

УДК 539.43

Об определении коэффициента запаса по усталостной прочности при регулярном нагружении

А.А. Ширшов

Расчеты на выносливость определяют срок службы машин, конструкций и их элементов. Традиционные методы основаны на использовании элементарных формул и различных экспериментально полученных коэффициентов. В работе предложен способ расчета на выносливость по значениям вычисленных напряжений в зоне концентратора, полученный преобразованием классических формул. Показано, что при расчетах на выносливость в случае неоднородного напряженного состояния нецелесообразно приводить напряжения цикла к эквивалентному напряжению и по нему определять амплитудное и среднее эквивалентные напряжения. Необходимо сначала определить амплитудные и средние напряжения, а затем по ним вычислять значения эквивалентного амплитудного и эквивалентного среднего напряжений. На примере доказана эффективность применения этого способа. Предложенный способ расчета на выносливость может быть использован при расчетах на выносливость, как для одноосного, так и для многоосного напряженного состояния.

Ключевые слова: выносливость, одноосное и многоосное напряженное состояние.

Determining the safety factor for fatigue strength under regular loading

A.A. Shirshov

A method for calculating endurance in terms of stresses in concentration areas is presented. The method is based on the transformation of classical formulas. It is shown that the endurance in the case of a non-uniaxial stress state is not practical to determine in terms of cycle stresses reduced to an equivalent stress that can be used to calculate the amplitude and average equivalent stresses. It is suggested that the amplitude and average stresses should be determined first in order to calculate the values of equivalent amplitude and average stresses afterwards. The efficiency of the method is proved by an example. The method can be used for calculating the endurance both in the case of uniaxial and multiaxial stress states.

Keywords: endurance, uniaxial and multiaxial stress state.

Традиционные методы расчета на выносливость основаны на использовании так называемых *номинальных* напряжений, определяемых по элементарным формулам, в которых не учитываются возмущения, вызываемые местными изменениями геометрии детали, приводящими к концентрации напряжений. Современные вычислительные методы позволяют получить с достаточной степенью точно-



ШИРШОВ
Анатолий Артемович
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

SHIRSHOV
Anatoliy Artemovich
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)

сти распределение напряжений практически в любой детали, в том числе и в очаге концентрации; такие напряжения назовем *истинными напряжениями* σ_{ij} .

При расчетах на выносливость по коэффициенту запаса прочности при одноосном напряженном состоянии (растяжение, изгиб) коэффициент запаса по напряжениям n_σ определяют по формуле [1]

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{a \text{ ном}} K_{\sigma \text{ д}} + \psi_\sigma \sigma_{m \text{ ном}}}, \quad (1)$$

где $\sigma_{a \text{ ном}}, \sigma_{m \text{ ном}}$ — номинальные амплитудное и среднее напряжения цикла; σ_{-1} — предел выносливости материала; $K_{\sigma \text{ д}}$ — эффективный коэффициент концентрации детали,

$$K_{\sigma \text{ д}} = \left(\frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma} + \frac{1}{\beta} - \beta \right) \frac{1}{\beta_y}; \quad (2)$$

K_σ — эффективный коэффициент концентрации полированного образца с концентратором, определяемый экспериментально; ε_σ — масштабный коэффициент; β — коэффициент качества поверхности; β_y — коэффициент упрочнения поверхности; ψ_σ — коэффициент, учитывающий влияние асимметрии цикла, который может быть рассчитан по корреляционным формулам:

- для сталей

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_b;$$

- для легких сплавов

$$\psi_\sigma = 0,48 - 5,5 \cdot 10^{-4} \sigma_b.$$

При отсутствии экспериментальных данных для определения K_σ согласно ГОСТ 25.504—82 рекомендуется использовать приближенное соотношение

$$K_\sigma = \alpha_\sigma / n_{-1}, \quad (3)$$

где α_σ — теоретический коэффициент концентрации, определяемый как отношение максимального напряжения σ_{max} к номинальному $\sigma_{\text{ном}}$; n_{-1} — коэффициент, характеризующий чувствительность материала к концентрации напряжений [1]

$$n_{-1} = 1 + \sqrt{G} / 10^{0,33 + \sigma_r / 710};$$

\sqrt{G} — относительный градиент напряжений в рассчитываемой точке.

Перейдем в формуле (1) к максимальному и минимальному истинным напряжениям цикла, используя характеристику цикла R и равенства (2), (3):

$$n_\sigma = \sigma_{-1} / \left[\frac{1-R}{2} \sigma_{\text{max ном}} \times \left(\frac{\alpha_\sigma}{n_{-1} \varepsilon_\sigma} + \frac{1}{\beta} - \beta \right) \frac{1}{\beta_y} + \frac{1+R}{2} \psi_\sigma \sigma_{\text{max ном}} \right].$$

Заменив максимальное номинальное напряжение максимальным напряжением в очаге концентрации $\sigma_{\text{max}} = \alpha_\sigma \sigma_{\text{max ном}}$, получим

$$n_\sigma = \sigma_{-1} / \left\{ \sigma_{\text{max}} \left[\frac{1-R}{2} \times \left(\frac{1}{n_{-1} \varepsilon_\sigma} + \left(\frac{1}{\beta} - \beta \right) \frac{1}{\alpha_\sigma} \right) \frac{1}{\beta_y} + \frac{1+R}{2 \alpha_\sigma} \psi_\sigma \right] \right\}.$$

Эта формула применима для одноосного напряженного состояния. Запишем ее в более общем виде, применим и для многоосного напряженного состояния:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{eq}} K_{\text{д}}},$$

где

$$K_{\text{д}} = \frac{1-R}{2} \times \left[\frac{1}{n_{-1} \varepsilon_\sigma} + \left(\frac{1}{\beta} - \beta \right) \frac{1}{\alpha_\sigma} \right] \frac{1}{\beta_y} + \frac{1+R}{2 \alpha_\sigma} \psi_\sigma. \quad (4)$$

Входящие в формулу (4) коэффициенты R и n_{-1} рассчитывают, а ε_σ , β , β_y , ψ_σ берут из справочников. Для определения α_σ при отсутствии справочных данных можно воспользоваться элементарными формулами (если это позволяют форма детали и условия нагружения) или вычислить в процессе расчета среднее напряжение в анализируемом сечении. В точках, где $\alpha_\sigma < 1$, следует принимать $\alpha_\sigma = 1$.

При расчете сложной детали одноосное напряженное состояние имеет место на кромках, где $\sigma_{\text{eq}} = \sigma_{\text{max}}$. В очаге концентрации на поверхности напряженное состояние — двухосное, а в теле детали — трехосное.

До настоящего времени отсутствует единый критерий для расчетов на усталость при неодоносном напряженном состоянии, хотя проводятся многочисленные исследования в этом направлении. При обработке экспериментов одни авторы используют энергетический критерий [2–4], другие — критерий, сформулированный на основе инвариантов напряженного состояния [5, 6]. При расчете валов, нагруженных изгибающим и крутящим моментами, используют условие Гафа — Полларда или его модификации, например [7]. В справочнике [1] для валов рекомендуется определять коэффициент запаса по усталостной прочности n по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}},$$

где n_σ и n_τ — коэффициенты запаса по усталостной прочности при одноосном напряженном состоянии и чистом сдвиге соответственно, определяемые по формуле (1). Переходя к эквивалентному напряжению, получаем

$$\sigma_{\text{eq ном}} = \sqrt{\sigma_{a \text{ ном}}^2 + k^2 \tau_{a \text{ ном}}^2}, \quad (5)$$

где $k = \sigma_{-1д} / \tau_{-1д}$; для стандартных образцов $k = \sigma_{-1} / \tau_{-1}$.

В общем случае напряженного состояния для определения эквивалентного напряжения σ_{eq} будем использовать классические «теории прочности»: гипотезу максимальных нормальных напряжений, гипотезу максимальных касательных напряжений, энергетическую гипотезу. После расчетов будем использовать меньшее значение коэффициента запаса [8]. С целью учета различия в пределах выносливости при растяжении и кручении представим условие (5) в виде, аналогичном критерию Мора:

$$\sigma_{\text{eq}} = \sigma_1 - (k - 1)\sigma_3. \quad (6)$$

Здесь σ_1 — наибольшее, а σ_3 — наименьшее в алгебраическом смысле главные напряжения.

Непосредственное применение классических гипотез при некоторых соотношениях между напряжениями цикла может привести к парадоксальным результатам. Действительно, по определению σ_{eq} — это напряжение одноос-

ного растяжения, равноопасное неодоносному, т. е. оно всегда положительно, а в пределах цикла главные напряжения могут иметь разный знак.

Покажем это на примере возможных вариантов изменения главных напряжений σ_x и σ_y в пределах одного цикла (рис. 1) при плоском напряженном состоянии ($\sigma_z = 0$). В первом варианте (рис. 1, а) всегда $\sigma_x > \sigma_y$ (т. е. $\sigma_1 = \sigma_x$, $\sigma_2 = \sigma_y$, $\sigma_3 = 0$) и по условию (6) $\sigma_{\text{eq}} = \sigma_x$. Во втором варианте (рис. 1, б) соотношение между σ_x и σ_y меняется, но $\sigma_3 = 0$ и по условию (6) $\sigma_{\text{eq}} = \max(\sigma_x, \sigma_y)$. В третьем варианте (рис. 1, в) σ_x меняет знак, а σ_y отрицательно и всегда $\sigma_3 = \sigma_y$. Кривая изменения σ_{eq} , определяемого по условию (6), показана сплошной линией. Для всех вариантов штриховой линией показано изменение эквивалентного напряжения, рассчитанного по критерию Мизеса. Сравнение характера изменения напряжений σ_x и σ_y с эквивалентным напряжением показывает, что переход к σ_{eq} обуславливает изменение характеристики цикла, значительно уменьшая амплитудные напряжения, что, в свою очередь, приводит к завышенным значениям коэффициента запаса.

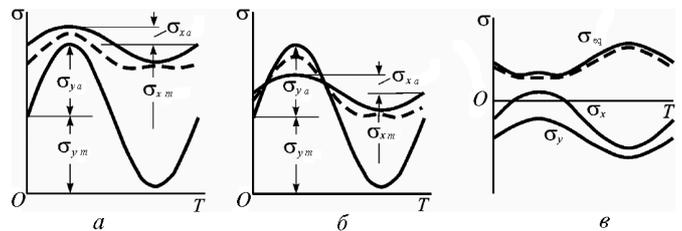


Рис. 1. Варианты изменений главных напряжений σ_x и σ_y в пределах одного цикла:

- а — $\sigma_1 = \sigma_x$, $\sigma_2 = \sigma_y$, $\sigma_3 = 0$; б — $\sigma_3 = 0$; в — $\sigma_3 = \sigma_y$,
- $\sigma_1 = \sigma_x$ или $\sigma_1 = 0$; --- — σ_{eq} по критерию Мизеса;
- — σ_{eq} по условию (6)

Таким образом, приведение напряжений в цикле к σ_{eq} нецелесообразно. Более целесообразно, по мнению автора, вычислять амплитудное $\sigma_{\text{eq a}}$ и среднее $\sigma_{\text{eq m}}$ эквивалентные напряжения, а уже по ним $\sigma_{\text{eq max}}$ и R . Такой подход не является новым (например [3]).

Чтобы при вычислении R по значениям $\sigma_{\text{eq a}}$ и $\sigma_{\text{eq m}}$ для циклов с изменяющимися знаком главными напряжениями сохранить знак R формулу (6) представим в следующем виде:

$$\sigma_{\text{eq}a} = \sigma_{1a} - (k-1)\sigma_{3a};$$

$$\sigma_{\text{eq}m} = \left[\sigma_{1m} - (k-1)\sigma_{3m} \right] \text{sign}(\sigma_{1m} + \sigma_{3m}). \quad (7)$$

Возможен другой вариант вычисления $\sigma_{\text{eq}a}$ и $\sigma_{\text{eq}m}$ (по аналогии с энергетическим напряжением):

$$\sigma_{\text{eq}a} = \sqrt{\sigma_{1a}^2 - (k-1)\sigma_{1a}\sigma_{3a} + (k-1)^2\sigma_{3a}^2};$$

$$\sigma_{\text{eq}m} = \sqrt{\sigma_{1m}^2 - (k-1)\sigma_{1m}\sigma_{3m} + (k-1)^2\sigma_{3m}^2} \times \text{sign}(\sigma_{1m} + \sigma_{3m}). \quad (8)$$

Следует также вычислять коэффициент запаса по всем главным напряжениям и затем из полученных значений выбирать минимальное.

При наличии остаточных напряжений, являющихся следствием каких-либо технологических операций, необходимо проверять не только зону концентратора, но и весь объем детали.

Определение коэффициента запаса по усталостной прочности рассмотрим на примере циклического растяжения ($\sigma_{\text{max}} = 50$ МПа, $\sigma_{\text{min}} = 5$ МПа) образца толщиной 10 мм с отверстием диаметра 8 мм. Материал образца алюминиевый сплав Д16Т ($\sigma_b = 460$ МПа, $\sigma_T = 232$, $\sigma_{-1} = 115$ МПа на базе 10^7 циклов). Окрестность отверстия предварительно была обжата с двух сторон плоским штампом. Эпюры окружных σ_t и радиальных σ_r напряжений на поверхности образца в ослабленном сечении, построенные по расчетным значениям напряжений в 10 равномерно отстоящих узлах с шагом 0,167 мм, показаны на рис. 2 [9]. Значения напряжений приведены в таблице. Там же для сравнения даны эквивалентные напряжения, рассчитанные по формулам (7) и (8).

Некоторые из коэффициентов, входящих в формулу (4), одинаковы во всех узловых точках и для рассматриваемого образца согласно ГОСТ 25.504—82 равны: $\epsilon_\sigma = 0,98$; $\beta = 0,9$; $\beta_y = 1$; $\psi_\sigma = 0,24$. Коэффициенты R и n_{-1} были определены по результатам расчета. Значение α_σ было рассчитано для каждого узла как отношение осевого напряжения в ослабленном сечении при растяжении пластины с отверстием к номинальному напряжению в брутто сечении.

Коэффициент запаса по усталостной прочности n вычисляли по критериям Хубера —

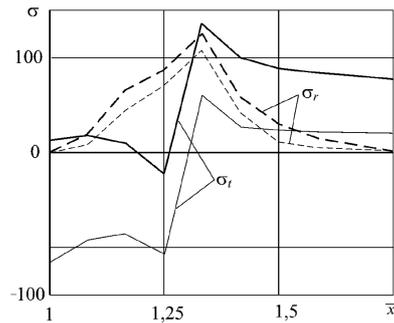


Рис. 2. Эпюры окружных σ_t (—) и радиальных σ_r (---) напряжений при циклическом нагружении: —, - - - - максимальная нагрузка; —, - - - - минимальная нагрузка

Мизеса, Треска — Сен-Венана и отдельно по нормальным напряжениям σ_t и σ_r , а коэффициент запаса по текучести n_T — по условию Хубера — Мизеса. Значения коэффициентов запаса приведены в таблице. Как видно на рис. 2 радиальные напряжения при циклическом нагружении изменяются незначительно и в приводимом примере менее опасны чем окружные напряжения. Поэтому значения n , рассчитанные по σ_r в таблице не приведены. В том случае, если выполнялось условие $n_T < n$, то использовали меньшее значение; в таблице эти значения отмечены звездочкой.

Значения напряжений σ_t и σ_r при циклическом нагружении и коэффициентов запаса

Напряжение, МПа	Номер узла						
	1	2	3	4	5	6	7
$\sigma_{t \text{ max}}$	12	18	10	-23	136	100	88
$\sigma_{t \text{ min}}$	-116	-92	-85	-107	60	27	23
$\sigma_{r \text{ max}}$	0	18,5	65	87	125	60	28
$\sigma_{r \text{ min}}$	0	9,5	42	71	107	42	12
n (по σ_t)	2,2	2,2	2,7*	2,2*	1,6*	2,3*	2,6*
$\sigma_{\text{eq} \text{ max}}$	12	4	139	186	154	100	88
$\sigma_{\text{eq} \text{ min}}$	-116	-106	44	-102	78	27	23
n	2,9	4,9	1,7*	1,25*	1,5*	2,3*	2,6
$\sigma_{\text{eq} \text{ max}}$	12	7,25	122	164	143	91	78
$\sigma_{\text{eq} \text{ min}}$	-116	-98,5	36	86	74	25	19
n	2,8	3,7	1,9*	1,4*	1,6*	2,5*	2,9

* Наименьшее значение параметра.

Сравнение коэффициентов запаса показывает, что однозначного ответа на вопрос, какой критерий предпочтительнее, нет. Поэтому, на наш взгляд, необходимо использовать все критерии. Предлагаемые формулы (6–8) могут быть использованы для вычисления коэффициента запаса при асинхронном и несинфазном изменении напряжений [1].

Выводы

1. Предложен способ расчета на выносливость по значениям напряжений, вычисленных в зоне концентратора, полученный преобразованием классических формул.

2. Показано, что при расчетах на выносливость в случае неоднородного напряженного состояния целесообразно приводить напряжения цикла к эквивалентному напряжению и по нему определять амплитудное и среднее эквивалентные напряжения. Необходимо сначала определить амплитудные и средние напряжения, а затем по ним вычислять значения эквивалентного амплитудного и эквивалентного среднего напряжений.

Литература

1. Кагаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. Справочник. М.: Машиностроение, 1985. 224 с.
2. Воробьев А.З., Олькин Б.И., Стебеньев В.Н. Сопротивление усталости элементов конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 239 с.
3. Atzori B., Berto F., Lazzarin P., Quaresimin M. Multiaxial fatigue behaviour of a severely notched carbon steel // *International Journal of Fatigue*, 2006. Vol. 28. P. 485–493.
4. Shang De-Guang, Sun Guo-Qin, Deng Jing, Yan Chu-Liang, Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach // *International Journal of Fatigue*, 2007. Vol. 29. P. 2200–2207.
5. Brighenti Roberto, Carpinteri Andrea, A notch multiaxial-fatigue approach based on damage mechanics // *International Journal of Fatigue*. 2012. Vol. 39. P. 122–133.

6. Vu Q.H., Halm D., Nadot Y. Multiaxial fatigue criterion for complex loading based on stress invariants // *International Journal of Fatigue*. 2010. Vol. 32. Issue 7. P. 1004–1014.

7. Zenner H., Heidenreich R. Fatigue behaviour under multiaxial stress // *Review of investigations on Aeronautical Fatigue in the Federal Republic of Germany* / Ed. by O. Buxbaum, D. Schutz. 1979. P. 52–54.

8. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 624 с.

9. Чернятин А.С., Ширшов А.А. Повышение долговечности элементов конструкций посредством глубокого пластического деформирования // *Известия высших учебных. Машиностроение*. 2013. № 2. С. 36–41.

References

1. Kagaev V.P., Makhutov N.A., Gusenkov A.P. *Rascheti detalei mashin i konstruktsii na prochnost' i dolgovechnost'* [Calculations of machine parts and structures for strength and durability]. Directory. Moscow, Mashinostroenie publ., 1985. 224 p.
2. Vorob'ev A.Z., Ol'kin B.I., Stebenev V.N. *Soprotivlenie ustalosti elementov konstruktsii* [Fatigue resistance of structural elements]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1990. 239 p.
3. Atzori B., Berto F., Lazzarin P., Quaresimin M. Multiaxial fatigue behaviour of a severely notched carbon steel. *International Journal of Fatigue*, 2006, vol. 28, pp. 485–493.
4. De-Guang Shang, Guo-Qin Sun, Jing Deng, Chu-Liang Yan. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach. *International Journal of Fatigue*, 2007, vol. 29, pp. 2200–2207.
5. Brighenti Roberto, Carpinteri Andrea. A notch multiaxial-fatigue approach based on damage mechanics. *International Journal of Fatigue*, 2012, vol. 39, pp. 122–133.
6. Vu Q.H., Halm D., Nadot Y. Multiaxial fatigue criterion for complex loading based on stress invariants. *International Journal of Fatigue*, 2010, vol. 32, issue 7, pp. 1004–1014.
7. Zenner H., Heidenreich R. Fatigue behaviour under multiaxial stress. *Review of investigations on Aeronautical Fatigue in the Federal Republic of Germany*. 1979, pp. 52–54.
8. Kollinz Dzh. *Povrezhdenie materialov v konstruktsiiakh. Analiz, predskazanie, predotvrashchenie* [Damage to materials in the construction. The analysis, prediction, prevention]. Moscow, Mir publ., 1984. 624 p.
9. Cherniatin A.S., Shirshov A.A. Povyshenie dolgovechnosti elementov konstruktsii posredstvom glubokogo plasticheskogo deformirovaniia [Improvement of Structural Elements Durability by Deep Plastic Deformation]. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2013, no. 2, pp. 36–41.

Статья поступила в редакцию 26.04.2013

Информация об авторе

ШИРШОВ Анатолий Артемович (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: chirchvaa@mail.ru).

Information about the author

SHIRSHOV Anatoliy Artemovich (Moscow) — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, Russia, e-mail: chirchvaa@mail.ru).