

Расчет и конструирование машин

УДК 621.873.12

Исследование динамики металлоконструкций козловых кранов при подъеме грузов

Д.Н. Спицына, А.А. Чалый

При подъеме грузов в козловых кранах возникают вертикальные и горизонтальные колебания металлоконструкции. При этом напряжения в балках моста крана должны рассчитываться с учетом соответствующих динамических нагрузок.

Для определения вертикальных динамических нагрузок в козловых кранах используются методики, разработанные для мостовых кранов. Однако в литературе отсутствует описание исследований горизонтальных динамических нагрузок. Формулы, предлагаемые для их определения, не обоснованы.

В данном исследовании с помощью динамических моделей показано как изменяются динамические нагрузки и соответствующие напряжения при подъеме груза на конце консоли и в середине пролета.

Из уравнений движения приведенных масс получены зависимости между перемещениями и динамическими нагрузками, по которым можно определить изменение во времени максимальных напряжений в наиболее нагруженных элементах конструкции. Приведены результаты расчета козлового крана с одной жесткой, а второй гибкой опорой. Показано, что после отрыва груза от земли возникают колебания, основная частота которых близка к парциальной частоте колебаний массы всего моста в горизонтальном направлении. Численно исследовано влияние изменения податливости жесткой опоры. На примере рассчитанного крана показано различие в динамических коэффициентах, вычисленных по перемещениям и напряжениям.

Использование указанного в статье пути определения динамических напряжений, возникающих при подъеме грузов, позволяет уточнить расчеты металлоконструкций козловых кранов.

Ключевые слова: козловый кран, подъем груза, динамическая нагрузка, жесткость, напряжение.



СПИЦЫНА
Дагмара Николаевна
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

SPITSYNA
Dagmara Nikolaevna
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)



ЧАЛЫЙ
Александр Александрович
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

CHALYY
Aleksandr Aleksandrovich
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)

The study of the dynamics of metal gantry crane structures when lifting the cargo

N.A. Spitsyna, A.A. Chalyy

The metal structures of gantry cranes undergo vertical and horizontal vibrations when lifting the cargo. In this case, to calculate stresses in the crane rods, the relevant dynamic loads should be taken into account. The vertical dynamic loads in gantry cranes are computed by the techniques developed for bridge cranes. However, the horizontal dynamic loads are scarcely studied and the formulas for determining them are not substantiated. The dynamic model proposed in this study indicates how the dynamic loads and corresponding stresses change if the cargo is located at the end of the console or in the middle of the span. The equations of motion of the reduced masses are used to derive relationships between the displacements and dynamic loads and to determine the time variation of the maximum stresses in the elements of the structure under maximum loads. The results of the simulation of the gantry crane with a rigid and a flexible supports are presented. It is shown that the cargo oscillates after takeoff, with the fundamental frequency being close to the partial frequency of the bridge in the horizontal direction. The effect of the rigid support compliance on the fundamental and partial frequencies of the bridge is investigated numerically. The dynamic coefficients calculated in terms of the displacements and stresses are compared. The approach suggested in this paper for evaluating dynamic stresses caused by lifting the cargos makes it possible to improve the accuracy of calculations of metal gantry cranes structures.

Keywords: gantry crane, lifting the cargo, dynamic load, stiffness, stress.

Металлоконструкции козловых кранов имеют различные конструктивные схемы. Наиболее распространены двухконсольные козловые краны с двумя жесткими опорами, и краны с одной жесткой, а второй гибкой опорой, шарнирно связанной с пролетным строением моста [1].

Проведенные исследования [2, 3] показали, что в кранах с различной жесткостью опор при подъеме груза с «подхватом» на конце консоли

у жесткой опоры возникают не только вертикальные, но и медленно затухающие низкочастотные колебания всего пролетного строения в горизонтальном направлении. В работах [2, 3] рассмотрены вопросы гашения этих колебаний.

В данной статье проанализированы особенности расчета козловых кранов на прочность при действии нагрузок, возникающих при подъеме груза с «подхватом» для двух случаев:

1) подъем груза на конце консоли, при котором наибольшие изгибающие моменты возникают в балках моста над жесткой опорой;

2) подъем груза в середине пролета, когда опасное сечение совпадает с точкой подвеса груза.

Если представить конструктивные схемы козловых кранов в виде плоских рам, нагруженных силами веса поднимаемых грузов, то для кранов с одной жесткой и другой гибкой опорой эпюры изгибающих моментов для двух указанных расчетных случаев показаны на рис. 1, а, б. Соответствующие эпюры для кранов с двумя жесткими опорами представлены на рис. 1, в, г. Горизонтальные перемещения пролетных строений в этих рамах можно определить методами сопротивления материалов [4]. Так, согласно способу Веришагина, показанные на рис. 1, а–г эпюры надо «перемножить» с эпюрами от единичных сил, приложенных к рассматриваемым рамам в направлении искомого перемещения (см. рис. 1, г, д). «Перемножив» указанные эпюры, увидим, что горизонтальные перемещения в козловых кранах возникают всегда, кроме одного случая, когда кран с двумя жесткими опорами поднимает груз в середине пролета. Наибольшие горизонтальные перемещения наблюдаются при «перемножении» эпюр, представленных на рис. 1, а и д, т. е. в случае подъема груза на консоли у жесткой опоры.

Для определения динамических перемещений и напряжений при подъеме груза в середине пролета краном с двумя жесткими опорами можно использовать методики и нормы, разработанные для мостовых кранов [5–8], в которых определены значения динамических коэффициентов в зависимости от вида электропривода. В этом случае динамические коэффициенты определяются в виде

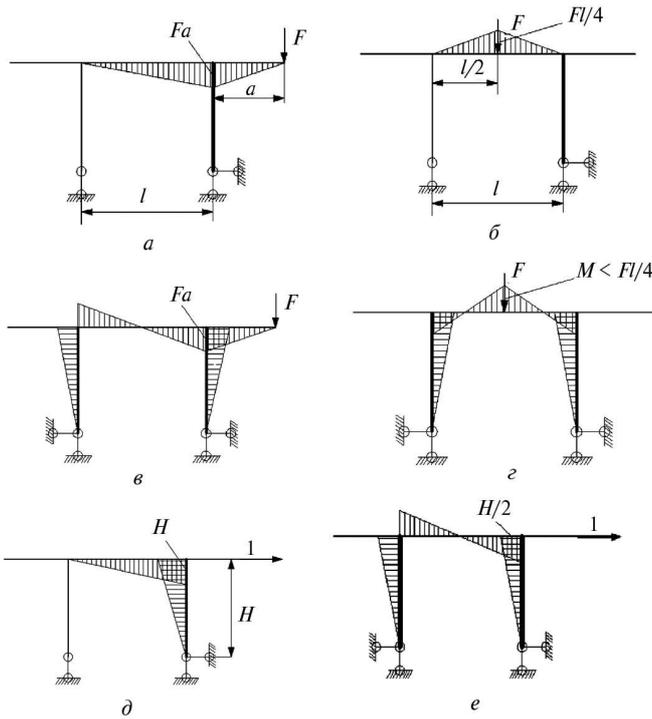


Рис. 1. Эпюры изгибающих моментов в козловых кранах при действии вертикальных и горизонтальных нагрузок

$$\mu = \frac{y_{\text{дин}}}{y_{\text{ст}}} = \frac{M_{\text{изг. дин}}}{M_{\text{изг. ст}}} = \frac{\sigma_{\text{max дин}}}{\sigma_{\text{max ст}}},$$

где y , $M_{\text{изг}}$, σ_{max} — вертикальные прогибы балок, изгибающие моменты и наибольшие напряжения в середине пролета.

Во всех остальных случаях при подъеме груза возникают как вертикальные, так и горизонтальные колебания. Соответствующие динамические нагрузки вызывают напряжения, которые не могут быть пропорциональны одним вертикальным прогибам. В связи с этим определение динамических напряжений по указанным выше динамическим коэффициентам для козловых кранов является не корректным.

Определение динамических напряжений рассмотрим на примере подъема груза на конце консоли у жесткой опоры. Используемая далее расчетная схема изображена на рис. 2. При рассмотрении вертикальных колебаний распределенная масса моста (пролетного строения и консолей) приводится к точке подвеса груза.

Приведенная масса находится из условия равенства кинетической энергии, соответствующей колебаниям моста с распределенной

массой, и кинетической энергии системы с сосредоточенной в точке подвеса груза приведенной массой. При учете только основной формы колебаний можно принять, что скорости вертикальных перемещений всех масс прямо пропорциональны значениям их перемещений, а формы прогибов моста при действии статических и динамических нагрузок аналогичны. Тогда приведенная масса моста может быть найдена из условия

$$M_{\text{пр}} = K_{\text{пр}} M_{\text{м}} = \frac{m \int_0^{2a+l} [y(z)]^2 dz}{y_{\text{ст}}^2}, \quad (1)$$

где $M_{\text{м}}$ — масса моста; $m = \frac{M_{\text{м}}}{l + 2a}$ — распределенная масса моста; l — расстояние между опорами; a — длина консолей; $y(z)$ — вертикальное перемещение массы mdz , расположенной на расстоянии z от левого края моста при действии статической нагрузки $Q = 1$, приложенной на конце консоли (функция $y(z)$ определяется из уравнения упругой линии балки при изгибе [4]); $K_{\text{пр}}$ — коэффициент приведения массы моста; $y_{\text{ст}}$ — статический прогиб моста в точке подвеса груза от силы $Q = 1$.

Таким образом, при рассмотрении вертикальных колебаний следует учитывать, что в точ-

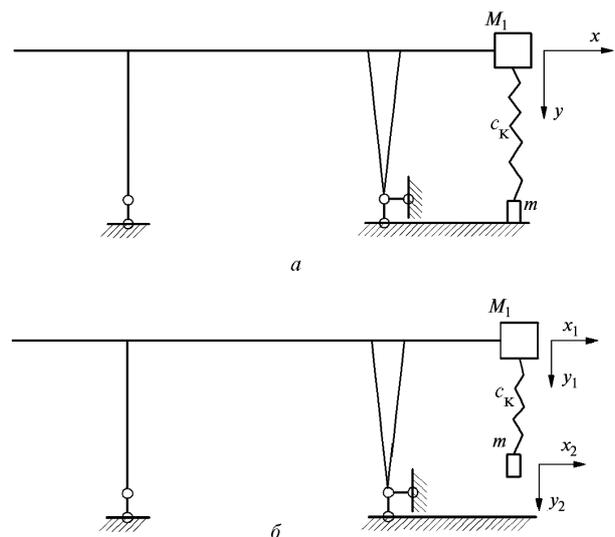


Рис. 2. Расчетная схема крана с одной жесткой и одной гибкой опорой при подъеме груза на конце консоли:

a — до отрыва груза от земли; *b* — после отрыва груза от земли

ке подвеса груза находится масса $M_1 = M_{пр} + m_t$, где m_t — масса грузовой тележки.

При горизонтальных колебаниях все точки моста в каждый момент времени смещаются в продольном направлении на одну и ту же величину. Следовательно, при рассмотрении колебаний в горизонтальном направлении необходимо учитывать суммарную массу M_Σ , в которую входит полная масса моста M_m , масса грузовой тележки m_t и приведенная к пролетному строению масса верхних частей опор.

Процесс подъема груза можно разделить на два этапа: до отрыва груза от земли и после отрыва.

На первом этапе полагаем, что при подъеме груза «с подхватом» за время выбора слабины в канате частота вращения электродвигателя успевает возрасти до значения, соответствующего номинальной скорости подъема груза — v_n , что вполне вероятно при управлении двигателем с помощью кулачкового контроллера.

В этом случае усилие, возникающее в канате,

$$P_1 = c_k (v_n t - y). \quad (2)$$

Здесь c_k — жесткость канатов; y — вертикальное перемещение точки подвеса груза до отрыва его от земли; t — время, отсчитываемое от момента окончания выбора слабины канатов.

Уравнения перемещений точки подвеса груза в вертикальном и горизонтальном направлении (рис. 2, а) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} y &= X \delta_{yx} + Y \delta_{yy}; \\ x &= X \delta_{xx} + Y \delta_{xy}, \end{aligned} \quad (3)$$

где X и Y — усилия, действующие на массу M_1 до отрыва груза от земли,

$$\begin{aligned} X &= -M_\Sigma \ddot{x} - \alpha_1 \dot{x}; \\ Y &= P_1 - M_1 \ddot{y} - \alpha_2 \dot{y}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь α_1 и α_2 — коэффициенты, зависящие от внутреннего трения в материале и конструкционного демпфирования, которые определяются с помощью экспериментальных значений логарифмических декрементов колебаний крановых металлоконструкций; δ_{xx} — горизонтальное перемещение массы M_1 при действии на нее единичной силы в направлении оси x ; δ_{xy} — горизонтальное перемещение массы M_1 при действии на нее единичной силы в верти-

кальном направлении; δ_{yy} — вертикальное перемещение точки подвеса груза при действии единичной силы на массу M_1 в направлении оси y ; δ_{yx} — перемещение массы M_1 в направлении оси y при действии единичной силы в горизонтальном направлении.

Значения δ_{xx} , $\delta_{xy} = \delta_{yx}$ и δ_{yy} находятся обычными методами сопротивления материалов [4].

Подставив выражения (2) и (4) в уравнения (3) получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M_\Sigma \ddot{x} \delta_{yx} + M_1 \ddot{y} \delta_{yy} + \alpha_1 \dot{x} \delta_{yx} + \alpha_2 \dot{y} \delta_{yy} + \\ + (c_k \delta_{yy} + 1)y = c_k v_n \delta_{yy} t; \\ \delta_{xx} M_\Sigma \ddot{x} + M_1 \delta_{xy} \ddot{y} + \alpha_1 \delta_{xx} \dot{x} + \alpha_2 \dot{y} \delta_{xy} + \\ + x + c_k \delta_{xy} y = c_k v_n t \delta_{xy}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

которая интегрируется при следующих начальных условиях:

$$t = 0: \quad x = 0; \quad y = 0; \quad \dot{x} = 0; \quad \dot{y} = 0.$$

Время отрыва груза от земли t_0 находится из условия

$$P_1 = c_k (v_n t_0 - y_0) = Q, \quad (6)$$

где Q — вес груза; y_0 — вертикальное перемещение массы M_1 в момент отрыва груза от земли.

Для исследования поведения крана после отрыва груза от земли используется расчетная схема, представленная на рис. 2, б, где буквами x_1 и y_1 обозначены перемещения точки подвеса груза, а x_2 и y_2 — перемещения груза.

Перемещения точки подвеса груза, как и до отрыва его от земли, определяются по формулам:

$$\begin{aligned} y_1 &= X_1 \delta_{yx} + Y_1 \delta_{yy}; \\ x_1 &= X_1 \delta_{xx} + Y_1 \delta_{xy}, \end{aligned} \quad (7)$$

однако здесь

$$\begin{aligned} X_1 &= -M_\Sigma \ddot{x}_1 - P_2 \sin \varphi - \alpha_1 \dot{x}_1; \\ Y_1 &= -M_1 \ddot{y}_1 + P_2 \cos \varphi - \alpha_2 \dot{y}_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$P_2 \cos \varphi = Q + [c_k y_2 - c_k (y_1 - y_0)] \cos \varphi \quad (9)$$

— вертикальная составляющая усилия в канатах; φ — угол наклона канатов относительно

вертикали. Поскольку угол φ мал, то далее принимается $\cos\varphi = 1$.

Из равенства сил, действующих на массу груза в горизонтальном направлении, следует, что $P_2 \sin(\varphi) = m_r \ddot{x}_2$. Подставив P_2 из выражения (9), получим

$$m_r \ddot{x}_2 = [Q + [c_k y_2 - c_k (y_1 - y_0)]] \operatorname{tg}\varphi. \quad (10)$$

Здесь $\operatorname{tg}\varphi = \frac{x_1 - x_2}{h}$.

Уравнение (10) является нелинейным. Однако его можно упростить, если учесть, что из-за большой разницы в значениях парциальных частот колебаний груза в вертикальном и горизонтальном направлениях изменения длин канатов при вертикальных колебаниях не могут существенно сказываться на величине \ddot{x}_2 . Тогда уравнение (10) примет следующий вид:

$$m_r \ddot{x}_2 = \frac{Q}{h} x_1 - \frac{Q}{h} x_2. \quad (11)$$

Из условия равновесия сил, действующих на груз в вертикальном направлении, имеем

$$m_r \ddot{y}_2 + P_2 \cos\varphi = 0,$$

или

$$m_r \ddot{y}_2 + c_k (y_2 - y_1 + y_0) = 0. \quad (12)$$

Уравнения (7), (8), (11) и (12) составляют систему четырех дифференциальных уравнений относительно перемещений x_1, y_1, x_2 и y_2 :

$$\left. \begin{aligned} y_1 = & -M_{\Sigma} \delta_{yx} \ddot{x}_1 - m_r \delta_{yx} \ddot{x}_2 - \alpha_1 \delta_{yx} \dot{x}_1 - \\ & -M_1 \delta_{yy} \ddot{y}_1 + Q \delta_{yy} + c_k \delta_{yy} y_2 - c_k \delta_{yy} y_1 + \\ & + c_k \delta_{yy} y_0 - \alpha_2 \delta_{yy} \dot{y}_1; \\ x_1 = & -M_{\Sigma} \delta_{xx} \ddot{x}_1 - m_r \delta_{xx} \ddot{x}_2 - \alpha_1 \delta_{xx} \dot{x}_1 - \\ & -M_1 \delta_{xy} \ddot{y}_1 + Q \delta_{xy} + c_k \delta_{xy} y_2 - c_k \delta_{xy} y_1 + \\ & + c_k \delta_{xy} y_0 - \alpha_2 \delta_{xy} \dot{y}_1; \\ m_r \ddot{x}_2 = & \frac{Q}{h} x_1 - \frac{Q}{h} x_2; \\ m_r \ddot{y}_2 + c_k y_2 - c_k y_1 + c_k y_0 = & 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

При интегрировании системы уравнений (13) должны использоваться следующие начальные условия:

$$t=0; \quad x_1 = x_0; \quad y_1 = y_0; \quad \dot{x}_1 = \dot{x}_0; \quad \dot{y}_1 = \dot{y}_0;$$

$$y_2 = 0; \quad \dot{y}_2 = 0; \quad x_2 = 0; \quad \dot{x}_2 = 0,$$

где y_0, \dot{y}_0, x_0 и \dot{x}_0 — перемещения и скорости массы M_1 , определяющиеся при интегрировании системы уравнений (5) в момент отрыва груза от земли.

При подъеме груза на конце консоли наибольший изгибающий момент возникает в сечении моста крана над жесткой опорой. В соответствии с эпюрами, изображенными на рис. 1, а, д, он определяется в виде суммы:

$$M_{\text{изг}}(t) = Y_1 a + X_1 H, \quad (14)$$

где X_1 и Y_1 — силы, действующие на точку подвеса груза, которые находятся из системы уравнений (7) в зависимости от перемещений x_1 и y_1 :

$$\left. \begin{aligned} X_1 = & \frac{y_1 \delta_{xy} - x_1 \delta_{yy}}{\delta_{xy}^2 - \delta_{xx} \delta_{yy}}; \\ Y_1 = & \frac{y_1 \delta_{xx} - x_1 \delta_{xy}}{\delta_{xx} \delta_{yy} - \delta_{xy}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

При однобалочном пролетном строении изменение динамических напряжений во времени определяется по формуле [4]

$$\sigma_{\text{дин}}(t) = \frac{M_{\text{дин}} h}{I_x 2}. \quad (16)$$

Здесь I_x — момент инерции поперечного сечения пролетного строения моста крана; h — высота поперечного сечения. При других конструкциях пролетного строения зависимость (16) должна быть заменена, но напряжения $\sigma_{\text{дин}}(t)$ всегда будут оставаться пропорциональными величине $M_{\text{изг}}(t)$.

Изложенная методика определения динамических перемещений и напряжений была применена для расчета крана ККО грузоподъемностью $Q=12,5$ т с пролетом между опорами $l=32$ м и двумя консолями длиной $a=11$ м. Высота пролетного строения над уровнем земли $H=10$ м. Расстояние от оси жесткой опоры до точки подвеса груза $a_1=10$ м.

В расчете были использованы следующие исходные данные:

$m_{\Gamma} = 12\,500$ кг — масса груза;
 $M_M = 27\,550$ кг — масса моста;
 $m_T = 8\,163$ кг — масса грузовой тележки;
 $M_{\Sigma} = 39\,800$ кг — суммарная масса моста, грузовой тележки и верхней части опор;
 $v_H = 0,256$ м/с — скорость подъема груза, соответствующая номинальной частоте вращения двигателя;
 $c_K = 14 \cdot 10^6$ Н/м — жесткость канатов;
 $\delta_{xx} = 10^{-6}$ м/Н; $\delta_{xy} = \delta_{yx} = 0,4 \cdot 10^{-6}$ м/Н;
 $\delta_{yy} = 0,35 \cdot 10^{-6}$ м/Н — податливости металлоконструкции при подъеме груза на конце консоли жесткой опоры;
 $I_x = 2 \cdot 10^{-2}$ м⁴ — момент инерции балки пролетного строения;
 $h = 1,6$ м — высота пролетного строения;
 $\alpha_1 = \alpha_2 = 2 \cdot 10^4$ Н·с/м — коэффициенты, обусловленные силами внутреннего трения и конструкционного демпфирования.

Изменение во времени перемещений x и y точки подвеса груза при подъеме его на конце консоли в период до отрыва от земли приведено на рис. 3. В момент отрыва груза (при $t_0 = 0,158$ с) были получены следующие значения скоростей и перемещений: $x_0 = 5,008 \cdot 10^{-3}$ м; $y_0 = 0,03$ м; $\dot{x}_0 = 0,11$ м/с; $\dot{y}_0 = 0,035$ м/с. Эти значения использовались в качестве начальных условий при интегрировании системы уравнений (13). Полученные

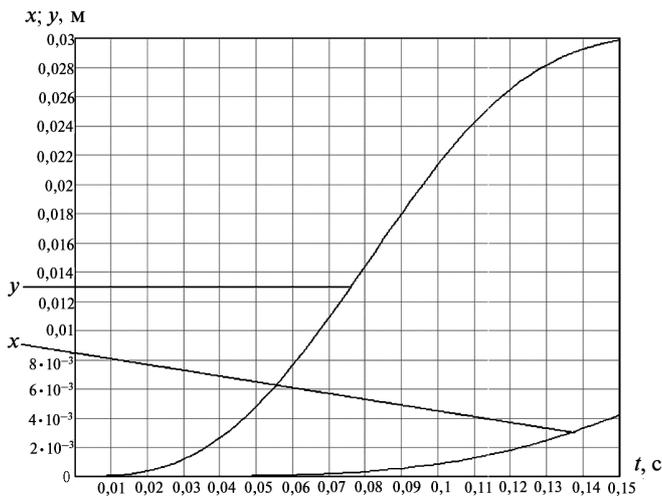


Рис. 3. Зависимости перемещения x и y точки подвеса груза на конце консоли от времени в период до отрыва его от земли

зависимости изменения во времени перемещений точки подвеса груза x_1 и y_1 в период после отрыва его от земли представлены на рис. 4, а. Соответствующие перемещения груза даны на рис. 4, б. На рисунке 4, а видно, что после отрыва груза от земли возникают колебания точки подвеса груза с частотой, близкой к парциальной частоте колебаний всего пролетного строения в горизонтальном направлении, которая определяется по формуле

$$p = \sqrt{\frac{1}{M_{\Sigma} \delta_{xx}}} = \sqrt{\frac{1}{39\,800 \cdot 10^{-6}}} = 5,01 \text{ рад/с.}$$

Период этих колебаний $T = 2\pi / p = 1,253$ с. Максимальное перемещение точки подвеса груза в горизонтальном направлении $x_{1\max} = 91$ мм существенно больше перемещения ее в вертикальном направлении $y_{1\max} = 63$ мм.

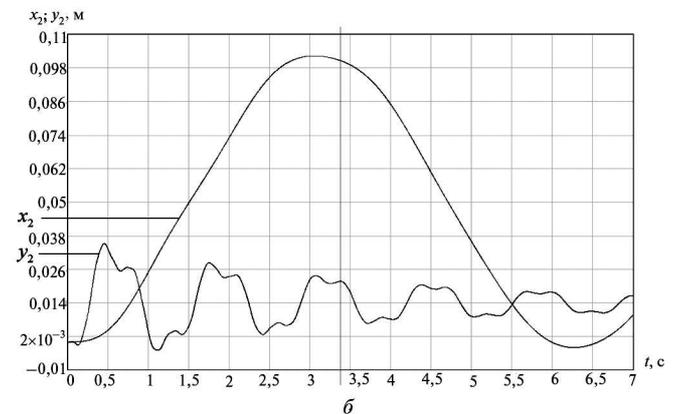
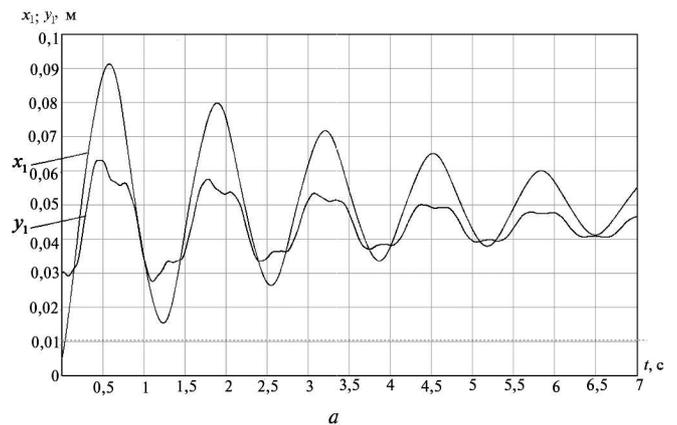


Рис. 4. Зависимости перемещений от времени после отрыва груза от земли: а — точки подвеса груза x_1 и y_1 ; б — груза, подвешенного на канатах x_2 и y_2

Колебания в вертикальном и горизонтальном направлениях происходят относительно статических значений перемещений от веса груза, которые определяются по следующим формулам:

$$y_{1ст} = Qg\delta_{yy} = 12\,500 \cdot 9,8 \cdot 0,35 \cdot 10^{-6} = 0,0428 \text{ м} = 42,8 \text{ мм};$$

$$x_{1ст} = Qg\delta_{xy} = 12\,500 \cdot 9,8 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6} = 0,049 \text{ м} = 49 \text{ мм}.$$

Динамические напряжения, возникающие в балке моста, зависят от динамических нагрузок X_1 и Y_1 , которые определяются из выражений (15). Изменение этих нагрузок во времени показано на рис. 5. Динамические напряжения, вычисленные по формуле (16) от изгибающего момента, определяющегося согласно выражению (14), представлены на рис. 6. На рисунке видно, что $\sigma_{max} = 88,7$ МПа. Статические напряжения от веса поднятого груза вычисляются в этом случае от изгибающего момента:

$$M_{изг.ст} = Qga_1 = 12\,500 \cdot 9,8 \cdot 10 = 1\,225\,000 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

при этом

$$\sigma_{ст} = \frac{M_{изг.ст}}{I_x} \frac{h}{2} = \frac{1\,225\,000}{2 \cdot 10^{-2}} \frac{1,6}{2} = 49 \cdot 10^6 \text{ Па} = 49 \text{ МПа}.$$

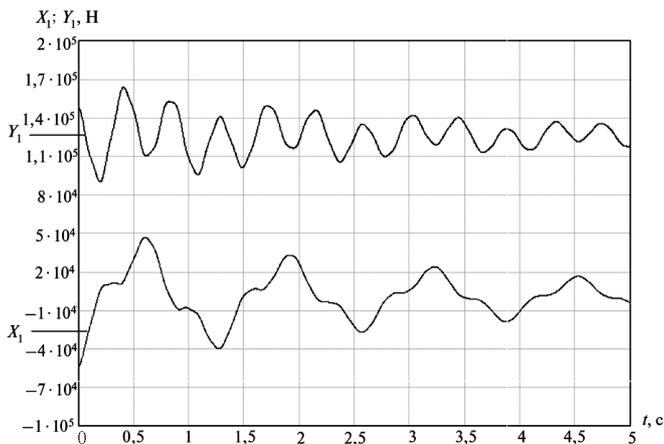


Рис. 5. Зависимость динамических нагрузок X_1 и Y_1 , приложенных к точке подвеса груза, от времени

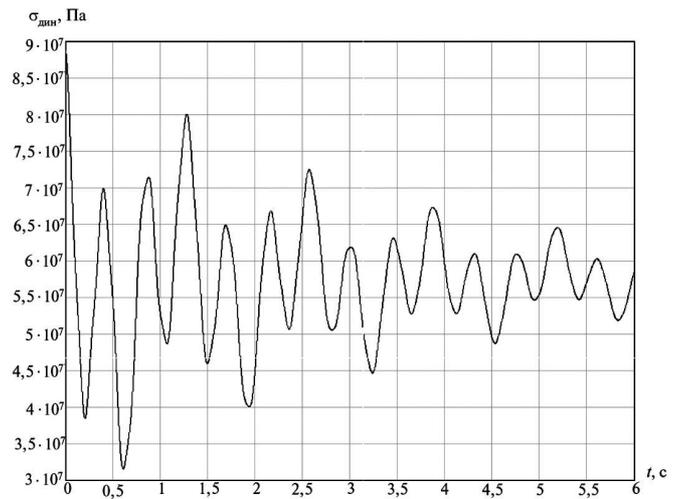


Рис. 6. Зависимость динамических напряжений в сечении над жесткой опорой от времени

Динамические коэффициенты, вычисленные по перемещениям:

$$\mu_y = \frac{y_{1max}}{y_{1ст}} = \frac{63}{42,8} = 1,4; \quad \mu_x = \frac{x_{1max}}{x_{1ст}} = \frac{91}{49} = 1,86.$$

Динамический коэффициент для напряжений в сечении над жесткой опорой

$$\mu_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ст}} = \frac{88,7}{49} = 1,81.$$

Таким образом, проведенные расчеты показали, что значения динамических напряжений в большой степени определяются горизонтальными колебаниями пролетного строения, которые возникают при подъеме груза.

Ниже дана оценка влияния податливости жесткой опоры $\delta_{оп}$, которая входит в значение δ_{xx} . Величину $\delta_{оп}$ можно определить в виде разности:

$$\delta_{оп} = \delta_{xx} - \delta_6,$$

где δ_6 — податливость балки пролетного строения, которая может быть вычислена способом Верещагина [4] по эпюре, приведенной на рис. 1, д:

$$\delta_6 = \frac{1}{EI_x} \left(\frac{1}{2} Hl \right) \frac{2}{3} H = \frac{10^2 \cdot 32}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 3} = 0,266 \cdot 10^{-6} \text{ м/Н}.$$

Тогда

$$\delta_{оп} = 1 \cdot 10^{-6} - 0,266 \cdot 10^{-6} = 0,734 \cdot 10^{-6} \text{ м/Н}.$$

Для оценки влияния $\delta_{оп}$ были проведены расчеты еще для двух вариантов, где принимались значения $\delta_{оп1} = 0,8 \cdot \delta_{оп} = 0,5872 \cdot 10^{-6}$ м/Н; и $\delta_{оп2} = 1,2\delta_{оп} = 0,881 \cdot 10^{-6}$ м/Н. В этих случаях $\delta_{xx1} = (0,5872 + 0,266) \cdot 10^{-6} = 0,8532 \cdot 10^{-6}$ м/Н; $\delta_{xx2} = (0,881 + 0,266) \cdot 10^{-6} = 1,147 \cdot 10^{-6}$ м/Н.

Изменение значений максимальных перемещений и напряжений при уменьшении или увеличении жесткости опоры приведено в таблице:

Расчетная величина	Жесткость опоры		
	$0,8\delta_{оп}$	$\delta_{оп}$	$1,2\delta_{оп}$
x_{1max} , мм	92	91	90
μ_x	1,88	1,86	1,84
y_{1max} , мм	67	63	60
μ_y	1,558	1,465	1,40
σ_{max} , МПа	98	88,7	82
μ_σ	2,0	1,81	1,67

Проведенные расчеты показали, что при уменьшении и увеличении жесткости опоры на 20% перемещения y_{1max} и динамические напряжения σ_{max} изменяются на 6...9%, динамические перемещения x_{1max} почти не изменились. Следовательно, значения динамических перемещений и напряжений зависят, главным образом, от податливостей δ_{xy} и δ_{yy} .

Для сравнения рассмотрим случай подъема груза в середине пролета. Как упоминалось выше, в кранах с различной жесткостью опор и в этом случае возникают как вертикальные, так и горизонтальные перемещения точки подвеса груза. В связи с этим уравнения движения приведенных масс на обоих этапах подъема груза останутся прежними. Однако изменится приведенная масса $M_{пр}$ и значения податливостей δ_{xy} и δ_{yy} .

Для вычисления приведенной массы используем выражение, аналогичное (1):

$$M_{пр.с} = \frac{m \int_0^{2a+l} [\bar{y}(z)]^2 dz}{\bar{y}_{ст}^2} = \bar{K}_{пр} M_M,$$

где $\bar{y}(z)$ — вертикальные перемещения, получаемые из уравнения упругой линии балки, нагруженной единичной силой посередине про-

летного строения [4]; $\bar{y}_{ст}$ — прогиб балки в сечении посередине пролета от силы $Q = 1$; $\bar{K}_{пр}$ — коэффициент приведения массы моста к середине пролета.

Податливости δ_{xy} и δ_{yy} в этом случае определяются путем «перемножения эпюр», представленных на рис. 1, б, д при силе $Q = 1$:

$$\delta_{xy} = \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{l}{4} \right) \frac{H}{2EI_x} = \frac{Hl^2}{16EI_x} = \frac{10 \cdot 32^2}{16 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 16 \cdot 10^{-8} \text{ м/Н};$$

$$\delta_{yy} = \frac{l^3}{48EI_x} = \frac{32^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 17,1 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н}.$$

Интегрируя систему уравнений (5) с измененными значениями δ_{xy} , δ_{yy} и $M_1 = \bar{K}_{пр} M_M + m_T$, получим значения времени отрыва груза от земли t_0 и соответствующие значения скоростей и перемещений точки подвеса груза: $x_{o.c}$, $y_{o.c}$, $\dot{x}_{o.c}$ и $\dot{y}_{o.c}$. Индекс «с» указывает, что эти значения относятся к случаю подъема груза в середине пролета.

Перемещения массы M_1 и массы груза после отрыва его от земли находятся путем интегрирования системы уравнений (13). При этом используются следующие начальные условия:

$$t = 0; \quad x_{1c} = x_{o.c}; \quad y_{1c} = y_{o.c}; \quad \dot{x}_{1c} = \dot{x}_{o.c}; \\ \dot{y}_{1c} = \dot{y}_{o.c}; \quad y_{2c} = 0; \quad \dot{y}_{2c} = 0; \quad x_{2c} = 0; \quad \dot{x}_{2c} = 0.$$

Перемещения массы M_1 (y_{1c} и x_{1c}) после отрыва груза от земли показаны на рис. 7, а, соответствующие перемещения груза — на рис. 7, б. На рисунке 7, а видно, что $y_{1c max} = 37$ мм, а $x_{1c max} = 76$ мм.

Статический прогиб балки моста в середине пролета

$$y_{1c ст} = \delta_{yy} Qg = 17,1 \cdot 10^{-7} \cdot 12 \cdot 500 \cdot 9,8 = 0,0214 \text{ м}$$

Статическое перемещение точки подвеса груза в горизонтальном направлении

$$x_{1c ст} = \delta_{xy} Qg = 16 \cdot 10^{-8} \cdot 12 \cdot 500 \cdot 9,8 = 0,0196 \text{ м}.$$

Таким образом, при подъеме груза «с подхватом» в середине пролета динамические ко-

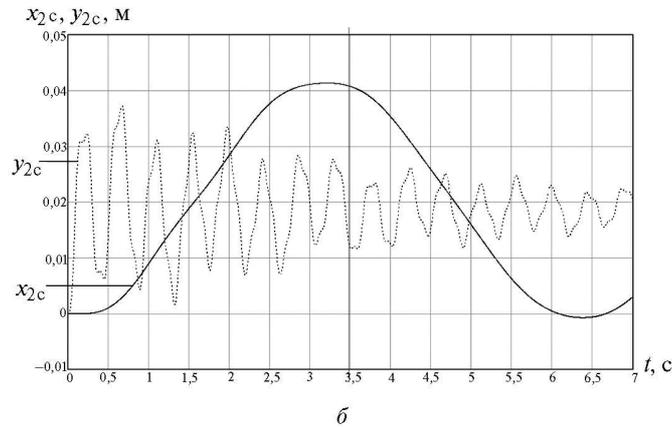
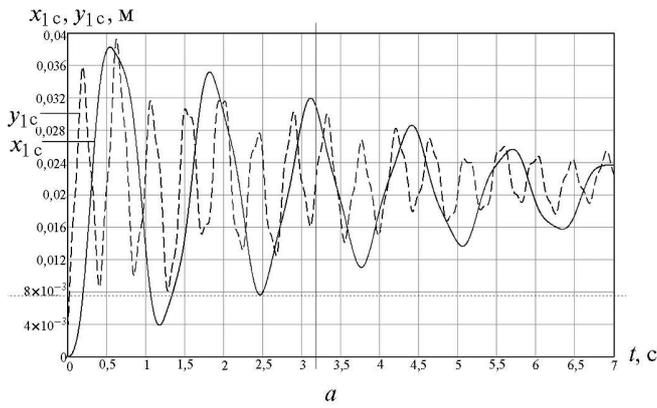


Рис. 7. Перемещения после отрыва груза от земли при подъеме груза в середине пролета:

a — точки подвеса груза x_{1c} и y_{1c} ; *б* — груза x_{2c} и y_{2c}

коэффициенты по перемещениям оказываются разными:

$$\mu_{y_c} = \frac{y_{1c \max}}{y_{1c \text{ст}}} = \frac{39}{21,4} = 1,82;$$

$$\mu_{x_c} = \frac{x_{1c \max}}{x_{1c \text{ст}}} = \frac{38}{19,6} = 1,94.$$

Изгибающий момент в середине пролета при действии динамических нагрузок, определяющихся в зависимости от времени из выражений (15), в соответствии с рис. 1, б и 1, д рассчитывают по формуле $M_{\text{изг}}(t) = Y_{1c} \frac{l}{4} - X_{1c} \frac{H}{2}$, а динамические напряжения — по формуле $\sigma_{\text{дин.с}}(t) = \frac{M_{\text{изг}}(t) h}{I_x}$. Изменение этих напряжений во времени показано на рис. 8. Максимальное динамическое напряжение получилось равным $\sigma_{\text{с max}} = 82,6$ МПа. Статическое на-

пряжение от груза, подвешенного в середине пролета

$$\sigma_{\text{ст}} = \frac{Qgl h}{4I_x} = \frac{12 \cdot 500 \cdot 9,8 \cdot 32 \cdot 1,6}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 40,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 40,2 \text{ МПа}.$$

Динамический коэффициент по напряжениям

$$\mu_{\sigma_c} = \frac{\sigma_{\text{с max}}}{\sigma_{\text{ст.с}}} = \frac{82,6}{40,2} = 2,05.$$

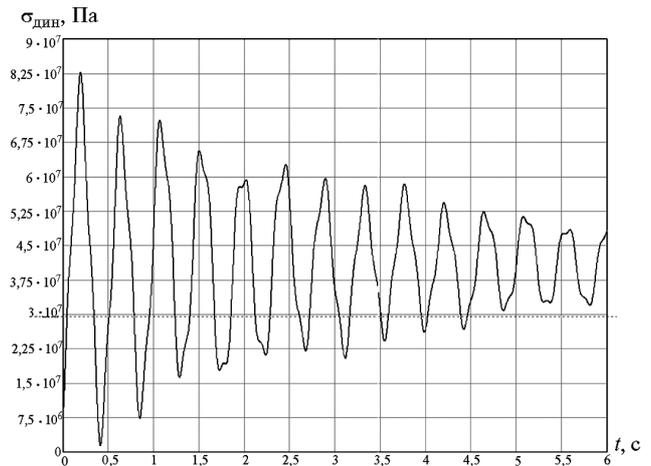


Рис. 8. Изменение динамических напряжений во времени при подъеме груза в середине пролета

Проведенные расчеты показали, что при подъеме груза в середине пролета также возникают колебания точки подвеса груза как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении. Значения статических и динамических перемещений в этом случае меньше, но динамические коэффициенты оказываются больше.

Выводы

1. В козловых кранах с различной жесткостью опор при подъеме груза с «подхватом» всегда возникают как вертикальные, так и горизонтальные колебания моста.

В козловых кранах с двумя жесткими опорами горизонтальные колебания моста не возникают только при подъеме груза в середине пролета.

Вертикальные и горизонтальные колебания взаимосвязаны. Основная частота этих колебаний близка к парциальной частоте колебаний всего моста в горизонтальном направлении.

2. При подъеме груза на консоли максимальные перемещения моста в горизонтальном направлении существенно больше вертикальных перемещений точки подвеса груза.

3. Напряжения в сечениях моста крана зависят от изгибающих моментов, которые определяются не только вертикальными, но и горизонтальными динамическими нагрузками.

4. Динамические коэффициенты, вычисленные по перемещениям, не совпадают с динамическими коэффициентами для напряжений. Значения динамических перемещений, нагрузок и напряжений должны быть существенно меньше при подъеме груза без «подхвата». Однако это не изменяет приведенные выше выводы.

Литература

1. *Абрамович И.И., Котельников Г.А.* Козловые краны общего назначения. М.: Машиностроение, 1983. 232 с.
2. *Спицына Д.Н., Абрамович И.И., Буланов В.Б.* Динамика козловых кранов при работе механизма подъема груза // Вестник машиностроения. 1974. № 12. С. 12–16
3. *Спицына Д.Н., Буланов В.Б.* Методика определения параметров виброгасителей для козловых кранов // Вестник машиностроения. 1977. № 6. С. 17–19.
4. *Феодосьев В.И.* Соппротивление материалов. М.: Наука, 1974. 559 с.
5. *Лобов Н.А.* Динамика грузоподъемных кранов. М.: Машиностроение, 1987. 160 с.
6. *Абрамович И.И.* К вопросу нормирования динамических нагрузок в мостовых электрических кранах // Тр.

ВНИИПТМАШ. 1974. № 1. Исследование грузоподъемных кранов. Вып. 1. С. 66–73.

7. Ernst L. Massenkräfte in Laufkranen, Brücken und Portalkranen beim Heben und Senken der Hublast, Hebezeuge und Fördermittel. 1970. No. 1. P. 6–10.

8. Prins G. Dinamisihe Verhalten großer Verladebrücken, Förden und Heben. 1979. No. 11. P. 996–1001. No. 12. P. 1111–1113.

References

1. Abramovich I.I., Kotel'nikov G.A. *Kozlovye kраны obshchego naznacheniia* [Gantry cranes for general use]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1983. 232 p.
2. Spitsyna D.N., Abramovich I.I., Bulanov V.B. *Dinamika kozlovykh kранov pri rabote mekhanizma pod"ema gruzа* [The dynamics of gantry cranes at work load lifting mechanism]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1974, no. 12, pp. 12–16.
3. Spitsyna D.N., Bulanov V.B. *Metodika opredeleniia parametrov vibrogasitelei dlia kozlovykh kранov* [The method of calculating dampers for gantry cranes]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1977, no. 6, pp. 17–19.
4. Feodos'ev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Nauka publ., 1974. 559 p.
5. Lobov N.A. *Dinamika gruzopod"emnykh kранov* [The dynamics of cranes]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1987. 160 p.
6. Abramovich I.I. *K voprosu normirovaniia dinamicheskikh nagruzok v mostovykh elektricheskikh kранakh* [On the valuation of dynamic loads in electric bridge cranes]. *Trudy VNIIPТМАШ* [Proceedings VNIIPТМАШ]. *Issledovanie gruzopod"emnykh kранov* [The study of cranes]. 1974, no. 1, issue 1, pp. 66–73.
7. Ernst L. Ground forces in overhead cranes, bridge and gantry cranes including lifting and lowering the lifting capacity. *Lifting and handling equipment*. 1970, no. 1, pp. 6–10.
8. Prins G. Dynamic behavior of gross cranes. *Lifting and handling equipment*. 1979, no. 11, pp. 996–1001, no. 12, pp. 1111–1113.

Статья поступила в редакцию 30.04.2013

Информация об авторах

СПИЦЫНА Дагмара Николаевна (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

ЧАЛЫЙ Александр Александрович (Москва) — студент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: dahkl@mail.ru).

Information about the authors

SPITSYNA Dagmara Nikolaevna (Moscow) — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).

CHALYY Aleksandr Aleksandrovich (Moscow) — Student of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: dahkl@mail.ru).