

**ПЛЕХАНОВ**

Федор Иванович

доктор технических наук, профессор,
директор
Глазовского
инженерно-экономического института
(филиала) ФГБОУ ВПО «Ижевский
государственный технический
университет им. М.Т. Калашникова»

PLEKHANOV

Fedor Ivanovich

Dr. Sc. Techn., Professor, Director
of Glazov

Engineering and Economical Institute
(branch) of Izhevsk State Technical
University named
after M.T. Kalashnikov

**ГЛЕБОВ**

Сергей Владимирович

инженер

(Инновационный образовательный
центр наукоемких технологий
обработки металлов)

GLEBOV

Sergey Vladimirovich

Engineer (Innovative Educational Center
of High-Tech Metal Processing)

**ПЕРМИНОВ**

Леонид Павлович

аспирант

(Глазовский

инженерно-экономический институт)

PERMINOV

Leonid Pavlovich

Post-Graduate (Glazov Engineering
and Economical Institute)

Геометрия внутренних зацеплений планетарной передачи с малой разницей чисел зубьев колес

Ф.И. Плеханов, С.В. Глебов, Л.П. Перминов

Рассмотрен метод геометрического синтеза зацеплений оригинальной конструкции планетарной передачи с эксцентриковым водилом, обеспечивающий требуемые значения коэффициента перекрытия и отсутствия интерференции первого и второго рода при минимально возможной разнице чисел зубьев колес.

Ключевые слова: планетарная передача, равенство чисел зубьев колеса и сателлита, внутренние зацепления, геометрия.

Geometry of internal engagements in a planetary gear with a small difference between teeth numbers

F.I. Plekhanov, S.V. Glebov, L.P. Perminov

The article considers the method for geometric synthesis of engagements in the original design planetary gear with the eccentric planet carrier providing the required values of the overlap and the absence of the first and second kinds interference at the lowest possible difference between the numbers of teeth.

Keywords: planetary gear, equality of teeth numbers in cogwheel and satellite, internal engagement, geometry.

Планетарные передачи с двумя внутренними зацеплениями колес и малой разницей чисел их зубьев обладают большим передаточным отношением в одной ступени и высокой нагрузочной способностью. Исследованию таких передач посвящены работы ряда отечественных ученых: И.А. Болотовского, В.Н. Кудрявцева, Н.А. Скворцовой, Б.Н. Цилевича и других [1, 2]. Асимметрия конструкции передачи, которая обычно выполняется односателлитной, и происходящее при этом смещение центра масс механической системы относительно главной ее оси приводит к большим динамическим нагрузкам, вибрации и шуму.

Существенно улучшить работу планетарного механизма указанного типа можно, выполнив его двухсателлитным [3]. На рисунке 1 приведена конструкция планетарной передачи, содержащей ведущее водило с двумя диаметрально противоположно направленными эксцентриками, два сателлита, неподвижное центральное колесо с внутренними зубьями и два жестко связанных друг с другом и с выходным валом ведомых центральных колеса с внутренними зубьями. Причем число зубьев неподвижного колеса z_0 на единицу больше числа зубьев сател-

лита z_g , а соосные ведомые колеса имеют числа зубьев $z_e = z_g$ и смещены друг относительно друга на половину углового шага их зубьев. Передаточное отношение этого механизма $i = -z_e$. В процессе работы сателлита, смещаясь в радиальном направлении, одновременно совершают вращательное движение вместе с ведомыми колесами (сопряжение сателлит — ведомое колесо представляет собой зубчатую муфту). При этом за счет малости зазоров в зацеплениях в передаче движения участвуют до семи пар зубьев [4].

Угол зацепления сателлита с неподвижным колесом $(\alpha_w)_{g-b}$, коэффициент смещения исходного контура сателлита X_g и радиусы окружностей вершин зубьев этих колес $r_{ag}^{(b)}$, r_{ab} подбираются из условий отсутствия интерференции продольной кромки внешнего зуба с главной поверхностью внутреннего и обеспечения коэффициента перекрытия $\varepsilon_{g-b} \geq 1$. Связь между указанными параметрами выражается равенствами

$$r_{ab} = m \left[0,5z_g - 1,25 + X_g + \frac{0,5 \cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)_{g-b}} \right] + c_{g-b}; \quad (1)$$

$$r_{ag}^{(b)} = \sqrt{r_b^2 + \left[\pi m \varepsilon_{g-b} \cos(\alpha) - 0,5m \cos(\alpha) \operatorname{tg}(\alpha_w)_{g-b} + \sqrt{r_{ab}^2 - r_{bb}^2} \right]^2},$$

где c_{g-b} — радиальный зазор в зацеплении (разница радиусов окружности вершин зубьев колеса b

и окружности впадин сателлита g); $r_{bg} = 0,5mz_g \cos(\alpha)$, $r_{bb} = 0,5mz_b \cos(\alpha)$; m — модуль зубьев; α — угол профиля исходного контура.

Зазор в зоне пересечения окружностей вершин зубьев сателлита и неподвижного колеса, обеспечивающий отсутствие наложения их профилей, определяется в соответствии с работой [1] из выражения

$$\Delta = r_{ab} \left[\frac{\operatorname{inv}(\alpha_w)_{g-b}}{z_b} - \operatorname{inv}\alpha_{ab} + \frac{z_g}{z_b} \left(\Phi_1 + \operatorname{inv}\alpha_{ag}^{(b)} \right) - \Phi_2 \right]. \quad (2)$$

Здесь

$$\Phi_1 = \arccos \left[\frac{r_{ab}^2 - (r_{ag}^{(b)})^2 - a_w^2}{2a_w r_{ag}^{(b)}} \right];$$

$$\Phi_2 = \arccos \left[\frac{r_{ab}^2 - (r_{ag}^{(b)})^2 + a_w^2}{2a_w r_{ab}} \right];$$

$$\alpha_{ag}^{(b)} = \arccos \left(\frac{mz_g \cos(\alpha)}{2r_{ag}^{(b)}} \right);$$

$$\alpha_{ab} = \arccos \left(\frac{mz_b \cos(\alpha)}{2r_{ab}} \right); \quad a_w = \frac{0,5m \cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)_{g-b}}.$$

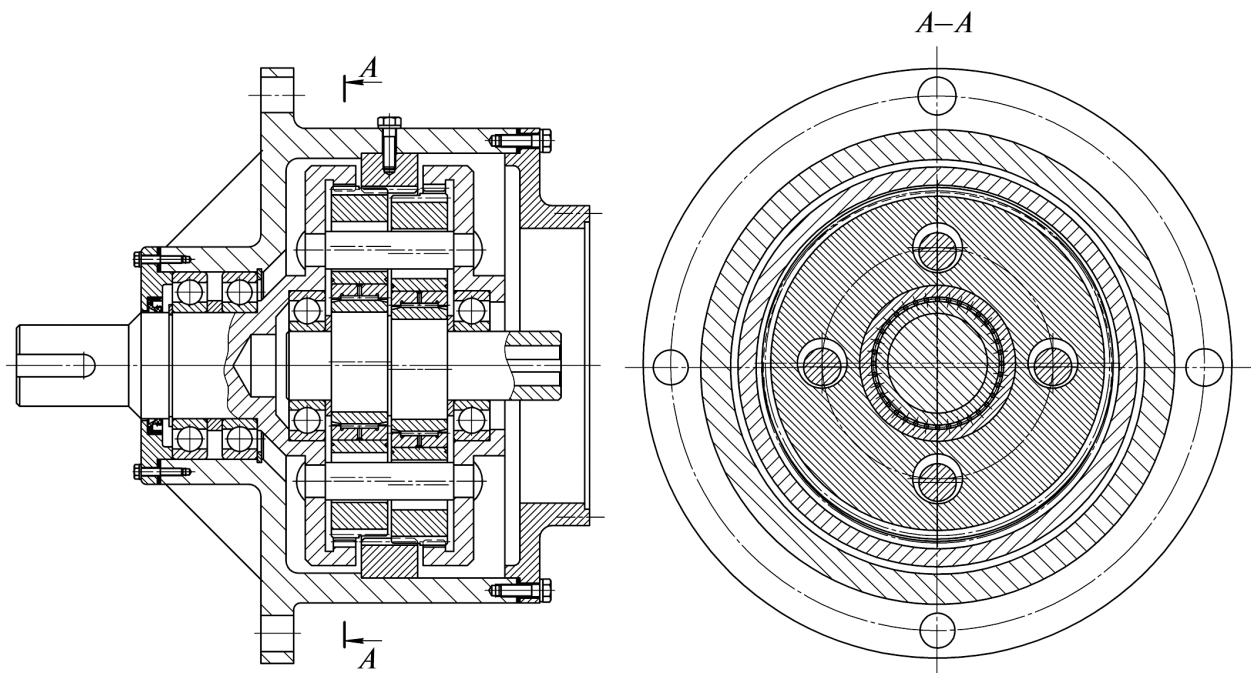


Рис. 1. Двухсателлитная планетарная передача с малой разницей чисел зубьев колес

Выполненные по указанным зависимостям расчеты показывают, что для предотвращения интерференции продольной кромки внешнего зуба с главной поверхностью внутреннего и заклинивания передачи необходимо принять угол зацепления $(\alpha_w)_{g-b} \geq 48^\circ$, а для уменьшения высоты зуба сателлита и повышения его изгибной прочности при заданном коэффициенте перекрытия ε_{g-b} уменьшить радиальный зазор c_{g-b} по сравнению с рекомендуемой для традиционных передач с малым углом зацепления.

Чтобы выяснить на сколько можно уменьшить указанный зазор, найдем соотношение между толщиной вершины зуба неподвижного колеса b и шириной впадины сателлита g в зоне переходной (неэвольвентной) кривой.

При нарезании колеса с внешними зубьями инструментом реечного типа и отсутствии подрезания, что соответствует величине коэффициента смещения исходного контура $x \geq h_a^* - 0,5z \sin^2(\alpha)$ [1] (h_a^* — коэффициент высоты головки исходного контура, z — число зубьев), ширина впадины в зоне переходной кривой в общем виде определяется по следующей зависимости (рис. 2):

$$e_\varphi = r_\varphi (\beta + 2\theta_\varphi), \quad (3)$$

где $\beta = [0,5\pi m \cos(\alpha) - 2\rho - 2(mx + h) \sin(\alpha)] / r_b$;
 $\theta_\varphi = \arcsin \left[\left(\rho + \frac{h}{\cos(\gamma)} \right) \frac{\sin(\gamma)}{r_\varphi} \right] - \varphi$; $\varphi = (htg(\gamma)) / r$;
 $r_b = r \cos(\alpha)$; $r = 0,5mz$; $h = m(h_a^* + C^* - \rho^* - x)$,
 $\rho = \rho^* m$; C^* — коэффициент радиального зазора исходного контура; ρ^* — коэффициент радиуса кривизны линии притупления продольной кромки зуба режущего инструмента; r_φ — величина радиус-вектора точки переходной кривой.

При заданном r_φ угол γ , входящий в равенство (3), может быть найден из уравнения

$$r^2 - r_\varphi^2 + (\rho + h / \cos(\gamma)) \times (\rho - 2r \cos(\gamma) + h / \cos(\gamma)) = 0. \quad (4)$$

Указанные выражения соответствуют эквидистанте удлиненной эвольвенты, по которой очерчена переходная кривая профиля внешнего зуба. На этом участке $r_f \leq r_\varphi \leq r_l$, где радиус

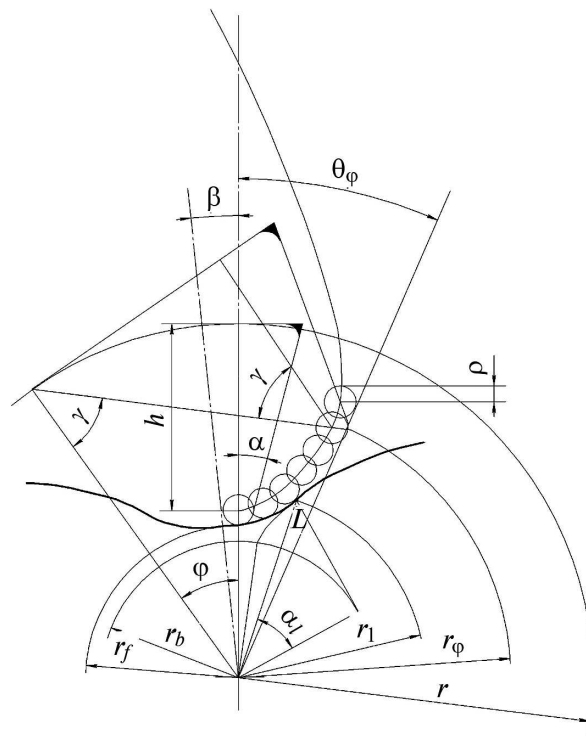


Рис. 2. Геометрия переходной кривой профиля внешнего зуба и схема ее формообразования

окружности впадин $r_f = 0,5mz - h - \rho$, радиус окружности граничных точек профилей зубьев $r_l = r_b / \cos(\alpha_l)$, а угол профиля α_l определяется из следующей системы уравнений (см. рис. 2):

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\rho + h \sin(\alpha)}{r \cos(\alpha)} - \operatorname{inv} \alpha + \operatorname{inv} \alpha_l + \varphi_l - \\ & - \arcsin \left[\frac{(\rho \sin(\gamma_l) + htg(\gamma_l)) \cos(\alpha_l)}{r_b} \right] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\varphi_l = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_l - (\rho + h \sin(\alpha)) / r_b$$

$$\gamma_l = \operatorname{arctg}(\varphi_l r / h).$$

Толщина зуба неподвижного колеса b на поверхности вершин [1]

$$S_{ab} = [\operatorname{inv} \alpha_{ab} - \operatorname{inv} \alpha + (0,5\pi - 2x_b \operatorname{tg}(\alpha)) / z_b] 2r_{ab},$$

где $\alpha_{ab} = \arccos[(0,5mz_b \cos(\alpha)) / r_{ab}]$. В соответствии с этим и с учетом уравнения (3) боковой зазор между зубьями в зоне максимальной глубины захода зуба колеса во впадину сателлита

$$\delta = e_{\varphi g} - S_{ab}. \quad (6)$$

Таким образом, радиальный зазор c_{g-b} и соответствующий ему радиус r_{ab} должны удовлетворять условию $\delta \geq 0$. При этом в зоне сопря-

жения зубьев колес радиальный зазор не должен быть меньше $0,25m$, что обеспечивает отсутствие интерференции кромки зуба колеса b с переходной поверхностью сателлита g , т. е. должно выполняться условие

$$\sqrt{(\sqrt{r_{ag}^2 - r_{bg}^2} - \varepsilon \pi m \cos(\alpha))^2 + r_{bg}^2 - r_{fg}} \geq 0,25m. \quad (7)$$

Расчеты по приведенным зависимостям при углах зацепления, обеспечивающих отсутствие зубьев, показывают, что условия (6), (7) выполняются при $c_{g-b} = (0,1 \dots 0,15)m$.

При равенстве чисел зубьев сателлита z_g и ведомого колеса z_e угол их зацепления $(\alpha_w)_{g-e} = 90^\circ$ (рис. 3). Обеспечить такой угол можно, нарезая колесо e либо с большим радиальным смещением исходного контура, либо с тангенциальным смещением зуборезного инструмента. Второй метод сложен и менее точен, поэтому рассмотрим геометрию зацепления сателлита с ведомым колесом, нарезанным традиционным методом, предварительно определив из уравнений (1), (2) угол зацепления $(\alpha_w)_{g-b}$ и межосевое расстояние a_w при заданном зазоре Δ и коэффициентах X_g, ε_{g-b} .

Для обеспечения радиального смещения сателлита на расчетное значение межосевого расстояния a_w необходимо выполнить равенство (см. рис. 3)

$$2l = S_{bg} + 2a_w = \pi m \cos(\alpha) - S_{be}, \quad (8)$$

где S_{bg}, S_{be} — толщина зубьев сателлита g и ведомого колеса e , измеренная по основным окружностям.

Тогда, учитывая связь между толщиной зубьев и коэффициентами смещения их исходного контура X_g и X_e , при $\Delta z = z_b - z_g = 1$ получим

$$X_e = X_g + \frac{a_w}{m \sin(\alpha)} = \frac{\text{ctg}(\alpha)}{2 \cos(\alpha_w)_{g-b}} + X_g. \quad (9)$$

Радиус окружности вершин зубьев ведомого колеса r_{ae} при таком большом коэффициенте смещения следует принимать из условия отсутствия заострения зубьев по известной [1] зависимости

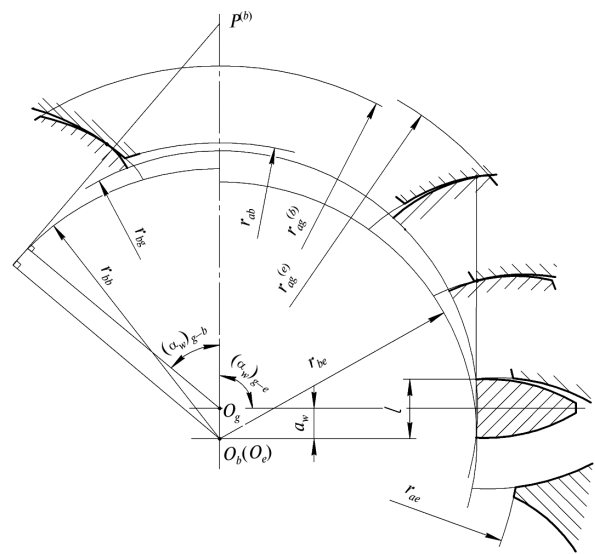


Рис. 3. Схема зацеплений сателлита g с неподвижным b и ведомым e центральными колесами

$$S_{ae} = 2r_{ae} \left[\frac{0,5\pi - 2X_e \text{tg}(\alpha)}{z_e} - \text{inv}\alpha + \text{tg}(\alpha_{ae}) - \alpha_{ae} \right] = 0,2m. \quad (10)$$

Здесь $\alpha_{ae} = \arccos\left(\frac{r_{be}}{r_{ae}}\right); r_{be} = 0,5mz_e \cos(\alpha)$.

Коэффициент перекрытия в указанном зацеплении (см. рис. 3)

$$\varepsilon_{g-e} = \frac{1}{\pi m \cos(\alpha)} (\sqrt{r_{ag}^{(e)2} - r_{bg}^2} + (X_e - X_g)m \sin(\alpha) - \sqrt{r_{ae}^2 - r_{be}^2}). \quad (11)$$

Расчеты по приведенным уравнениям показывают, что для обеспечения коэффициента $\varepsilon_{g-e} \geq 1$ радиус окружности вершин зубьев сателлита в зоне его зацепления с ведомым колесом $r_{ag}^{(e)}$ должен быть увеличен по сравнению с радиусом $r_{ag}^{(b)}$.

На рисунках 4 и 5 представлены зависимости $(\alpha_w)_{g-b}$ и ε_{g-e} от числа зубьев сателлита $z_g = z_e$ при $\Delta z = z_b - z_g = 1, \Delta = 0,2m, \varepsilon_{g-b} = 1, c_{g-b} = 0,15m, r_{ag}^{(e)} = m(0,5z_g + 1,25 + X_g)$.

Из расчетов и построенных по ним зависимостей следует, что для обеспечения коэффициента перекрытия $\varepsilon_{g-e} \geq 1$ необходимо принять радиус окружности вершин зубьев сателлита g в зоне его зацепления с ведомым ко-

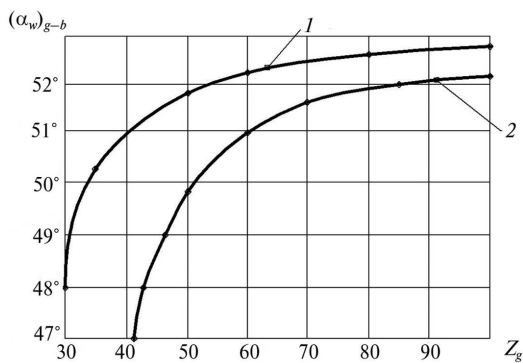


Рис. 4. Зависимость угла зацепления сателлита с неподвижным колесом от числа зубьев z_g :
1 — $x_g = 0$; 2 — $x_g = -0,3$

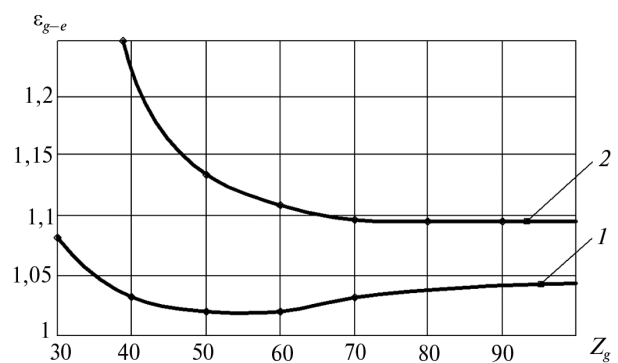


Рис. 5. Зависимость коэффициента перекрытия от числа зубьев сателлита:
1 — $x_g = 0$; 2 — $x_g = -0,3$

лесом e более высоким, чем в зоне зацепления с неподвижным колесом b , а коэффициент смещения исходного контура сателлита $X_g \leq 0$, это позволяет рационально спроектировать простую по конструкции и эффективную планетарную передачу с внутренними зацеплениями колес при малой разнице чисел их зубьев.

Литература

1. Кудрявцев В.Н., Кирдяшев Ю.Н. Планетарные передачи: справочник. М.: Машиностроение, 1977. 535 с.
2. Болотовская Т.П., Болотовский И.А., Смирнов В.З. Справочник по корригированию зубчатых колес. Свердловск: Mashgiz, 1962. 216 с.
3. Пат. № 2445529, РФ, МПК F16H1/32. Планетарная передача / Плеханов Ф.И., Молчанов С.М., Сухоруков В.Г. Опубл. 20.03.2012, Бюл. № 8.

4. Плеханов Ф.И., Овсянников А.В. Исследование нагрузочной способности планетарной передачи с внутренним зацеплением колес // Вестник машиностроения. 2011. № 9. С. 3–5.

References

1. Kudriavtsev V.N., Kirdiashev Iu.N. *Planetarnye peredachi: spravochnik* [Planetary gears: a guide]. Moscow, Machine building publ., 1977. 535 p.
2. Bolotovskaia T.P., Bolotovskii I.A., Smirnov V.Z. *Spravochnik po korrigirovaniu zubchatykh koles* [Reference correction of gears]. Sverdlovsk, Mashgiz publ., 1962. 216 p.
3. Plekhanov F.I., Molchanov S.M., Sukhorukov V.G. *Planetarnaia peredacha* [Planetary gear]. Patent RF, no. 2445529, RF, MPK F16H132, 2012.
4. Plekhanov F.I., Ovsiannikov A.V. *Issledovanie nagruzochnoi sposobnosti planetarnoi peredachi s vnutrennim zatsepleniem koles* [Investigation of the load capacity of the planetary gear with internal teeth of wheels]. *Vestnik mashinostroeniia*, 2011, no. 9, pp. 3–5.

Статья поступила в редакцию 02.11.2012

Информация об авторах

ПЛЕХАНОВ Федор Иванович (Глазов) — доктор технических наук, профессор, директор Глазовского инженерно-экономического института (филиала) ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова» (427622, Удмуртская Республика, г. Глазов, ул. Кирова, д. 36, e-mail: gfi@gfi.edu.ru).

ГЛЕБОВ Сергей Владимирович (Арзамас) — инженер Инновационного образовательного центра наукоемких технологий обработки металлов (607227, Нижегородская область, г. Арзамас, ул. Калинина, д. 19, e-mail: sergey.gleboff@gmail.com).

ПЕРМИНОВ Леонид Павлович (Глазов) — аспирант кафедры «Специальные и инженерные науки». Глазовский инженерно-экономический институт (427622, Удмуртская Республика, г. Глазов, ул. Кирова, д. 36, e-mail: leonperminov@yandex.ru).

Information about the authors

PLEKHANOV Fedor Ivanovich (Glazov) — Dr. Sc. Techn., Professor, Director of Glazov Engineering and Economical Institute (branch) of Izhevsk State Technical University named after M.T. Kalashnikov (427622, Republik Udmurtien, Glazov, Kirov Street, 36, Russia, e-mail: gfi@gfi.edu.ru).

GLEBOV Sergey Vladimirovich (Arzamas) — Engineer of Innovative Educational Center of High-Tech Metal Processing (607227, Kalinin Str. 19, Arzamas, Nizhegorodsky region, e-mail: sergey.gleboff@gmail.com).

PERMINOV Leonid Pavlovich (Glazov) — Post-Graduate of «Special and Engineering Sciences». Glazov Engineering and Economical Institute (427622, Republik Udmurtien, Glazov, Kirov Street, 36, Russia, e-mail: leonperminov@yandex.ru).