трения в кинематических парах, которые зависят от множества факторов: вида и характеристики смазки, скоростей скольжения, температуры, степени приработки контактирующих поверхностей и т. д. Поэтому при проектировании самотормозящихся зубчатых механизмов важно уметь определять запас самоторможения, чтобы создаваемый механизм имел заранее заданный запас надежности.

При этом возможны два подхода: детерминированный и вероятностный. Первый подход предусматривает задание верхних и нижних границ изменения коэффициентов трения и подстановку в условие самоторможения нижних значений коэффициентов, а в условия работоспособности — верхних. Таким образом, условия самоторможения



ТИМОФЕЕВ

Геннадий Алексеевич
доктор технических наук,
профессор, зав. кафедрой
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

TIMOFEEV

Gennady Alekseevich
Dr. Sc. (Eng.), Professor,
Head of Department
(Moscow, Russian Federation,
MSTU named
after N.E. Bauman)

прямого хода $\tau_i|_{Q_u=0} > 1$ и обратного хода $\tau_i|_{Q_m=0} > 1$ имеют вид [1]:

$$\tau_i(\min f_{ij})|_{Q_u=0} > 1, j=1, 2, \dots, l;$$

$$\tau_i(\min f_{ij})|_{Q_m=0} > 1, j=1, 2, \dots, l.$$

Напротив, в условия работоспособности прямого и обратного хода должны входить наибольшие значения коэффициентов трения:

$$0 \leq \eta_{ln}(\max f_{ij}) < 1, i, j = l, \dots, n; \tag{1}$$

$$0 \leq \eta_{n1}(\max f_{ij}) < 1, i, j = l, \dots, n.$$

Условия работоспособности при прямом и обратном ходе можно выразить и через параметры торможения движения звеньев [2]:

$$\tau_i(\max f_i) < 1, i = 1, 2, \dots, n.$$

Если эффект самоторможения наступает уже при наименьших значениях коэффициентов трения, он будет иметь место при остальных значениях. И наоборот: если условия работоспособности выполняются при наибольших значениях, то и при остальных будет обеспечено свободное относительное движение. Диапазоны изменения коэффициентов трения приведены в обширной справочной и специальной литературе по триботехнике [3–10].

Метод экспертных оценок позволяет на основании большого количества справочных данных для каждой пары материалов указать реальный диапазон изменения коэффициентов трения. Решающее достоинство такого подхода в его простоте, недостатки — субъективизм при выборе диапазона и трудности при формализации.

Второй (вероятностный) подход предусматривает задание средних значений коэффициентов трения и их дисперсий, т. е. рассматривает коэффициенты трения как случайные величины с заданными законами распределения, обычно нормальными [12]. Тогда параметр торможения становится функцией «l» независимых случайных величин, характеризующих неидеальные связи, наложенные на i-е звено. Ис-

пользуя предложенную профессором Д.Н. Решетовым общую методику расчета деталей машин с учетом рассеяния значений параметров [12], разложим эту функцию в ряд Тейлора и линеаризуем:

$$\tau_i = \tau_i(M_{i1}, M_{i2}, \dots, M_{il}) + \sum_{j=1}^l \frac{d\tau_i(M_{ij})}{df_{ij}}(f_{ij} - M_{ij}), \tag{2}$$

где M_{ij} — математическое ожидание j-го коэффициента трения. Тогда максимальное значение параметра торможения связано с его математическим ожиданием зависимостью

$$\max \tau_i = \tau_i(M_{i1}, M_{i2}, \dots, M_{il}) + u_p S_i,$$

где u_p — квантиль нормального распределения, соответствующий заданной вероятности P; S_i — среднее квадратическое отклонение,

$$S_i = \sqrt{\sum_{j=1}^l \left[\frac{d\tau_i(M_{ij})}{df_{ij}} \right]^2} S_{ij}^2. \tag{3}$$

Если задать верхнюю и нижнюю границы изменения коэффициентов трения и принять, что среднее квадратическое отклонение в K раз меньше разности граничных значений, то

$$S_{ij} = \frac{\max f_{ij} - \min f_{ij}}{K}.$$

Второй подход не обладает простотой первого, однако точнее отражает вероятностную природу коэффициентов трения, а значит, и параметров торможения и позволяет проектировать механизм с наперед заданным запасом самоторможения.

Дополнительные виды трения (трение качения и верчения в зацеплениях, трения в опорах и т. д.) можно учесть добавлением в уравнения равновесия или движения соответствующих сил или моментов трения, либо ввести обобщенный коэффициент трения f_{ij}^* :

$$f_{ij}^* = \frac{f_{ij}}{1 - \Psi_{ij}},$$

где Ψ_{ij} — безразмерный коэффициент, учитывающий все дополнительные виды трения.

Чтобы оценить надежность самоторможения цилиндрических передач, состоящих из шестерни и колеса, найдем ту величину угла наклона зуба шестерни β_1 , которая обеспечит самоторможение с любой наперед заданной вероятностью P . Введем вспомогательную функцию B [11]:

$$B(f; \beta_b) = \sin \beta_b \sqrt{f^2 + \frac{1}{\cos^2 \beta_b}}, \quad (4)$$

где f — коэффициент трения скольжения в зацеплении; β_b — угол наклона зуба на основной окружности.

Будем рассматривать заданную формулой (4) функцию B как функцию случайной величины f . Предположим, что эта случайная величина подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием $M(f) = f_0$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(f)$.

Для нахождения искомого угла по методу Д.Н. Решетова [12] необходимо линеаризовать функцию B :

$$B(f; \beta_b) = \sin \beta_b \sqrt{\frac{1}{f_0^2} + \frac{1}{\cos^2 \beta_b}} - \frac{\sin \beta_b}{f_0^2 \sqrt{1 + \frac{f_0^2}{\cos^2 \beta_b}}} (f - f_0).$$

Тогда угол f_p , соответствующий заданной вероятности P , определится по формуле:

$$\beta_p = \arctg[M(B) - u_p \sigma(B)], \quad (5)$$

где $M(B)$ — математическое ожидание функции B ,

$$M(B) = \sin \beta_b \sqrt{\frac{1}{f_0^2} + \frac{1}{\cos^2 \beta_b}}; \quad (6)$$

u_p — квантиль нормального распределения; $\sigma(B)$ — среднее квадратическое отклонение функции B ,

$$\sigma(B) = \sin \beta_b \frac{\max f - \min f}{6 f_0^2 \sqrt{1 + \frac{f_0^2}{\cos^2 \beta_b}}}. \quad (7)$$

При геометрическом расчете цилиндрических самотормозящихся передач при обратном ходе передач значение угла наклона зубьев шестерни принимается бóльшим по сравнению с β_p на величину $\Delta\beta$:

$$\Delta\beta = \beta_{y1} - \beta_p.$$

При увеличении $\Delta\beta$ надежность самоторможения возрастает, поскольку создается некоторый запас по углу.

Аналогично можно линеаризовать выражение для запаса торможения t , которое при учете только трения скольжения в зацеплении принимает вид:

$$t(f; \alpha_{y1}; \beta_b) = f_0 \frac{\operatorname{tg} \alpha_{y1}}{\cos \beta_b} + (f - f_0) \frac{\operatorname{tg} \alpha_{y1}}{\cos \beta_b},$$

где α_{y1} — угол профиля в торцовом сечении на окружности произвольного радиуса r_{y1} .

Тогда запас торможения определяется зависимостью

$$t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{y1}}{\cos \beta_b} \left(f_0 + u_p \frac{\max f - \min f}{6} \right). \quad (8)$$

Проиллюстрируем полученные зависимости численным примером. Пусть $\min f = 0,076$; $\max f = 0,124$; $f_0 = 0,1$. Требуется оценить запас самоторможения с вероятностью $P = 0,99$.

При стандартном значении угла профиля колеса в нормальном сечении $\alpha_{ny2} = 20^\circ$ угол наклона его зубьев из условий самоторможения [11] должен быть меньше $82^\circ 50'$. Приняв $\beta_{y2} = 82^\circ$, получим значение $\beta_b = 68^\circ 31'$. Из условий самоторможения находим $\beta_{y1} \geq 85^\circ 26'$. Принимаем $\beta_{y1} = 86^\circ 30'$. По формулам (6) и (7) находим математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение функции B : $M(B) = 9,646$; $\sigma(B) = 0,718$.

Вероятности $P = 0,99$ соответствует значение $u_p = -2,326$ [12], с помощью которого по формуле (5) определяем значение угла наклона, обеспечивающее самоторможение с заданной вероятностью $\beta_p = 84^\circ 57'$. Разность между этим углом и принятым значением β_{y1} находим по формуле (2): $\Delta\beta = 1^\circ 33'$.

Принятому значению β_{y1} соответствует угол $\alpha_{y1} = 81^\circ 04'$. Запас торможения, соответствующий

ший заданной вероятности, определим по формуле (8): $t = 1,413$.

Результаты подобного расчета для некоторых других вероятностей приведены в таблице, а соответствующие зависимости — на рисунке. На рисунке видно, что при увеличении требуемой вероятности значение β_p возрастает, что приводит к уменьшению разности $\Delta\beta$ и запаса торможения t .

Запас самоторможения цилиндрических передач при различных значениях требуемой вероятности (Исходные данные: $\min f = 0,076$; $\max f = 0,124$; $f_0 = 0,1$; $\alpha_{ny2} = 20^\circ$. Принятые значения: $\beta_{y1} = 86^\circ 30'$; $\beta_{y2} = 82^\circ$)

P	$u_p[12]$	$\beta_p(1)$	$\Delta\beta(2)$	$t(3)$
0,5	0,000	83°48'	2°25'	1,736
0,6	-0,253	84°11'	2°19'	1,701
0,7	-0,524	84°18'	2°12'	1,663
0,8	-0,788	84°25'	2°05'	1,626
0,9	-1,282	84°35'	1°55'	1,558
0,95	-1,645	84°43'	1°47'	1,507
0,96	-1,751	84°46'	1°44'	1,493
0,97	-1,881	84°48'	1°42'	1,474
0,98	-2,054	84°52'	1°38'	1,450
0,99	-2,326	84°57'	1°33'	1,423
0,995	-2,576	85°02'	1°28'	1,378
0,996	-2,652	85°03'	1°27'	1,367
0,997	-2,748	85°05'	1°25'	1,354
0,998	-2,878	85°07'	1°23'	1,336
0,999	-3,090	85°11'	1°19'	1,307
0,9995	-3,291	85°14'	1°16'	1,279
0,9999	-3,719	85°22'	1°08'	1,219

Литература

1. Тимофеев Г.А., Панюхин В.В. Метод определения областей самоторможения механизмов // Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение. 2001. № 1. С. 93—105.
2. Панюхин В.И. Самотормозящиеся механизмы. Владимир: Изд-во Владимирского обл. совета НТО, 1981. 58 с.
3. Браун Э.Д., Евдокимов Ю.А., Чичинадзе А.В. Моделирование трения и изнашивания в машинах. М.: Машиностроение, 1982. 192 с.
4. Дроздов Ю.Н., Павлов В.Г., Пучков В.Н. Трение и износ в экстремальных условиях: Справочник. М.: Машиностроение, 1986. 224 с.
5. Крагельский И.В., Виноградов И.Э. Коэффициенты трения: Справочное пособие. М.: Наука, 1984. 831 с.

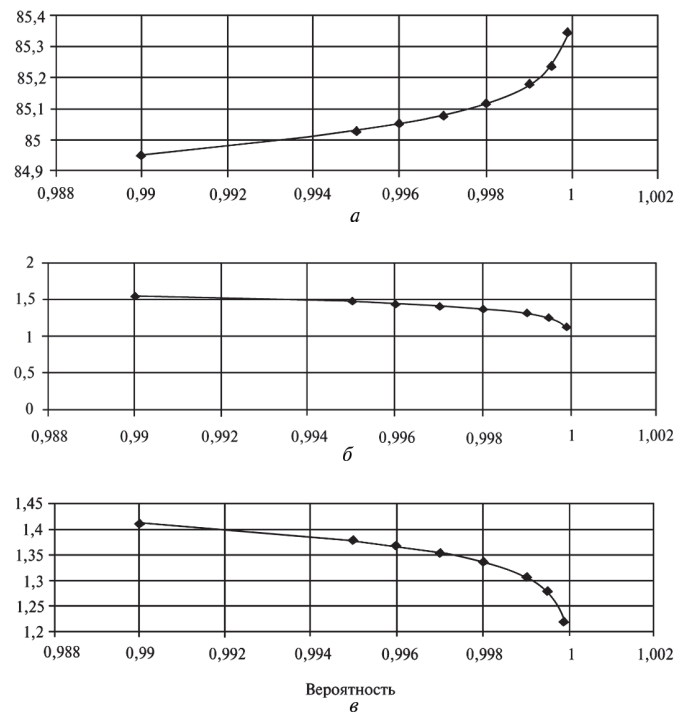


Рисунок. Зависимость от вероятности P :

a — угла наклона зуба шестерни; b — запаса по углу наклона; v — запаса торможения

6. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Камбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
7. Мур Д. Основы и применения трибоники: Пер. с англ. С.А. Харламова. М.: Мир, 1978. 488 с.
8. Саввин А.П. Запас самоторможения как способ оценки надежности самотормозящихся механизмов // Вестник машиностроения. 1960. № 7. С. 10—14.
9. Трение, изнашивание и смазка: Справочник. В 2-х кн. / Под ред. И.В. Крагельского, В.В. Алисина. М.: Машиностроение, 1979. Кн. 2. 358 с.
10. Турнаев А.Л. Теория и расчет некоторых самотормозящихся механизмов с высоким коэффициентом полезного действия // Труды ин-та машиноведения. Семинар по ТММ. 1959. Т. XIX. Вып. 73. С. 15—38.
11. Тимофеев Г.А., Панюхин В.В. Эвольвентные самотормозящиеся передачи равносмещенного зацепления // В кн. Элементы и устройства робототехнических систем: Межвузовский сборник. М., 1988. С. 89—92.
12. Решетов Д.Н. Работоспособность и надежность деталей машин. М.: Высшая школа, 1974. 206 с.

References

1. Timofeev G.A., Paniukhin V.V. Metod opredeleniia oblasti samotormozheniia mekhanizmov [Method of determining the areas of self-braking mechanisms]. *Vestnik MGTU. Ser. Mashinostroenie*. 2001, no. 1, pp. 93—105.
2. Paniukhin V.I. Samotormozhishchiesia mekhanizmy [Self-locking mechanisms]. Vladimir, Vladimirkii oblastnoi sovets NTO publ., 1981. 58 p.
3. Braun E.D., Evdokimov Iu.A., Chichinadze A.V. *Modelirovanie treniia i iznashivaniia v mashinakh* [Modeling of friction and wear in machines]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1982. 192 p.

4. Drozdov Iu.N., Pavlov V.G., Puchkov V.N. *Trenie i iznos v ekstremal'nykh usloviakh: Spravochnik* [Friction and wear in extreme conditions: A Handbook]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1986. 224 p.

5. Kragel'skii I.V., Vinogradov I.E. *Koeffitsienty treniia: Spravochnoe posobie* [The coefficients of friction: A Reference Guide]. Moscow, Nauka publ., 1984. 831p.

6. Kragel'skii I.V., Dobychin M.N., Kambalov V.S. *Osnovy raschetov na trenie i iznos* [Basis of calculations for friction and wear]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1977. 526 p.

7. Mur D. *Osnovy i primeneniia triboniki* [Fundamentals and applications triboniki]. Moscow, Mir publ., 1978. 488 p.

8. Savvin A.P. *Zapas samotormozheniia kak sposob otsenki nadezhnosti samotormozhiashchikh mekhanizmov* [Reserve as a way of self-locking, self-locking mechanisms for assessing the reliability]. *Vestnik mashinostroeniia*. 1960, no. 7, pp. 10–14.

9. *Trenie, iznashivanie i smazka: Spravochnik* [Friction, wear and lubrication: A Handbook]. Ed. I.V. Kragel'sk, V.V. Alisin. Moscow, Mashinostroenie publ., 1979. Book 2. 358 p.

10. Turpaev A.L. *Teoriia i raschet nekotorykh samotormozhiashchikh mekhanizmov s vysokim koeffitsientom poleznogo deistviia* [Theory and calculation of some self-locking mechanisms, high efficiency]. *Trudy instituta mashinovedeniia*, 1959, vol. XIX, no. 73, pp. 15–38.

11. Timofeev G.A., Paniukhin V.V. *Evol'ventnye samotormozhiashchiesia peredachi ravnosmeshchennogo zatsepleniia. Elementy i ustroistva robototekhnicheskikh sistem* [Involute ravnosmeshchennogo self-locking transmission gearing. Elements and devices of robotic systems]. *Mezhvuzovskii sbornik*. Moscow, 1988, pp. 89–92.

12. Reshetov D.N. *Rabotosposobnost nadezhnost detalei mashin* [Performance and reliability of machine parts]. Moscow, Vysshaia shkola publ., 1974. 206 p.

Статья поступила в редакцию 22.01.2013

Информация об авторе

ТИМОФЕЕВ Геннадий Алексеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

Information about the author

TIMOFEEV Gennady Alekseevich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of «Theory of Mechanisms and Machines» Department. MSTU named after N.E. Bauman (105005, BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya 5, Moscow, Russian Federation, e-mail: timga@bmstu.ru).