

УДК 621.01

Структурный синтез рычажных и планетарных механизмов заданного уровня сложности по универсальной таблице стандартных кодов строения

В.И. Пожбелко

На основе количественной формализации понятия сложности механической системы представлены новые структурные формулы многозвенных кинематических цепей и рассчитанные по ним таблицы с полным составом стандартных кодов правильного строения и наборов совмещенных шарниров 4- — 12-звенных плоских шарнирных механизмов с простыми и совмещенными шарнирами. Даны примеры применения табличного метода структурного анализа и синтеза статически определимых рычажных механизмов разного уровня сложности и показана возможность перехода от них к структурному синтезу планетарных зубчатых механизмов.

Ключевые слова: структурный анализ и синтез механизмов, кинематические цепи с простыми и сложными (совмещенными) шарнирами.

The paper presents generalized equations of structural analysis and synthesis of static deflection mechanical systems. The computer-aided complete calculation table of self-adjustment linkages is «Universal structural table of standard codes for mechanical systems from 4- to 12-bar planar linkages» to use various closed kinematic chains with simple and complex joints in structural synthesis and analysis of planetary gears.

Keywords: structural analysis and synthesis, planar mechanism, kinematic chains with simple and complex joints.

Постановка задачи и предлагаемый путь ее решения

Структурный анализ и синтез является первичным этапом проектирования любой механической системы (механизмы, фермы, замкнутые и открытые кинематические цепи), предопределяющим эффективность ее применения в разных областях техники [1] — [18].

Структурный анализ заключается в определении параметров строения и числа степеней подвижности для выявления, а также путей устранения вредных избыточных связей в анализируемых схемах механизмов.

Структурный синтез состоит в создании структурных схем (механизмов, ферм и др.), обеспечивающих требуемое число степеней подвижности механизма (W), число изменяемых замкнутых контуров (K) в его кинематической цепи, отсутствие избыточных связей и минимум числа звеньев цепи (\tilde{n}).



ПОЖБЕЛКО

Владимир Иванович
заслуженный работник
высшей школы РФ,
доктор технических наук,
профессор
кафедры
«Теоретическая механика
и основы проектирования
машин» (Южно-Уральский
государственный
университет)

Проблема структурного синтеза новых механизмов заключается в определении требуемой номенклатуры звеньев проектируемого механизма и установлении требуемого набора простых и совмещенных шарниров для сборки из этих звеньев безизбыточных цепей с требуемым W . В качестве единой основы для решения этих проблем можно использовать рассматриваемый ниже на примерах *табличный метод структурного анализа и синтеза* на базе полученных расчетным путем по компьютерным программам «Универсальной структурной таблицы стандартных кодов правильного строения механизмов» и дополняющей ее «Полной таблицы стандартных наборов совмещенных шарниров», содержащих все возможные целочисленные решения структурных уравнений замкнутых кинематических цепей.

В развитии науки о структуре механизмов можно выделить три этапа.

Первый этап включает [4] установление П.Л. Чебышевым в 1869 г. в его докладе «О параллелограммах» необходимого соотношения между числом звеньев и кинематических пар в плоских механизмах и опубликованную в 1883 г. работу М. Грюблера по представлению структуры кинематических цепей плоских механизмов в виде изменяемых замкнутых контуров из различных многопарных звеньев [4].

Второй этап определен опубликованной в 1914 г. базовой работой Л.В. Ассура по выделению статически определимых групп открытых кинематических цепей для образования из них структурных схем механизмов [8].

На основе работ П.Л. Чебышева, М. Грюблера и Л.В. Ассура выполняются многочисленные исследования по анализу, синтезу и классификации механизмов [8]–[15] и выпускаются технические словари с обзором механизмов, применяемых в разных областях машиностроения [1]–[3], а механика рассматривается [1], как «искусство построения машин».

Третий этап связан с разработкой в конце XX в. разными авторами [18] компьютерных программ структурного синтеза многозвенных кинематических цепей с простыми шарнирами (так называемых simple-jointed kinematic chains

[18]) и созданием в 1988 г. Э.Е. Пейсахом системы проектирования плоских рычажных механизмов [16], позволившей ему путем автоматизированного синтеза на основе единого алгоритма поиска и отбраковки изоморфных (повторяющихся) схем составить полный электронный каталог механических систем, содержащих только простые (т. е. несоммещенные) шарниры (simple joints) [17, 18].

Наряду с этим в практике машиностроения [1]–[3] широко применяются, как более рациональные технические решения, разнообразные рычажные механизмы с совмещенными (сложными [12] или комплексными complex joints) шарнирами (например, устройство двигателя внутреннего сгорания V-образного типа [1, с. 440]; силовые приводы прессов и камнедробилки [3, с. 105]; механизм переменной структуры ножниц для резки заготовок [3, с. 132]; привод крючковых игл основательной трикотажной машины [5, с. 25] и др.).

Использование в технике рычажных механизмов с совмещенными шарнирами позволяет за счет более простой конструкции удешевить их изготовление (одна общая ось, замена сложных многопарных звеньев на простые двухшарнирные звенья, меньшие габариты и вес); можно получить очень компактные механизмы (за счет совмещения при необходимости у передаточного шестизвенника входного и выходного звеньев на одной оси) или расширить функциональные возможности рычажных механизмов за счет передачи вращения от одного входного на два выходных звена [12]; кроме того можно упростить расчетную схему механизма и его геометрические построения.

В связи с этим рассмотрим комплексную задачу структурного анализа и синтеза механизмов без избыточных связей (содержащих, как только простые шарниры, так и совместно простые и совмещенные шарниры) с использованием для ее решения:

а) способа сборки многозвенных рычажных механизмов посредством плавающих промежуточных осей;

б) нового количественного понятия «уровень сложности механической системы» (setting level of significance), впервые предложенного

в работе [10] для точной оценки сложности любой механической системы в целом;

в) расчетных таблиц с кодами правильного строения многозвенных механизмов разного уровня сложности и стандартными наборами совмещенных шарниров для их сборки.

Таким образом, предлагаемый путь решения задачи структурного анализа и синтеза всего возможного многообразия плоских рычажных механизмов без избыточных связей (с учетом применения различных совмещенных шарниров) заключается в составлении структурной математической модели механизмов разного уровня сложности и определения из нее расчетным путем всех возможных наборов многопарных звеньев (линейных, треугольных, четырехугольных и т. д.) для образования из них кинематических цепей механизмов, содержащих как простые, так и совмещенные шарниры.

Представление состава и сборки многозвенных рычажных механизмов с простыми и совмещенными шарнирами

При изложении материала данной статьи будем использовать следующие исходные понятия:

1) под составом механизма понимается определенный набор многопарных звеньев, собираемых между собой в кинематическую цепь посредством простых и сложных (совмещенных на одной оси) плоских шарниров.

Конструктивно совмещенные шарниры могут быть двойными (сборка на общей оси трех звеньев посредством двух вращательных кинематических пар), тройными и т. д. Обозначим число совмещенных двойных шарниров v_2 , тройных v_3, \dots, v_j , где j – кратность совмещенного шарнира. Соответственно простые шарниры являются однократными и обеспечивают подвижное соединение на общей оси только двух звеньев;

2) под сложностью звена i понимается число принадлежащих ему элементов кинематических пар (любой подвижности $H = 1..5$), посредством которых данное звено образует кинематическую цепь с другими звеньями. Конструктивно звенья цепи могут быть одно-

парными, двухпарными и т. д. Обозначим число однопарных звеньев в составе данной цепи n_1 , двухпарных n_2 и т. д. Общее число звеньев цепи

$$\tilde{n} = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \dots; \quad (1)$$

3) полагая, что каждому из двух собираемых в цепь звеньев формально принадлежит 1/2 кинематической пары, а каждый совмещенный шарнир добавляет: двойной шарнир — одну пару, тройной шарнир — две пары и т. д., общее число кинематических пар в цепи можно рассчитать по формуле

$$p = \frac{1}{2} [(n_1 + 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots) + (v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots)], \quad (2)$$

где второе слагаемое в круглых скобках для краткости обозначим через v — приведенное число совмещенных шарниров:

$$v = v_2 + 2v_3 + \dots + (j-1)v_j; \quad (3)$$

4) переход от использования при сборке рычажного механизма только простых шарниров к его сборке с применением также и совмещенных шарниров требует и соответствующего изменения набора многопарных звеньев, т. е. изменения исходной структуры собираемой кинематической цепи механизма.

На рисунке 1 показано, что для сборки шестизвенного механизма Стефенсона за счет только простых шарниров ($v = 0$) нужно применить набор из четырех двухпарных и двух трехпарных звеньев (см. рис. 1, а), а для сборки шестизвенного механизма с двумя совмещенными двойными шарнирами ($v_2 = 2$) необходимо (при том же числе кинематических пар $p = 7$) использовать другой набор звеньев (все шесть звеньев выполнены двухпарными, т. е. $\tilde{n} = n_2 = 6$).

Соответственно на рис. 1 представлен способ сборки многозвенного, например, шестизвенного рычажного механизма, посредством подвижного соединения смежных звеньев через плавающую промежуточную ось (назовем его *осевой способ сборки рычажных звеньев*), наглядно показывающий изменение набора многопарных звеньев цепи — двухшар-

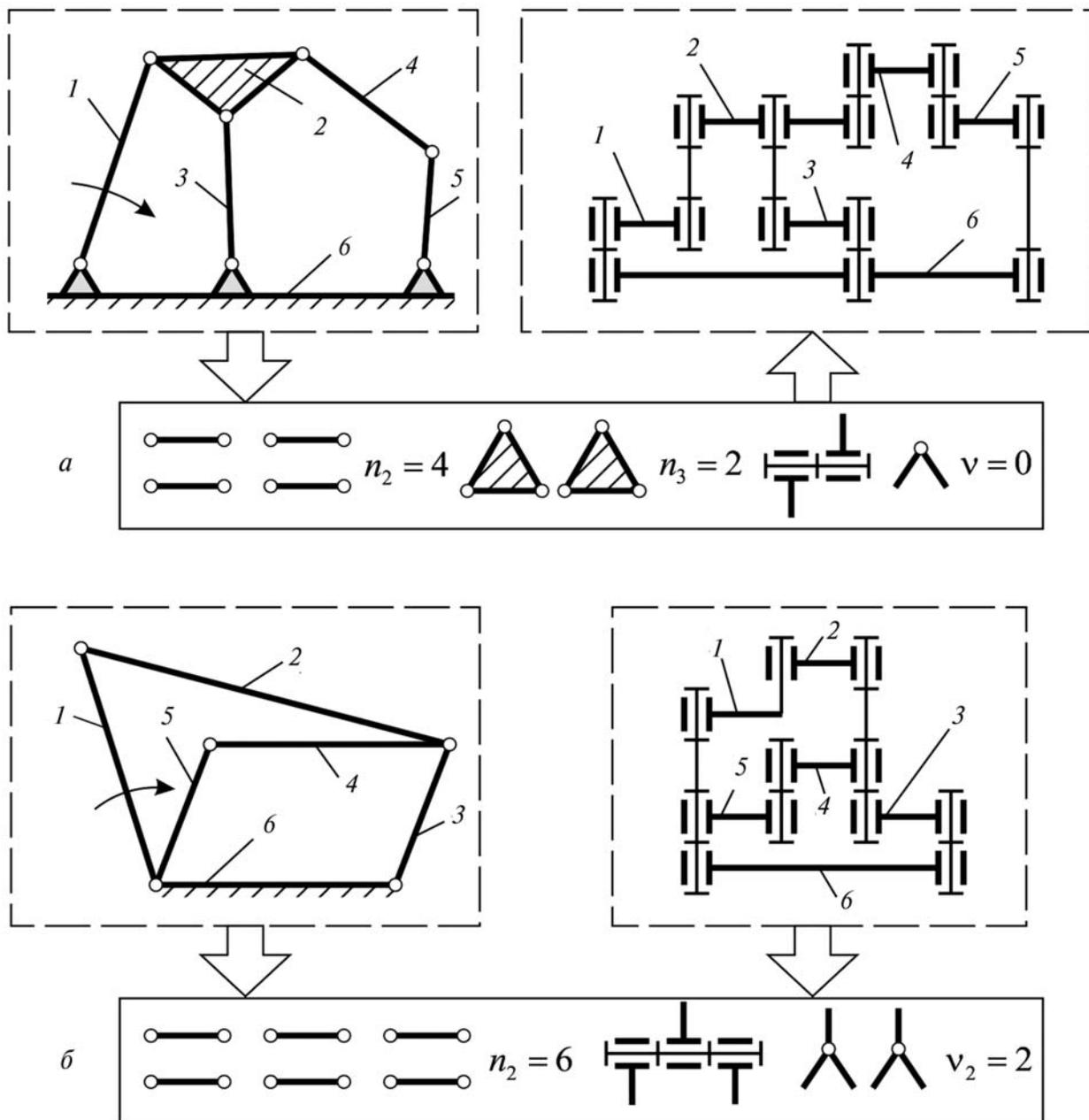


Рис. 1. Состав шестизвенных замкнутых кинематических цепей:

a — механизм Стефенсона (четыре двухшарнирных звена; два трехшарнирных звена; удвоенное число кинематических пар $2p = 2n_2 + 3n_3 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 14$); *б* — механизм с двумя совмещенными шарнирами (шесть двухшарнирных звеньев; $2p = 2n_2 + v_2 = 2 \cdot 6 + 2 = 14 = \text{const}$)

нирных числом n_2 и трехшарнирных числом n_3 при переходе:

а) от механизма только с простыми шарнирами (обозначим этот случай $v = 0$, например, на рис. 1, *a*, где содержатся два сложных трехшарнирных звена);

б) к механизму с совмещенными шарнирами (обозначим этот случай $v \neq 0$, например, на

рис. 1, *б* с двумя совмещенными двойными шарнирами $v = v_2 = 2$, где в отличие от рис. 1, *a*, все звенья выполнены предельно простыми — двухшарнирными (в каждом звене теперь только два соединительных отверстия).

При таком представлении сборки звеньев цепи:

а) общее число звеньев \tilde{n} любого механизма (рычажного, кулачкового, зубчатого) можно выразить, как сумму одно- и многопарных звеньев:

$$\tilde{n} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_i; \quad (4)$$

б) общее число кинематических пар рычажного механизма p можно представить, как сумму числа простых шарниров p_1 и числа v кинематических пар, добавляемых совмещенными двойными v_2 , тройными v_3 , ..., j -кратными шарнирами:

$$p = p_1 + v = p_1 + [v_2 + 2v_3 + \dots + (j-1)v_j], \quad (5)$$

где величина v учитывает наличие ($v \neq 0$) или отсутствие ($v = 0$) в кинематической цепи совмещенных шарниров;

в) кроме того, общее число кинематических пар цепи p также можно выразить через n_i и v с учетом зависимостей (2) и (3):

$$2p = (n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \dots + in_i) + v. \quad (6)$$

Примечание. Выражения (4)–(6) показывают, что в обеих структурных схемах механизмов рис. 1, отличающихся наборами n_i , v_j ($n_2 = 4, n_3 = 2, v = 0$ — схема на рис. 1, а и $n_2 = 6, v = v_2 = 2$ — схема на рис. 1, б), независимо от применения (или неприменения) совмещенных шарниров общее число звеньев ($\tilde{n} = 6$) и общее число подвижных соединений этих звеньев между собой, т. е. число кинематических пар ($p = 7$) в кинематической цепи механизма, *остается неизменным.*

Основные понятия и структурные формулы

Механическая система — система взаимосвязанных (взаимодействующих между собой) твердых тел (звеньев), образующих кинематическую цепь (в механизмах в состав цепи входит неподвижное звено — стойка, а их подвижные звенья имеют $h > 0$ степеней свободы, например, $h = 2$ — клиновые; $h = 3$ — плоские рычажные и сферические; $h = 6$ — пространственные механизмы).

В данной работе рассматриваются замкнутые кинематические цепи плоских механизмов, в которых звенья имеют три степени сво-

боды ($h = 3$), а их подвижные соединения представляют одноподвижные ($H = 1$) кинематические пары (вращательные и поступательные). Другие варианты выполнения механических систем с любыми ($H = 1 \dots 5$) многоподвижными соединениями (например, кулачковые и зубчатые механизмы) также могут быть предварительно представлены (преобразованы [6, 11]) в структурные схемы рычажных механизмов тоже только с одноподвижными соединениями звеньев между собой.

Уровень сложности механической системы Y вводится [10] для точной оценки и задания сложности любой механической системы в целом при ее структурном анализе и синтезе; величину Y предлагается [10] определять, как разность между общим числом кинематических пар разной подвижности p в данной кинематической цепи и общим числом звеньев цепи \tilde{n} , включая стойку:

$$Y = p - \tilde{n}, \quad (7)$$

где слагаемые в правой части этого равенства с учетом (4)–(6) также могут быть выражены через Y и для систем с одноподвижными кинематическими парами ($h = 2 \dots 6$) имеют вид

$$\tilde{n} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{Y+2} = (h-1)Y + W + h; \quad (8)$$

$$p = \frac{1}{2} [n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \dots + (Y+2)n_{Y+2} + v] = hY + W + h; \quad (9)$$

$$v = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots + Yv_{Y+1} \leq 2Y, \quad (10)$$

где n_1, n_2, \dots, n_i — число одно-, двух-, трех-, ..., i -парных звеньев кинематической цепи данного механизма ($i \leq Y + 2$); v — приведенное число совмещенных шарниров в данной цепи ($v_{\max} = 2Y$); $v_2, v_3, v_4, \dots, v_j$ — число используемых в данной цепи двойных (v_2), тройных (v_3), ..., j -кратных шарниров ($j \leq Y + 1$); W — требуемое число степеней подвижности статически определимой системы механизма ($W \geq 1$) или фермы ($W = 0$).

Таким образом, предлагаемая согласно равенству (7) количественная формализация понятия *уровень сложности механической системы* позволяет:

а) выразить множество различных структурных параметров механизмов (\tilde{n}, p, K, i, j) через единый цифровой структурный оператор $Y = -1; 0; 1; 2; \dots$ (что создает предпосылки для успешного разрешения рассмотренной ниже структурной математической модели механизмов разного уровня сложности);

б) разделить открытые и замкнутые цепи: $Y = -1$ — открытые цепи; $Y = 0; 1; 2; \dots$ — замкнутые цепи, где величина $Y \geq 0$ предопределяет число возникающих в механизме взаимно независимых изменяемых замкнутых контуров:

$$K = p - (\tilde{n} - 1) = (p - \tilde{n}) + 1 = Y + 1 \quad (11)$$

Код строения механизма представляет собой числовую дробь вида

$$\frac{n_2 n_3 n_4 \dots n_i}{v} = \frac{n_2 n_3 n_4 \dots n_i}{v_2 v_3 v_4 \dots v_j}, \quad (12)$$

где $i \leq Y + 2$; $j \leq Y + 1$, а цифры в числителе и знаменателе дроби строго взаимосвязаны между собой уравнениями (7) — (10) и соответственно показывают конкретные наборы многопарных звеньев и разных шарниров, требуемых для сборки из них данной кинематической цепи.

В отличие от общепринятых *классификационных* обозначений механизмов — чтобы их отличить друг от друга [8, 9, 11, 14, 15], предлагаемый код строения (12) является *идентификационным* с целью:

а) анализа строения механизма с точки зрения наличия или отсутствия в его структуре избыточных связей;

б) определения конкретного набора многопарных звеньев, простых и совмещенных шарниров для составления из них структурной схемы механизма заданного уровня сложности;

в) структурного синтеза по кодам строения механизмов без избыточных связей. Таким образом возникает важная задача расчета полных таблиц кодов — назовем их *стандартными кодами правильного строения механизмов* (такие таблицы с полным перечнем стандартных кодов строения и соответствующих им стандартных наборов совмещенных шарниров механизмов без избыточных связей даны ниже).

Следует отметить, что предлагаемая форма кода строения механизма (12) характеризует лишь состав кинематической цепи данного механизма и потому код будет одним и тем же для механизмов, составленных путем разных сборок, но из одного и того же набора многопарных звеньев и шарниров). Например, известные [5, с. 25, рис. 1.16] механизмы Стефенсона и Уатта ($n_2 = 4, n_3 = 2, v = 0$), составленные посредством простых шарниров из одних и тех же четырех двухпарных и двух трехпарных звеньев, будут иметь общий одинаковый код (42/0).

Число степеней подвижности плоских шарнирно-рычажных механизмов. Полученная с учетом аналитических рядов (8)–(10) новая структурная формула расчета W имеет вид

$$W = 3(\tilde{n} - 1) - 2p = (2n_1 + n_2) - (n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots) - (v + 3). \quad (13)$$

Из анализа формулы (13) следует, что число *трехпарных* звеньев (n_3) в составе плоских механизмов не влияет на величину W (что упрощает расчет W — см. пример расчета) и может быть любым при структурном синтезе механизмов с заданным значением W . В пределе (при отсутствии в замкнутой цепи сложных звеньев с числом пар более трех и совмещенных шарниров) структурная формула (13) примет очень простой вид:

$$W = n_2 - 3. \quad (14)$$

Структурные формулы (13) и (14) могут быть также применены для расчета переменной величины W , возникающей в механизмах с внутрицикловой переменной структурой [13], где вследствие периодического вырождения кинематических пар образуется целая область особых положений γ неуправляемой повышенной подвижности (в представленной в работе [13] безразмерной дроби для расчета угла γ ошибочно был указан квадрат первой скобки).

Уравнение для проверки правильности структуры механической системы получается из структурной формулы (13) и для многозвенных механизмов без избыточных связей с $W = 1$ имеет вид определителя *D целевой функции структурного синтеза механизмов*:

$$D = n_2 - (n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots) - (v + W + 3) \Rightarrow \quad (15)$$

$$\Rightarrow D = n_2 - (n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots) - (v + 4) = 0.$$

Диагностика по уравнению (15) структуры механической системы (с набором конкретных значений v, n_2, n_3, \dots) выполняется следующим образом:

а) нулевое значение определителя $D = 0$ целевой функции структурного синтеза означает отсутствие дефектов структуры данного механизма (приводящих к избыточным связям в замкнутых контурах кинематической цепи механизма или, наоборот, к лишним степеням свободы механической системы);

б) отрицательная величина определителя $D < 0$ — количество возникающих в замкнутых контурах кинематической цепи избыточных связей;

в) положительная величина определителя $D > 0$ — количество лишних степеней свободы (возникает неуправляемость механизмом при заданном W).

Таким образом, согласно структурному соотношению (15), основной причиной возникновения вредных избыточных связей ($D < 0$) или лишних подвижностей ($D > 0$) в механических системах с замкнутыми контурами ($K \geq 1; Y \geq 0$) является несовпадение выбранного набора проектных структурных параметров (v, n_2, n_3, \dots) со стандартными кодами правильного строения механизмов (полный перечень которых представлен в расчетных универсальных таблицах далее). Примеры расчета определителя D даны ниже.

Из проверочного уравнения (15) следует, что плоские шарнирно-рычажные механизмы без избыточных связей с заданным W должны содержать не менее $n_{2\min}$ двухпарных звеньев, рассчитываемых по формуле

$$n_{2\min} = (3 + W + v) + (n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots). \quad (16)$$

Области существования и закономерности строения кинематических цепей. Анализ применяемых в машиностроении [1–3] разнообразных механических систем устанавливает существование общей для открытых и замкнутых кинематических цепей определенной взаимосвязи между основными структурными пара-

метрами цепи (\tilde{n}, p, i); назовем ее *главной геометрической зависимостью кинематических цепей* вида (рис. 2)

$$p - \tilde{n} = (i - 2) + t; \quad Y = (i - 2) + t;$$

$$K = Y + 1 = (i - 1) + t, \quad (17)$$

где t — параметр строения кинематической цепи ($t \geq 0$ — замкнутые кинематические цепи; $t < 0$ — открытые кинематические цепи).

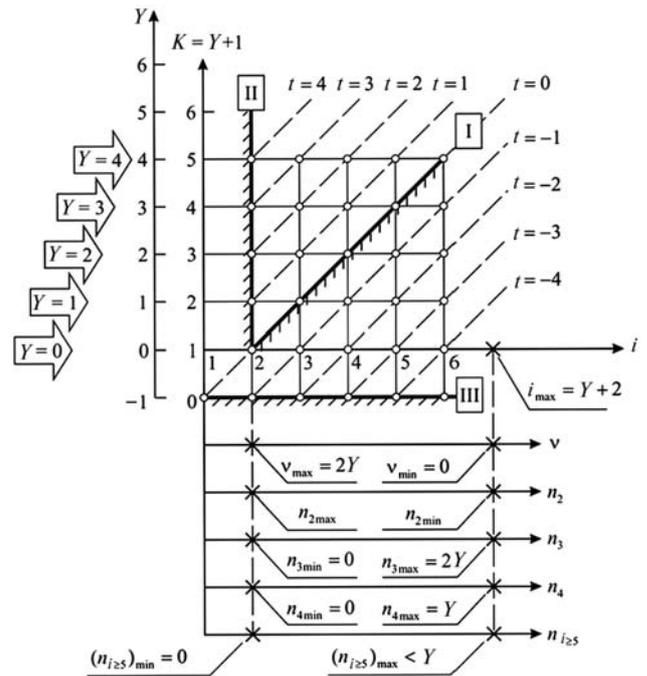


Рис. 2. Области существования и закономерности строения кинематических цепей заданного уровня сложности

На построенном по зависимости (17) графике (см. рис. 2):

- наклонная прямая I ($t = 0$) ограничивает предельно допустимую величину i наиболее сложного звена в замкнутой цепи заданного уровня сложности ($i_{\max} = Y + 2$);
- вертикальная прямая II ограничивает в замкнутых цепях из двухпарных звеньев ($i = 2$) с совмещенными шарнирами их наибольшее возможное число (v) и кратность ($v_{\max} = 2Y; j_{\max} = Y + 1$);
- горизонтальная прямая III отражает граничный случай открытых цепей ($K = 0$), где величина $t < 0$ задает наиболее сложное звено открытой цепи ($i_{\max} = 1 + |t|$);

- в замкнутых кинематических цепях (область ячеек между граничными прямыми I и II) величина $t > 0$ задает число взаимно независимых изменяемых замкнутых контуров ($K = t + 1$), возникающих в цепи из двухпарных звеньев ($i = 2$);

- перемещение на графике (см. рис. 2) по горизонтали влево от разделительной прямой I (область $t > 0$) приводит в замкнутых кинематических цепях к увеличению числа совмещенных шарниров до максимума $v_{\max} = 2Y = 2(K + 1)$, достигаемого при заполнении ячеек на граничной прямой II.

Следует отметить, что в традиционно синтезируемых кинематических цепях механизмов с простыми шарнирами [1–3] реализуются только ячейки на разделительной прямой I (см. рис. 2), а основное количество потенциально возможных кинематических цепей с совмещенными шарнирами (т. е. весь большой массив схем рычажных механизмов, реализующих ячейки на рис. 2 между прямыми I и II) остается неиспользованным в машиностроении.

Правильность зависимости (17) и рис. 2 подтверждается подстановкой в равенство (17) следующих исходных данных для схем, изображенных на рис. 1:

а) схема Стефенсона с простыми шарнирами ($\tilde{n} = 6, p = 7, i = 3, t + 1 = p - \tilde{n} = 7 - 6 = 1, t = 0$);

б) механизм с двумя совмещенными шарнирами на рис. 1, б ($\tilde{n} = 6, p = 7, n_2 = 6, i = 2, v = v_2 = 2, t = p - \tilde{n} = 7 - 6 = 1$).

Решая совместно структурные уравнения (8) и (9), установим *общие закономерности строения замкнутых кинематических цепей* в виде следующей теоремы о взаимосвязи Y, v, n_i .

Теорема. В замкнутых кинематических цепях разного уровня сложности ($Y \geq 1$) число n_i наиболее сложных многопарных звеньев ($3 \leq i \leq Y + 2$) ограничено пределами

$$0 \leq n_i \leq \frac{2Y - v}{i - 2} \Rightarrow$$

$$0 \leq n_{Y+2} \leq \left(2 - \frac{v}{Y}\right) \Rightarrow (n_{Y+2})_{v \neq 0} = 0; 1;$$

$$(n_{Y+2})_{v=0} = 0; 1; 2 \quad (18)$$

и должно быть не более одного в структуре цепей с совмещенными шарнирами ($v \neq 0$) и не

более двух в структуре цепей без совмещенных шарниров ($v = 0$); а приведенное число v совмещенных шарниров кратностью $2 \leq j \leq Y + 1$ из необходимого условия $n_i \geq 0$ (18) ограничено пределами:

$$0 \leq v = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \dots + (j-1)v_j \leq 2Y. \quad (19)$$

Анализ рис. 2 на основе формул (1) – (19) приводит к следующему выводу: закономерности строения кинематических цепей и ограниченность пространства для выбора их структурных параметров предопределены заданным *уровнем сложности* Y (т. е. разностью между числом подвижных соединений звеньев и общим числом этих звеньев в данной цепи) и устанавливают следующие области существования замкнутых кинематических цепей плоских механизмов без избыточных связей, ограниченные *необходимым минимумом* двухпарных звеньев ($n_{2\min} = 3 + W + v + \sum (Y - 1)n_{Y+2}$) и *предельным максимумом*:

- а) сложности звеньев ($i_{\max} = Y + 2$);
- б) числа различных многопарных звеньев ($n_{i \geq 3} \leq (2Y - v) / (i - 2)$; $n_{2\max} = 2Y + W + 3$;
 $n_{3\max} = 2Y$; $n_{4\max} = Y$; $(n_{i \geq 5})_{\max} = \frac{2Y - v}{i - 2} < Y$;

$$n_{Y+2} \leq 2 - (v / Y) \Rightarrow (n_{Y+2})_{v \neq 0} = 0; 1;$$

$$(n_{Y+2})_{v=0} = 0; 1; 2);$$

в) общего числа звеньев цепи ($\tilde{n} = 2Y + W + 3$) и их подвижных соединений ($p = 3Y + W + 3$);

г) числа образуемых звеньями цепи взаимно независимых изменяемых замкнутых контуров ($K_{\max} = Y + 1$);

д) приведенного числа и кратности совмещенных шарниров ($v_{\max} = 2Y$; $j_{\max} = Y + 1$), используемых для сборки механизма с числом подвижности W .

Структурная математическая модель механических систем без избыточных связей. Для механических систем разного уровня сложности Y , содержащих в общем случае простые и совмещенные шарниры, данная модель представляет собой следующую совокупность (систему) линейных алгебраических уравнений (7)–(10), (15) (соответственно определяющих $\tilde{n}, p, Y = p - \tilde{n}, D, v$) и в частном случае (для замкнутых кинематических цепей плоских шарнир-

но-рычажных механизмов с $W = 1$) имеющих более простой вид:

$$n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_{Y+2} = 2(Y + 2); \quad (20)$$

$$2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots + (Y + 2)n_{Y+2} + v = 2(3Y + 4); \quad (21)$$

$$n_3 + 2n_4 + 3n_5 + \dots + Yn_{Y+2} + v = 2Y; \quad (22)$$

$$n_2 - [n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots + (Y - 1)n_{Y+2}] - (v + 4) = 0; \quad (23)$$

$$v = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + 4v_5 + \dots + Yv_{Y+1} \leq 2Y,$$

где, согласно общим закономерностям строения замкнутых кинематических цепей (см. рис.

2), на проектные структурные параметры механизмов (v, n_2, \dots) при их расчете зависимости (8), (16), (18), (19) накладываются следующие ограничения:

$$0 \leq v \leq 2Y; \quad \tilde{n} = 2Y + 4;$$

$$n_{2\min} = (4 + v) + [n_4 + 2n_5 + 3n_6 + \dots + (Y - 1)n_{Y+2}];$$

$$n_i \leq (2Y - v) / (i - 2); \quad n_{2\max} = \tilde{n} = 2Y + 4;$$

$$n_{3\max} = 2Y; \quad n_{4\max} = Y;$$

$$(n_{i \geq 5})_{\max} = (2Y - v) / (i - 2) < Y.$$

Универсальные структурные таблицы стандартных кодов правильного строения механизмов и наборов совмещенных шарниров. Представ-

Таблица 1

Универсальная структурная таблица стандартных кодов правильного строения механизмов разного уровня сложности

$W = 1, h = 3, H = 1$													
$Y = 0$ ($\tilde{n} = 4$)	$Y = 1$ ($\tilde{n} = 6$)			$Y = 2$ (9 кодов строения $\tilde{n} = 8$)									
v	0	0	1	2	0	0	0	1	1	2	2	3	4
n_2	4	4	5	6	4	5	6	5	6	6	7	7	8
n_3	-	2	1	0	4	2	0	3	1	2	0	1	0
n_4	-	-	-	-	0	1	2	0	1	0	1	0	0

$Y = 3$ (23 кодов строения $\tilde{n} = 10$)																								
v	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5	6	
n_2	4	5	6	6	7	7	8	5	6	7	7	8	6	7	8	8	7	8	9	8	9	9	10	10
n_3	6	4	2	3	0	1	0	5	3	1	2	0	4	2	0	1	3	1	0	2	0	1	0	0
n_4	0	1	2	0	3	1	0	0	1	2	0	1	0	1	2	0	0	1	0	0	1	0	0	0
n_5	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0

$W = 1, h = 3, H = 1$																												
$Y = 4$ (53 кодов строения $\tilde{n} = 12$)																												
v	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_2	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	10	5	6	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
n_3	8	6	4	5	2	3	4	0	1	2	2	0	0	1	0	7	5	3	4	1	2	3	0	1	1	0	0	0
n_4	0	1	2	0	3	1	0	4	2	0	1	1	2	0	0	0	1	2	0	3	1	0	2	0	1	0	0	0
n_5	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	2	0	1	0	0
n_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0

$Y = 4$ (продолжение)																													
v	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	6	6	7	8
n_2	6	7	8	8	9	9	9	10	10	7	8	9	9	10	10	8	9	10	10	11	9	10	11	10	11	11	11	12	
n_3	6	4	2	3	0	1	2	0	0	5	3	1	2	0	1	4	2	0	1	0	3	1	0	2	0	1	0	0	
n_4	0	1	2	0	3	1	0	0	1	0	1	2	0	1	0	0	1	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
n_5	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
n_6	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	

Полный состав стандартных наборов совмещенных шарниров замкнутых кинематических цепей разного уровня сложности

$v = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + 4v_5 + \dots + Y \cdot v_{Y+1} \leq 2Y; j_{\max} = Y+1$																					
Y	$Y=0, K=1$			$Y=1, K=2 (v_{\max}=2)$			$Y=2, K=3 (v_{\max}=4; j_{\max}=3)$														
v	$v=0$			$v=0$	$v=1$	$v=2$	$v=0$	$v=1$	$v=2$	$v=3$	$v=4$										
v_2	-			0	1	2	0	1	0	2	1	3	0	2	4						
v_3	-			-			0	0	1	0	1	0	2	1	0						
Y	$Y=3, K=4 (v_{\max}=6; j_{\max}=4)$																				
v	0	1	$v=2$		$v=3$		$v=4$			$v=5$			$v=6$								
v_2	0	1	0	2	0	1	3	0	1	4	0	1	2	3	5	0	1	2	3	4	6
v_3	0	0	1	0	0	1	0	2	0	0	1	2	0	1	0	0	1	2	0	1	0
v_4	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	2	1	0	1	0	0
Y	$Y=4, K=5 (v_{\max}=8; j_{\max}=5)$																				
v	$v=0$		$v=1$	$v=2$		$v=3$			$v=4$				$v=5$								
v_2	0	1	0	2	0	1	3	0	0	1	2	4	0	1	1	2	3	5			
v_3	0	0	1	0	0	1	0	2	0	0	1	0	1	2	0	0	1	0			
v_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0			
v_5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0			
Y	$Y=4, K=5$ (продолжение)																				
v	$v=6$							$v=7$													
v_2	0	0	0	1	2	2	3	4	6	0	0	1	1	1	2	3	3	4	5	7	
v_3	0	1	3	1	0	2	0	1	0	0	2	0	1	3	1	0	2	0	1	0	
v_4	2	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	2	0	0	1	0	0	1	0	0	
v_5	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
Y	$Y=4, K=5$ (продолжение)																				
v	$v=8$																				
v_2	0	0	0	1	1	2	2	2	3	4	4	5	6	8							
v_3	1	2	0	0	2	1	0	3	1	0	2	0	1	0							
v_4	2	0	0	1	1	0	2	0	1	0	0	1	0	0							
v_5	0	1	2	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0							

ленный в систематизированных по горизонтали v и вертикали (наборы n_2, n_3, n_4, n_5, n_6) расчетных структурных табл. 1 и 2 полный перечень возможных стандартных кодов строения и наборов совмещенных шарниров представляет *весь массив* полученных по компьютерным программам целочисленных решений системы уравнений (23) — (27) и охватывает все возможное многообразие реально осуществимых 4-звенных ($Y=0$), 6-звенных ($Y=1$), 8-звенных

($Y=2$), 10-звенных ($Y=3$) и 12-звенных ($Y=4$) плоских рычажных механизмов без избыточных связей.

Данные, приведенные в расчетных структурных табл. 1 и 2, показывают, что число возможных стандартных кодов строения механизмов при использовании совмещенных шарниров ($v \neq 0$) существенно (в несколько раз) превышает число кодов строения механизмов только с простыми шарнирами ($v=0$)

и возрастает с увеличением уровня сложности механизма Y .

Далее на конкретных примерах показаны возможности предлагаемого табличного метода структурного анализа и синтеза (не только рычажных механизмов как с простыми, так и с совмещенными шарнирами, но и производных от них планетарных зубчатых механизмов) на основе стандартных кодов строения из табл. 1 и 2 по следующим алгоритмам:

1) структурный анализ рычажного механизма заключается в сопоставлении его кода строения $(n_2, n_3, n_4, \dots, v, v_2, v_3, \dots)$ со стандартными кодами в табл. 1 и 2 (дают $D = 0$):

а) несовпадение этих кодов (например, случай $D < 0$) означает наличие избыточных связей в данном механизме согласно уравнению (15) и указывает, что надо изменить в его структуре (путем изменения исходных значений $n_2, n_3, n_4, \dots, v, v_2, v_3, \dots$), чтобы устранить избыточные связи за счет реализации ближайшего стандартного кода строения,

б) совпадение исходного кода со стандартным (случай $D = 0$) означает отсутствие избыточных связей в исследуемом механизме (т. е. бездефектность его структуры);

2) направленный структурный синтез механизмов заданного уровня сложности ($Y = 0, \tilde{n} = 4; Y = 1, \tilde{n} = 6; Y = 2, \tilde{n} = 8; Y = 3, \tilde{n} = 10; Y = 4, \tilde{n} = 12$), заключающийся в обеспечении целевой функции структурного синтеза $D = 0$ (15) путем выбора по табл. 1 и 2 одного из стандартных кодов строения механизма, определяющих *требуемый* набор проектных параметров (выбранный код дает точное сочетание $v, v_2, v_3, v_4, v_5; n_2, n_3, n_4, n_5, n_6$) для составления из этого набора искомой замкнутой кинематической цепи многозвенных плоских рычажных механизмов с гарантированным отсутствием в них избыточных связей.

Структурный анализ шарнирно-рычажных механизмов и оценка правильности их строения

Рассмотрим решение некоторых задач структурного анализа плоских механизмов ($h = 3$), выявления и устранения в них избыточных связей с помощью новой структурной

формулы $W(13)$, проверочного уравнения $D(15)$ и универсальной таблицы кодов 1.

Пример 1. Определить W для схемы механизма, изображенной на рис. 3, а ($n_2 = 4$, совмещенных шарниров нет $v = 0$).

$$W = n_2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

Пример 2. Определить W для схемы механизма, изображенной на рис. 3, б ($n_2 = 8, n_3 = 1, n_4 = 1$ и 3 двойных шарнира $v = v_3 = 3$).

$$W = (n_2 - n_4) - (v_2 + 3) = (8 - 1) - (3 + 3) = 1$$

Пример 3. Определить W для схемы механизма, изображенной на рис. 3, в ($n_2 = 8, n_3 = 3, n_4 = 0, n_5 = 1, v = 0$).

$$W = (n_2 - n_4 - 2n_5) - 3 = (8 - 2 \cdot 1) - 3 = 3$$

Пример 4. Проверить наличие дефектов структуры в схеме механизма, изображенной на рис. 4, а, и определить пути их устранения за счет изменения исходной структурной схемы.

Этапы решения задачи:

1) устанавливаем (по рис. 4, а) состав исходного механизма:

$$n_2 = 3; n_3 = 2; v = 0; p = 6; \\ Y = p - \tilde{n} = 6 - (3 + 2) = 1;$$

2) рассчитываем определитель D правильности его структуры:

$$D = n_2 - (v + 4) = 3 - (0 + 4) = -1$$

Отрицательная величина определителя (15) означает наличие в кинематической цепи исходного механизма одной избыточной связи и объясняет отсутствие его кода $n_2 n_3 / v_2 = 32 / 0$ в табл. 1 стандартных кодов строения;

3) для решения данной задачи с применением совмещенных шарниров выбираем по универсальной структурной табл. 1 (для $Y = 1, v \neq 0$) ближайший стандартный код строения $n_2 n_3 / v_2 = 51 / 1$, указывающий следующие конкретные пути устранения избыточных связей за счет перестройки исходного механизма:

а) нужно увеличить число двухшарнирных звеньев до $n_2 = 5$ и уменьшить число трехшарнирных звеньев до $n_3 = 1$;

б) для сборки этих звеньев (по аналогии с рис. 1) нужно применить один совмещенный двойной шарнир $v = v_2 = 1$;

в) эта же перестройка подтверждается и зависимостью (16) о минимально допустимом количестве двухпарных звеньев в структуре безизбыточных шарнирно-рычажных механизмов:

$$n_{2min} = 3 + W + v = 3 + 1 + 1 = 5.$$

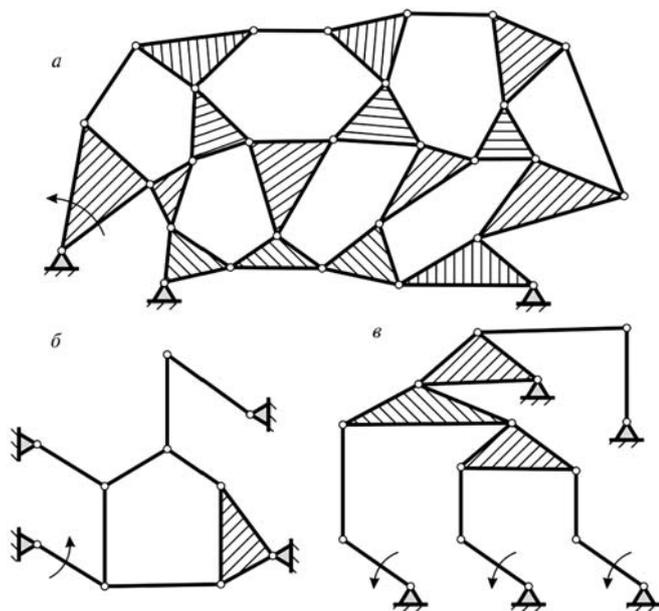


Рис. 3. Определение числа степеней свободы подвижности многосвязных плоских механизмов

Синтезированный по выбранному из табл. 1 стандартному коду строения 51/1 6-звенный параллелограммный механизм с одним совмещенным двойным шарниром (где все пять подвижных звеньев двухшарнирные) представлен на рис. 4, б и может применяться для полного привода всех тяговых колес на современных тепловозах (вместо более сложного механизма Стефенсона, изображенного на рис. 1, а).

Структурный синтез шарнирно-рычажных механизмов

Пример 1. Синтез 8-звенного ($\tilde{n} = 8$) механизма второго уровня сложности ($Y = 2$) без совмещенных шарниров ($v = 0$) по табл. 1.

Алгоритм решения задачи:

1) по универсальной структурной табл. 1 для исходных данных ($Y = 2, v = 0$) устанавливаем, что существует только три возможных стандартных кода строения механизма (440/0, 521/0, 602/0), из которых выбираем для реализации, например, код 521/0;

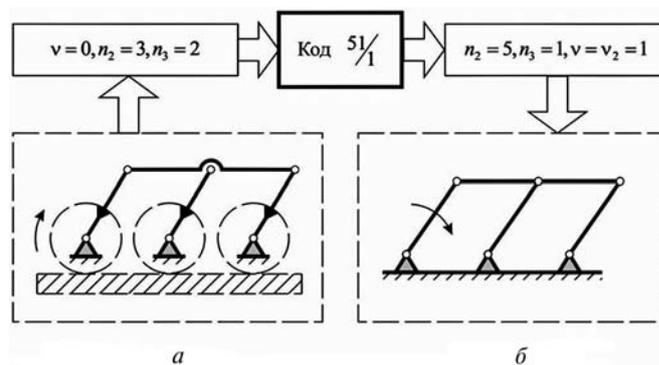


Рис. 4. Выявление и устранение дефектов строения механизма в виде вредных избыточных связей:
 а — код строения исходного механизма 32/0, $D = -1$;
 б — стандартный код строения механизма 51/1, $D = 0$ (первый уровень сложности: $Y = 1; \tilde{n} = 6; p = Y + \tilde{n} = 1 + 6 = 7$)

2) по выбранному коду строения механизма определяем требуемый набор многопарных звеньев ($n_2 = 5, n_3 = 2, n_4 = 1$), из которого составляем замкнутую кинематическую цепь (рис. 5, а). Затем, принимая в ней одно из звеньев за стойку, получаем требуемую структурную схему.

Синтезированный таким образом по табл. 1 рычажный механизм представлен на рис. 5, а и может применяться в машиностроении (например, в качестве замкнутого привода робота-манипулятора Mitsubishi).

Пример 2. Синтез 8-звенного ($\tilde{n} = 8$) механизма второго уровня сложности ($Y = 2$) с совмещенными шарнирами ($v \neq 0$) по табл. 1 и 2.

Алгоритм решения задачи:

1) по таблице 2 (стандартных наборов совмещенных шарниров) устанавливаем, что в механизмах второго уровня сложности возможно только восемь различных сочетаний совмещенных шарниров (v_2, v_3), из которых выбираем, например, случай $v_2 = 2, v_3 = 0$, тогда $v = 2$;

2) по универсальной структурной табл. 1 для исходных данных ($Y = 2, v = 2$) выбираем первый из двух (620/2, 701/2) возможных стандартных кодов строения (а именно 620/2 с наиболее сложным — трехшарнирным звеном);

3) по выбранному коду строения (620/2) определяем требуемый набор многопарных звеньев ($n_2 = 6, n_3 = 2, n_4 = 0$), из которого со-

ставляем замкнутую кинематическую цепь (рис. 5, б), принимая затем в цепи одно из звеньев за стойку, получаем требуемую структурную схему.

Синтезированный таким образом по табл. 1 и 2 рычажный механизм представлен на рис. 5, б и может применяться в машиностроении (например, в качестве более компактного привода робота по сравнению со схемой на рис. 5, а);

4) по универсальной структурной табл. 1 для исходных данных ($Y = 2, v = 2$) выбираем второй из двух (620/2, 701/2) возможных стандартных кодов строения (а именно 701/2 с наиболее сложным — четырехшарнирным звеном);

5) по выбранному второму коду строения (701/2) определяем требуемый набор много-

парных звеньев ($n_2 = 7, n_3 = 0, n_4 = 1$), из которого составляем замкнутую кинематическую цепь (рис. 5, в), принимая затем в ней одно из звеньев (например, четырехпарное) за стойку, получаем требуемую структурную схему (с заменой шарнира на поступательную пару).

Синтезированный таким образом по табл. 1 8-звенный рычажный механизм представлен на рис. 5, в и действительно применяется в машиностроении (например, в приводе прессы глубокой вытяжки [3, с. 105]).

Пример 3. Синтез 10-звенного механизма ($\tilde{n} = 10$) третьего уровня сложности ($Y = 3$) с совмещенными шарнирами ($v \neq 0$).

Алгоритм решения задачи:

1) по таблице 2 (стандартных наборов совмещенных шарниров) устанавливаем, что в механизмах третьего уровня сложности воз-

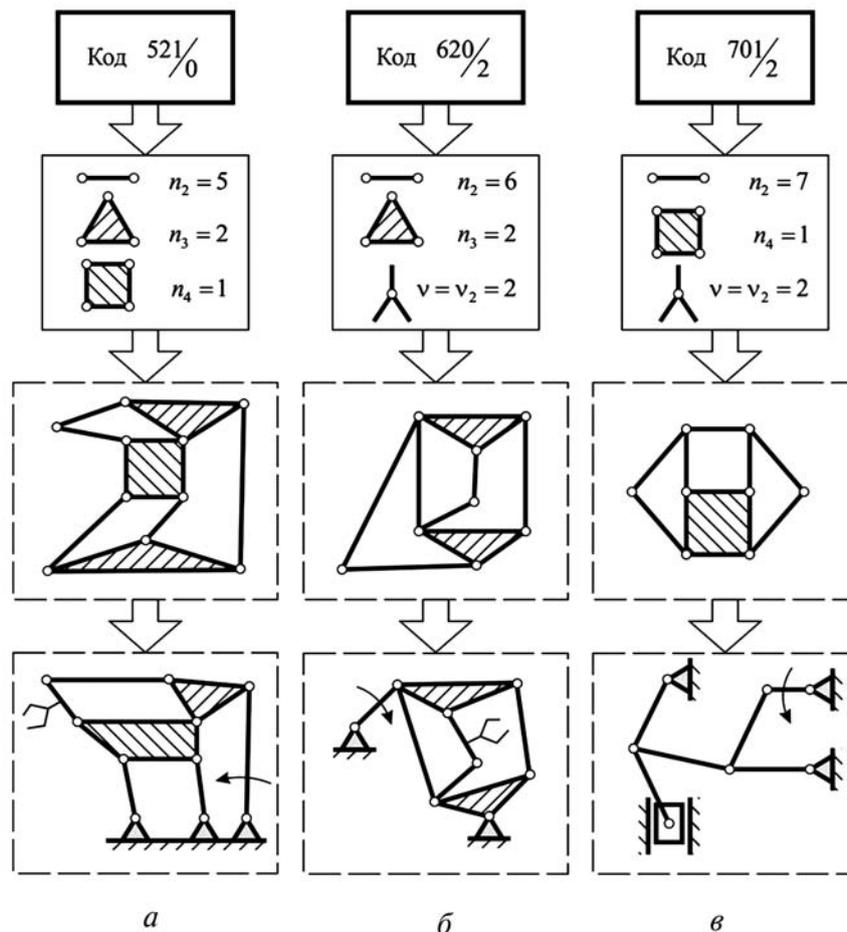


Рис. 5. Структурный синтез 8-звенных рычажных механизмов второго уровня сложности ($Y = 2; \tilde{n} = 8; p = Y + \tilde{n} = 2 + 8 = 10$):

а — трехопорного манипулятора: $Y = 2; v = 0; D = 0$; б — модернизированного робота: $Y = 2; v_2 = 2; D = 0$; в — вытяжного прессы: $Y = 2; v_2 = 2; D = 0$

можно 20 различных сочетаний совмещенных шарниров (v_2, v_3, v_4), из которых выбираем, например, случай применения трех совмещенных двойных шарниров ($v_2 = 3, v_3 = 0, v_4 = 0$), тогда $v = v_2 = 3$;

2) по универсальной структурной табл. 1 (кодов правильного строения) устанавливаем, что при $Y = 3, v = v_2 = 3$ существует только три стандартных кода правильного строения 10-звенных механизмов:

а) с наиболее сложным трехпарным звеном (код 7300/3,

б) с наиболее сложным четырехпарным звеном (код 8110/3);

в) с наиболее сложным пятипарным звеном (код 9001/3);

3) выбираем один из указанных стандартных кодов строения, например, код 8110/3, указывающий требуемый набор многопарных звеньев ($n_2 = 8, n_3 = 1, n_4 = 1, n_5 = 0$), из которых (аналогично примеру синтеза на рис. 5) составляем замкнутую кинематическую цепь с четырехпарным звеном в качестве стойки.

Синтезированный таким образом по табл. 1 10-звенный рычажный механизм представлен на рис. 3, б и действительно применяется в машиностроении (например, в качестве привода крючковых игл основовязальной трикотажной машины [5, с. 25]).

Примечания. 1. Представленные в табл. 1 и 2 стандартные коды строения и наборы совмещенных шарниров могут применяться и для структурного синтеза механических систем с $W \neq 1$, например, механизмов с увеличенным числом входных звеньев ($W > 1$). Для этого (например, при синтезе механизма с $W = 3$) после выбора по табл. 1 одного из стандартных кодов строения (например, для $Y = 3, v = 0$ выбираем код 6301/0) достаточно увеличить согласно зависимости (16) число двухпарных звеньев до $n_2 = 3 + W + n_4 + 2n_5 = 3 + 3 + 0 + 2 \cdot 1 = 8$ и перейти к новому коду строения — 8301/0.

Синтезированный (по новому набору $n_2 = 8, n_3 = 3, n_5 = 1, v = 0$ — аналогично примеру синтеза, приведенному на рис. 5) 12-звенный механизм с тремя входными звеньями представлен на рис. 3, в и действительно применяется в машиностроении (например, в качестве привода платин основовязальной машины [5, с. 25]).

2. В ряде случаев синтезированная на основе табл. 1 и 2 схема рычажного механизма с совмещенными шарнирами будет не только более рациональной (по сравнению с механизмами на основе только простых шарниров), но и вообще является единственно возможным решением задачи структурного синтеза в разных областях машиностроения (например, схема рычажного механизма с соосным расположением входного и выходного валов — см. рис. 1, б).

Структурный синтез планетарных зубчатых механизмов с равномерно нагруженными сателлитами

Применительно к используемым в силовых приводах машин зубчатым многосателлитным планетарным механизмам ($W = 1$) решение данной задачи структурного синтеза разделим на три этапа.

1 этап структурного синтеза. Представление зубчатого планетарного механизма (содержащего как неподвижные, так и двухподвижные кинематические пары, образованные зубчатыми зацеплениями сателлитов) в виде его шарнирно-рычажного аналога только с неподвижными кинематическими парами. Принцип такой эквивалентной структурной замены основан на замене каждого из зубчатых зацеплений сателлитов на двухпарное звено [6] (т. е. каждый сателлит с его двумя зацеплениями при сохранении $W = 1 = \text{const}$ можно заменить тремя звеньями рычажного механизма).

Общее количество звеньев такого (пока рассматриваемого виртуально) шарнирно-рычажного аналога состоит из двух центральных колес и водила (это три звена) и утроенного числа сателлитов k (еще $3k$ звеньев) и, с учетом зависимости \tilde{n} от уровня сложности $Y(8)$, можно представить следующей системой уравнений:

$$\tilde{n} = 3 + 3k; \quad \tilde{n} = 2Y + W + 3 = 2Y + 4. \quad (24)$$

Решая совместно систему равенств (24), получаем следующее уравнение взаимосвязи числа сателлитов k с величиной уровня сложности Y безизбыточных планетарных механизмов:

$$k = \frac{2}{3}(Y + 2) - 1, \quad (25)$$

целочисленные решения которого:

$$(Y = 1, k = 1; Y = 4, k = 3; Y = 7, k = 5; Y = 10, k = 7; \dots)$$

приводят к следующим важным выводам:

- 1) структурная схема самоустанавливающегося планетарного механизма должна содержать *нечетное* число зубчатых сателлитов;
- 2) минимальный уровень сложности самоустанавливающегося многосателлитного планетарного механизма ($k > 1$) $Y = Y_{\min} = 4$;
- 3) минимальное число равномерно нагруженных сателлитов $k = k_0 = 3$;
- 4) минимальное число звеньев статически определимой кинематической цепи плоского шарнирно-рычажного аналога согласно уравнениям (24) должно быть

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{\min} &= 3 + 3k_0 = 3 + 3 \cdot 3 = 12; \\ \tilde{n}_{\min} &= 2Y_{\min} + W + 3 = 2 \cdot 4 + 1 + 3 = 12. \end{aligned}$$

II этап структурного синтеза. Определение кода правильного строения (без избыточных связей) 12-звенного шарнирно-рычажного механизма четвертого уровня сложности и построение его структурной схемы.

Используя общие свойства строения замкнутых кинематических цепей (см. рис. 2):

$$n_{3\max} = 2Y; n_{4\max} = Y; n_3 = 2n_4; n_3 \geq k_0 = 3, \quad (26)$$

находим код строения, удовлетворяющий в табл. 1 достаточному условию (26) и делаем следующие выводы и построения:

- 1) из представленных в табл. 1 *возможных 53 кодов строения* 12-звенных механизмов четвертого уровня сложности ($Y = 4, \tilde{n} = 12$) указанному в (26) условию

$$n_3 = 2n_4 \geq k_0 = 3$$

удовлетворяет *только один* вариант строения — код 64200/0, из которого *сразу* находим искомое структурное решение:

$$v = 0, n_2 = 6, n_3 = 4, n_4 = 2, n_5 = 0, n_6 = 0;$$

- 2) из найденного набора многопарных звеньев (шести двухпарных, четырех трехпарных и двух четырехпарных) составляем замкнутую кинематическую цепь шарнирно-рычажного механизма (см. рис. 6, а) с требуемой ус-

ловием (15) целевой функции структурного синтеза $D = 0$.

III этап структурного синтеза. Эквивалентная структурная замена шарнирно-рычажного аналога (см. рис. 6, а) на искомый планетарный механизм выполняется путем обратной замены двухпарных звеньев с неподвижными парами на зубчатые зацепления сателлитов с центральными колесами (представляющие [6] двухподвижные кинематические пары).

Синтезированный планетарный механизм представлен на рис. 6, б и содержит установленные на водиле три сателлита в зацеплении с безопорной (плавающей) центральной ведущей шестерней.

Примечание. Полученное теоретически (на основе табл. 1) решение задачи структурного синтеза ($k = k_0 = 3$) многосателлитных статически определимых планетарных механизмов, обеспечивающее равномерное распределение потока мощности между сателлитами (случай $D = 0$), подтверждается в машиностроении испытаниями планетарных редукторов и распространенной практикой их конструирования именно с тремя сателлитами [1, с. 655].

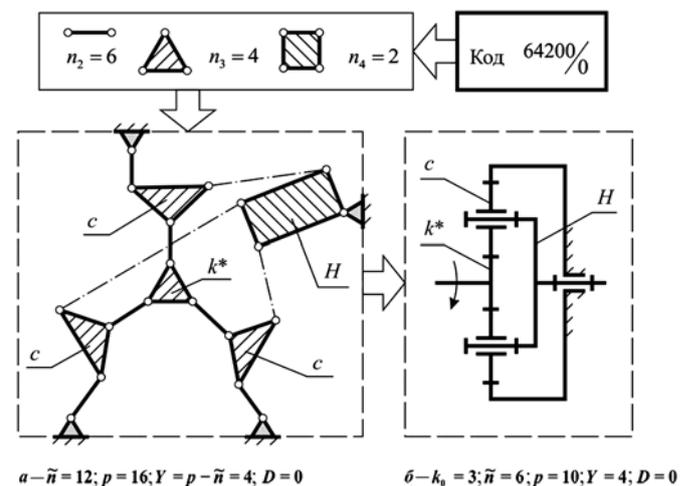


Рис. 6. Синтезированные планетарный ($k_0 = 3$) и шарнирно-рычажный аналоги ($Y = 4$) — стандартный код строения 64200/0, где $n_2 = 6$ (зубчатые зацепления трех сателлитов); $n_3 = 4$ (три сателлита и плавающая центральная шестерня); $n_4 = 2$ (водило и неподвижное центральное колесо); $n_5 = 0; n_6 = 0$

Выводы

1. Предлагаемая согласно равенству (7) количественная формализация понятия «уровень сложности механической системы Y » позволяет выразить все множество различных структурных параметров (\tilde{n}, p, K, i, j, v) через единый цифровой структурный оператор $Y = -1; 0; 1; 2; \dots$, который создает предпосылки для успешного разрешения структурной математической модели многосвязных механизмов разного уровня сложности и определяет точные границы выбора проектных параметров их строения (см. рис. 2, рис. 7).

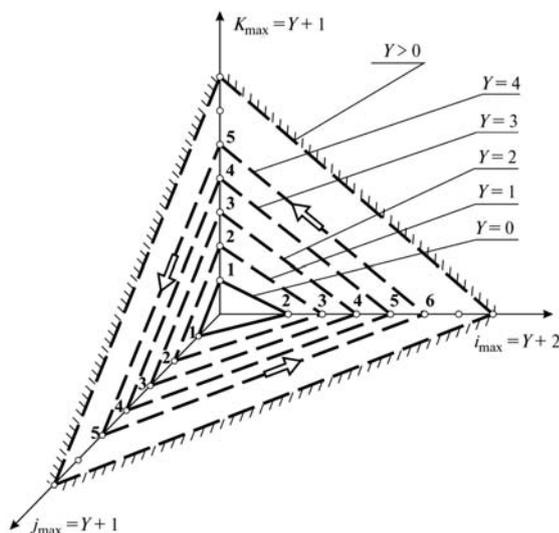


Рис. 7. Треугольная конфигурация пространства выбора взаимосвязанных структурных параметров механических систем разного уровня сложности Y ($Y \geq 0; K \geq 1$):

$$\begin{aligned}
 a - \tilde{n} = 12, p = 16, Y = p - \tilde{n} = 4, D = 0; \\
 б - k_0 = 3, \tilde{n} = 6, p = 10, Y = 4, D = 0
 \end{aligned}$$

2. Задаваемая при структурном синтезе механизмов величина уровня сложности ($Y \geq 0$) однозначно предопределяет (8)–(11) все проектные параметры строения синтезируемой кинематической цепи без избыточных связей — общее число звеньев ($\tilde{n} = 2Y + W + h$) и общее число вращательных и поступательных кинематических пар для их сборки ($p = 3Y + W + h$); число образующихся в цепи взаимно независимых изменяемых замкнутых контуров ($K = Y + 1 \geq 1$); наиболее сложное звено синтезируемой цепи ($i = Y + 2 \geq 2$); наибольшую сложность применяемых для сборки цепи

совмещенных шарниров ($j = Y + 1 \geq 2$) и их приведенное число ($v \leq 2Y$).

3. Составленные расчетным путем по компьютерным программам «Универсальная структурная таблица стандартных кодов правильного строения механизмов разного уровня сложности» (см. табл. 1) и прилагаемый к ней «Полный состав стандартных наборов совмещенных шарниров замкнутых кинематических цепей» (см. табл. 2) содержат полный расчетный перечень всех возможных сочетаний наборов многопарных звеньев и совмещенных шарниров и устанавливают существование (произведение числа вариантов в табл. 1 на число вариантов в таблице 2):

а) 27 кодов строения механизмов с простыми шарнирами ($v = 0$):

$$\begin{aligned}
 \sum_{v=0} = 1(\tilde{n} = 4) + 1(\tilde{n} = 6) + 3(\tilde{n} = 8) + \\
 + 7(\tilde{n} = 10) + 15(\tilde{n} = 12) = 27;
 \end{aligned}$$

б) 185 кодов строения механизмов с совмещенными шарнирами ($v \neq 0$):

$$\begin{aligned}
 \sum_{v \neq 0} = 0(\tilde{n} = 4) + 2(\tilde{n} = 6) + 11(\tilde{n} = 8) + \\
 + 39(\tilde{n} = 10) + 133(\tilde{n} = 12) = 185,
 \end{aligned}$$

которые реализуют все возможные структурные схемы 4-, 6-, 8-, 10- и 12-звенных плоских рычажных механизмов без избыточных связей с заданным $W = 1$ (как уже известных, так и весь спектр новых схем).

Тем самым создаются предпосылки для расширения более чем в $185/27 = 7$ раз электронных каталогов [17, 18], содержащих только схемы механизмов без совмещенных шарниров.

4. Все представленные в универсальной структурной табл. 1 (с учетом наборов совмещенных шарниров в табл. 2) стандартные коды строения обеспечивают требуемую целевую функцию $D = 0$ (15) при структурном синтезе по этим кодам всего множества плоских рычажных механизмов с простыми и совмещенными шарнирами.

5. Универсальные структурные табл. 1 и 2 можно использовать для структурного анализа (выявление избыточных связей и возможных структурных вариантов их устранения) и структурного синтеза механических систем заданно-

го уровня сложности, например, в виде разнообразных плоских рычажных механизмов для разных областей машиностроения.

Данный табличный метод структурного синтеза может быть распространен и на самоустанавливающиеся планетарные механизмы и показывает, что для равномерного распределения потока мощности *оптимальное число сателлитов* (k_0) в статически определимом планетарном механизме (случай $D=0$) *должно быть равно трем* (что подтверждается практикой машиностроения [1, с. 655]).

Примечание. Универсальная структурная табл. 1 совместно с табл. 2 также могут использоваться для экспертной оценки полученных разными авторами результатов структурного синтеза рычажных механизмов с различным соотношением многопарных звеньев, простых и совмещенных шарниров. Например, все указанные в каталогах [17, 18] рычажные механизмы с простыми шарнирами полностью соответствуют универсальной структурной табл. 1 (в области параметров $\nu=0$), а вот рассчитанная ранее на ЭВМ [16, с. 20, табл. 1.1] структура десятизвенного механизма с кодом 7120/0 ($\nu=0, n_2=7, n_3=1, n_4=2, n_5=0$) невозможна, так как такого стандартного кода строения нет в структурной табл. 1.

Литература

1. *Крайнев А.Ф.* Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь. М.: Машиностроение, 2000. 904 с.
2. *Артоболевский И.И.* Механизмы в современной технике: Рычажные механизмы. М.: Наука, 1970. Т. 1. 608 с.
3. *Кожевников С.Н., Есипенко Я.И., Раскин Я.М.* Механизмы. М.: Машиностроение, 1965. 1058 с.
4. *Кожевников С.Н.* Основания структурного синтеза механизмов. Киев: Наук. думка, 1979. 232 с.
5. Механика машин / И.И. Вульфсон, М.Л. Ерихов, М.З. Коловский и др. М.: Высш. шк., 1996. 511 с.
6. Теория механизмов и механика машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 664 с.
7. Теория механизмов и машин / М.З. Коловский, А.Н. Еврафов, Ю.А. Семенов и др.. М.: Изд. центр «Академия», 2006. 560 с.
8. *Ассур Л.В.* Исследование плоских стержневых механизмов с точки зрения их структуры и классификации / Л.В. Ассур. М.: Изд-во АН СССР, 1952. 529 с.
9. *Добровольский В.В., Артоболевский И.И.* Структура и классификация механизмов. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1939. 66 с.
10. *Пожбелко В.И.* Единая теория структуры механических систем // Методы решения задач синтеза механизмов. Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1993. С. 19—56.
11. *Пожбелко В.И.* Универсальная структурная формула и классификация механических систем любой структуры // Известия вузов. Машиностроение. 2000. № 1—2. С. 3—10.
12. *Пожбелко В.И.* Некоторые вопросы структурного синтеза плоских рычажных механизмов с учетом применения сложных (совмещенных) шарниров // Теория механизмов и машин. 2006. Т. 4. № 1 (7). СПб.: Изд-во СПбГПУ. С. 27—37.
13. *Пожбелко В.И.* Возникновение переменной (изменяемой) структуры и области особых положений механизма с учетом зазоров и вырождения кинематических пар // Теория механизмов и машин. 2010. Т. 8. № 2 (16). СПб.: Изд-во СПбГПУ. С. 71—80.
14. *Пейсах Э.Е.* Классификация плоских групп Ассура // Теория механизмов и машин. 2007. Т. 5. № 1 (9). СПб.: Изд-во СПбГПУ. С. 5—18.
15. *Дворников Л.Т.* К вопросу о классификации плоских групп Ассура // Теория механизмов и машин. 2008. Т. 6. № 2 (12). СПб.: Изд-во СПбГПУ. С. 18—26.
16. *Пейсах Э.Е., Нестеров В.А.* Система проектирования плоских рычажных механизмов. М.: Машиностроение, 1988. 232 с.
17. *Пейсах Э.Е.* Атлас структурных схем восьмизвенных плоских шарнирных механизмов // Теория механизмов и машин. 2006. Т. 4. № 1 (7). СПб.: Изд-во СПбГПУ. С. 3—17.
18. *Пейсах Э.Е.* Структурный синтез замкнутых кинематических цепей (цепей Грюблера). Ч. 1 // Теория механизмов и машин. 2008. Т. 6. № 1 (11). СПб.: Изд-во СПбГПУ. С. 4—14.

Статья поступила в редакцию 02.03.2012