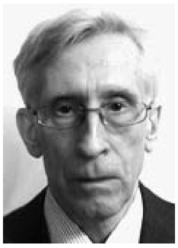
УДК 531.8 (075.8)

Определение радиуса ролика кулачкового механизма на основе решения минимаксной задачи

Л.Б. Алексеева, В.П. Уваров

АЛЕКСЕЕВА
Любовь Борисовна
кандидат технических наук, доцент кафедры «Машиностроение»



УВАРОВ
Виктор Павлович
доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»
(Санкт-Петербургский государственный Горный университет)

Рассмотрен синтез кулачковых механизмов по условию минимизации контактных напряжений в высшей кинематической паре. Полученные результаты основаны на решении минимаксной задачи.

Ключевые слова: кулачок, профиль, кривизна профиля, ролик, контактные напряжения, высшая кинематическая пара.

The synthesis of cam mechanisms to minimize the condition of contact stresses in higher kinematic pairs is considered. The obtained results are based on solution of a minimax problem.

Keywords: cam, profile, profile curvature, roller, contact stresses, higher kinematic pair.

Одним из этапов синтеза кулачковых механизмов является определение основных размеров из условия ограничения максимального угла давления [1]. В состав кулачковых механизмов входит звено — кулачок, имеющий элемент высшей кинематической пары в виде поверхности переменной кривизны. Поэтому дополнительным условием синтеза может являться минимизация контактных напряжений, возникающих в высшей кинематической паре. Рассмотрим кинематическую пару дисковый кулачок — ролик, изображенную на рисунке.

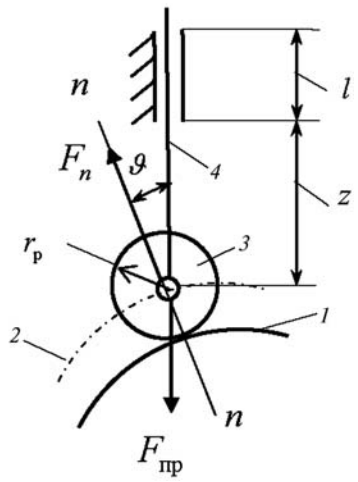


Рисунок. Кулачковый механизм:
1 — конструктивный профиль; *2* — центровой профиль; *3* — ролик;
4 — толкатель

Величина максимальных контактных напряжений σ_H при линейном контакте определяется формулой Герца [2]. Для конструкционных материалов можно принять коэффициенты Пуассона одинаковыми и равными 0,3. Тогда формула Герца примет вид

$$\sigma_H = 0{,}418 \sqrt{\frac{F_n E_{\text{пр}}}{b \rho_{\text{пр}}}}, \tag{1}$$

где F_n — нормальная реакция в кулачковой паре; $E_{\text{пр}}$ — приведенный модель упругости; b — ширина ролика; $\rho_{\text{пр}}$ — приведенный радиус кривизны сопряженных поверхностей в точке контакта.

При прочих равных условиях величина контактных напряжений зависит от нормальной реакции (трение в высшей паре не учитываем) и приведенного радиуса кривизны, который определяется зависимостью [3]

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{r_{\text{р}}\, \rho_{\text{к}}}{r_{\text{р}} \pm \rho_{\text{к}}}, \tag{2}$$

где $r_{\text{р}}$ — радиус ролика; $\rho_{\text{к}}$ — радиус кривизны конструктивного профиля кулачка. Знак «+» — для выпуклой поверхности кулачка; знак «–» — для вогнутой поверхности.

Особенность решаемой задачи заключается в том, что если изменять величину радиуса ролика, то при этом будет изменяться и кривизна сопряженной поверхности, т. е. величина $\rho_{\text{к}}$:

$$\rho_{\text{к}} = \rho_{\text{ц}} - r_{\text{р}}, \tag{3}$$

где $\rho_{\text{ц}}$ — радиус кривизны центрового профиля.

Центровой профиль в рамках решаемой задачи постоянен. Он определен по выбранному заранее закону движения толкателя. Данная особенность предопределяет возможность выбора оптимального значения радиуса ролика, обеспечивающего минимизацию максимальных контактных напряжений. Действительно, анализ зависимости (2) с учетом выражения (3) показывает, что существует некоторое значение радиуса ролика, при котором приведенный радиус кривизны максимален, а, следовательно, контактные напряжения минимальны.

Ограничения, накладываемые на величину радиуса ролика, связаны с возможным заострением или самопересечением центрового профиля кулачка и определяются выражением $r_{\text{р}} \le 0{,}7\, \rho_{\text{ц}\,\min}$.

Кроме того, необходимо учесть следующие обстоятельства:

1) величина контактных напряжений зависит и от величины нормальной реакции, которая определяется в том числе и координатами профиля кулачка, связанными с углом поворота φ кулачка;

2) кулачок имеет профиль переменной кривизны, т. е. величина $\rho_{\text{ц}}$ также определяется координатами профиля.

Следовательно, надо исследовать σ_H как функцию двух параметров: $r_{\text{р}}$ и φ.

Преобразуем (1) к виду $\sigma_H = K\sqrt{V}$, где K — постоянная величина; V — переменная величина, определяемая выражением

$$V = \frac{C}{r_{\text{р}}}\left(\frac{1}{r_{\text{р}}} \pm \frac{1}{\rho_{\text{ц}} - r_{\text{р}}}\right).$$

Здесь $C = F_n / F_{\text{пр}}$; $F_{\text{пр}}$ — приведенная к толкателю сила, учитывающая полезные сопротивления.

Теперь задача может быть сформулирована следующим образом. Определить значение радиуса ролика, при котором максимальное значение функции $V(r_{\text{р}}, \varphi)$ имеет минимальное значение.

С учетом силы трения в направляющих толкателя коэффициент [1]

$$C = \left[\cos\theta - f\,(1 + 2z / l)\sin\theta\right]^{-1}, \tag{4}$$

где θ — угол давления; f — коэффициент трения скольжения между направляющей и толкателем; z, l — указаны на рисунке 1; $z = s_{\max} - (s - r_{\text{р}})$; $s_{\max}$ — максимальный ход толкателя; $\operatorname{tg}\theta = s'/(R_0 + s)$; s', s — аналог скорости и перемещения толкателя; s_0 — начальный радиус центрового профиля кулачка.

Радиус кривизны центрового профиля кулачка определяется следующей зависимостью [3] (смещение толкателя равно нулю):

$$\rho_{\text{ц}} = \frac{\left[(s')^2 + (s_0 + s)^2\right]^{1{,}5}}{(s_0 + s)(s_0 + s - s'') + 2(s')^2},$$

где s'' — аналог ускорения толкателя.

Вид функции $s(\varphi)$, $s'(\varphi)$, $s''(\varphi)$ определяется выбранным законом движения толкателя.

Причем на фазах подъема и опускания выражения для этих функций различны.

Для сокращения программы расчета можно осуществить переход от угла φ к углу $\alpha=\varphi-\varphi_{\text{п}}-\varphi_{\text{в.в}}$, где $\varphi_n, \varphi_{\text{в.в}}$ — соответственно фазы подъема и верхнего выстоя. Тогда на фазе опускания (φ_0) $0 \le \alpha \le \varphi_0$. При этом вводятся обозначения

$$t=\begin{cases}+1 \text{ — на фазе подъема,}\\ -1 \text{ — на фазе опускания;}\end{cases}$$

$$\varphi_{\text{р}}=\begin{cases}\varphi_{\text{п}} \text{ — на фазе подъема,}\\ \varphi_0 \text{ — на фазе опускания;}\end{cases}$$

$$\varphi_{\text{т}}=\begin{cases}\varphi \text{ — на фазе подъема,}\\ \alpha \text{ — на фазе опускания.}\end{cases}$$

После введения этих обозначений выражения для s, s', s'' на фазах подъема и опускания описываются единообразно. Например, для косинусоидального закона

$$s=0{,}5\, s_{\max}(1-t\cos\frac{\pi\varphi_{\text{т}}}{\varphi_{\text{р}}});$$

$$s'=t\cdot 0{,}5\, s_{\max}\frac{\pi}{\varphi_{\text{р}}}\sin\frac{\pi\varphi_{\text{т}}}{\varphi_{\text{р}}};$$

$$s''=t\cdot 0{,}5 s_{\max}\frac{\pi^2}{\varphi_{\text{р}}^2}\cos\frac{\pi\varphi_{\text{т}}}{\varphi_{\text{р}}}.$$

Таким образом, для решения поставленной минимаксной задачи получаем сложную систему уравнений, затрудняющую явное дифференцирование. Удобен численный метод решения. Суть его такова. При нескольких значениях радиуса ролика вычисляют значения V как функции одного параметра φ. Величины радиуса ролика выбирают из диапазона $0{,}1 s_0 \le r_{\text{р}} \le 0{,}7\,\rho_{\text{ц}\min}$.

Оптимальным значением радиуса ролика является то, которое соответствует наименьшему значению из совокупности $\left\{V_{\max}\right\}$.

Литература

1. *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин М.: Наука, 1988. 639 с.
2. *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Шнейдерович Р.М.* Расчеты на прочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1966. 616 с.
3. *Погорелов А.В.* Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1969. 530 с.

Статья поступила в редакцию 20.02.2012