

УДК 621.01 (075.8)

# Геометрические критерии возникновения и расчета областей полезных особых положений для структурно-параметрического синтеза рычажных механизмов с зазорами

**В.И. Пожбелко**ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)»

## Geometrical criteria of origination and calculation of the useful specific provisions for structural-parametric synthesis of the lever linkages with backlashes

**V.I. Pozhbelko**Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University  
(National Research University)

В механизмах и манипуляторах с замкнутой кинематической цепью, применяемых в машиностроении, могут возникать вредные особые положения. Предложен подход к созданию работоспособных механизмов, заключающийся в синтезе многошарнирных механизмов с полезными особыми положениями. Для решения задачи сингулярного анализа и синтеза многошарнирных механизмов с параллельными осями цилиндрических шарниров, выполненных с реальными конструктивными зазорами во вращательных кинематических парах, разработан следующий алгоритм. Шаг 1 — построение общей диаграммы с различными возможными областями безразмерных метрических параметров для определения всех возможных вариантов сборки замкнутого контура. Шаг 2 — комплексный структурно-параметрический синтез шарнирных механизмов с требуемыми по безразмерной диаграмме относительными длинами рычажных звеньев и их взаиморасположением при сборке замкнутого контура. Шаг 3 — создание на уровне изобретений работоспособных механизмов с полезными особыми областями. Применение разработанного алгоритма продемонстрировано на примере параллелограммного/антипараллелограммного механизма изменяемой структуры, новых кривошипно-коромысловых механизмов и виброударного механизма.

EDN: PBGDPR, <https://elibrary/pbgdpr>**Ключевые слова:** механизм с зазорами, шарнирный механизм, замкнутый контур, особые положения, синтез рычажных механизмов

Harmful specific provisions could appear in mechanisms and manipulators with the closed kinematic chain used in the mechanical engineering. The paper proposes an approach to creating efficient mechanisms; it consists in synthesizing a multi-hinge mechanism with the useful special provisions. The following algorithm was developed to solve the problem of singular analysis and synthesis of a multi-hinge mechanism with parallel axes of the cylindrical hinges made with real structural backlashes in the rotational kinematic pairs. Step 1: constructing a general diagram with various possible areas of the dimensionless metric parameters to determine all possible options for assembling a closed loop. Step 2: complex structural-parametric synthesis of the hinge mechanisms with relative lengths of the lever

links required according to the dimensionless diagram and their relative position in assembling a closed loop. Step 3: creation of workable mechanisms with the useful specific areas at the invention level. Application of the developed algorithm was demonstrated using the examples of the parallelogram/anti-parallelogram mechanism of variable structure, new crank-rocker mechanisms and new type of the vibration-impact mechanism.

EDN: PBGDPR, <https://elibrary/pbgdpr>

**Keywords:** mechanism with backlashes, hinge mechanism, closed loop, special provisions, lever linkage synthesis

### **Проблемы синтеза и эксплуатации работоспособных механизмов с особыми положениями.**

**Постановка задачи.** Традиционно в теории механизмов и машин рассматривают условные (теоретически безззорные) механизмы [1–7], по результатам анализа которых выделены два основных типа особых положений (ОП) — сингулярностей [8, 9] — звеньев механизмов, возникающих с учетом изменения их внутрицикловой подвижности [10–21].

ОП типа I — полная остановка механизма и приводного двигателя (мертвые положения со степенью подвижности  $W = 0$ ) вследствие заклинивания смежных звеньев при образовании в кинематических парах больших углов давления  $\alpha \geq \alpha_{\max}$ . ОП типа II — возникновение неуправляемой приводным двигателем дополнительной подвижности выходного звена (внутри части полного цикла вращения кривошипа).

В работах [9, 10] разработаны дополнительные кинематические и силовые критерии возникновения ОП в манипуляторах параллельной структуры. Дополнительно в статье [11] предложен технический критерий близости к ОП на основе контроля снижения жесткости механизма при внутрицикловом разрыве геометрических связей в кинематических парах.

Широко применяемый для анализа безззорных механизмов математический критерий в виде нулевого определителя матрицы Якоби [16, 17] позволяет установить в каждой сингулярной сборке рычажных звеньев только одно центральное ОП (локус), вследствие чего не отражает всю область ОП, возникающих на практике, например в манипуляторах с зазорами [7].

В работе [21] установлено, что с учетом зазоров в реальных кинематических парах механизма с расчетной степенью подвижности  $W = 1$  происходит внутрицикловое изменение его структуры. Это приводит к переходу замкнутой цепи в открытую пониженной жесткости и возникновению дополнительной (неуправляемой двигателем) подвижности выходного звена

( $W \geq 2$ ) с образованием широкой зоны смежных ОП типа II. ОП типа I и II снижают рабочее пространство механизмов [10, 11], вследствие чего обычно считаются вредными.

Цель исследования — разработка матричного метода структурно-параметрического синтеза рычажных механизмов с полезными ОП (при учете конструктивных зазоров во всех парах) и его применение в машиностроении для создания на уровне изобретений новых механизмов с расширенными функциональными возможностями.

### **Новые основные понятия и критерии возникновения ОП.**

**Шарнир и кинематическая пара.** В механизмах с зазорами, например в шарнирных соединениях рычажных звеньев, следует различать два понятия:

- шарнир — конструктивное выполнение подвижного вращательного соединения звеньев;
- кинематическая пара — физическая модель подвижного соединения двух звеньев, накладывающего ограничения (геометрические связи) на их относительное перемещение.

Внутри одного цикла работы многозвенных механизмов с зазорами в шарнирах звеньев согласно указанной физической модели возможны два случая вырождения кинематической пары внутри шарнира:

- смежные звенья из-за их силового заклинивания становятся неподвижными, в результате чего возникает мертвое ОП типа I;
- разрыв геометрических связей в пределах зазоров шарниров приводит к неуправляемой двигателем подвижности выходного звена, вследствие чего возникают ОП типа II.

Далее будет показано, что на практике [22–29] возможны другие причины, приводящие к образованию ОП типа III, IV, V и созданию новых механизмов.

**Полезные ОП** — неуправляемые двигателем ОП ведомого звена механизма, присутствие которых в его рабочем пространстве является обязательным, так как обеспечивает расшире-

ние функциональных возможностей. При синтезе таких механизмов возникает парадоксальная задача расширения области возникающих полезных ОП (в отличие от вредных ОП).

Относительные метрические параметры рычажного механизма, например шарнирного четырехзвенника (рис. 1), представляют собой безразмерные метрические параметры  $P_1, P_2, P_3$  всех рычажных звеньев механизма, полученные делением абсолютных длин ведущего кривошипа  $l_1$ , шатуна  $l_2$  и ведомого (выходного) звена  $l_3$  на длину стойки  $l_0$ :

$$P_1 = l_1/l_0; \quad P_2 = l_2/l_0; \quad P_3 = l_3/l_0. \quad (1)$$

Применение диаграммы относительных метрических параметров (рис. 2) при синтезе механизмов позволяет уменьшать число искомым неизвестных и комплексно решать эту задачу на основе предлагаемой матрицы сингулярности.

Матрица сингулярности для структурно-параметрического синтеза рычажных механизмов с ОП имеет вид

$$MS = (P_1 \quad P_2 \quad P_3). \quad (2)$$

Матричный структурно-параметрический синтез механизмов, выполняемый на основе матрицы сингулярности (2), позволяет комплексно решать задачу синтеза путем совместного определения требуемого соотношения длин всех рычажных звеньев и их взаиморасположения в собираемом замкнутом контуре.

Геометрические критерии возникновения и расчета всей зоны сингулярности, задаваемые на этапе конструирования рычажного механизма, включают в себя:

- безразмерные метрические параметры  $P_1, P_2, P_3$ , указанные в матрице сингулярности (2) для создания кинематической схемы механизма;

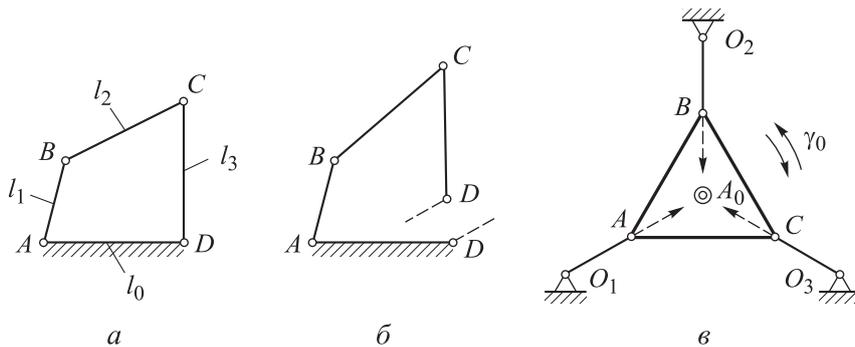


Рис. 1. Схемы возникновения областей ОП в четырехзвенном механизме с зазорами: а — исходная структура и подвижность ( $W = 1$ ); б — образование открытой кинематической цепи с неуправляемой подвижностью ( $W = 3$ ) при разрыве геометрической связи в шарнире D; в — возникновение особой точки Ассра  $A_0$  в пределах угла  $\gamma_0$  зоны сингулярности с дополнительной подвижностью звена ABC ( $O_1 \dots O_3$  — опорные шарниры)

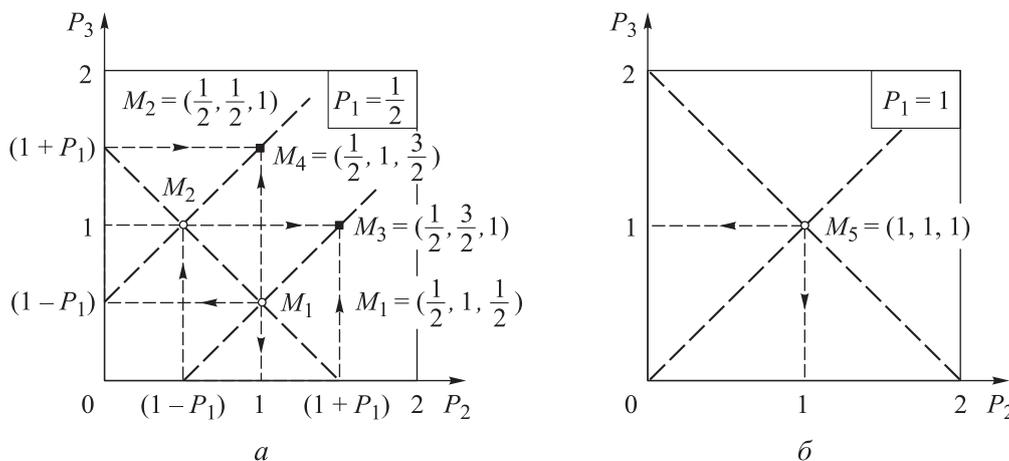


Рис. 2. Диаграммы относительных метрических параметров шарнирно-рычажных механизмов: а — общий случай шарнирного четырехзвенного механизма с безразмерными длинами ведущего кривошипа  $P_1 = 0,5$ , шатуна  $P_2$  и выходного звена  $P_3$  в виде кривошипа или коромысла; б — предельный случай выполнения длин звеньев ( $P_1 = P_2 = P_3 = 1$ )

• расчетный угол  $\gamma > 0$  возможной зоны сингулярности (неуправляемой подвижности), возникающей с учетом образуемых зазоров  $\Delta_i > 0$  во всех кинематических парах замкнутого контура рычажного механизма.

Следует отметить, что при угле  $\gamma \neq 0$  в замкнутой кинематической цепи механизма возникает зависящая от этого угла зона неуправляемости входного звена приводного двигателя, ограниченная центральным углом  $\beta$ .

*Сингулярная ловушка* — новый термин, введенный для учета особенностей работы реальных рычажных механизмов с зазорами при их синтезе, включая все вредные ОП, возникающие в манипуляторах.

Экспериментальные исследования на действующих моделях новых механизмов с зазорами [22–29] позволили выявить пять видов сингулярных ловушек в зависимости от зоны нахождения выходного звена механизма:

*A* — мертвые положения (что приводит к аварийному режиму);

*B* — бифуркации движений (вызывающие неуправляемые приводным двигателем движения входного звена);

*C* — вырождение замкнутой кинематической цепи в открытую (приводящее к свободному вращению ведущего звена со стопорением выходного звена механизма путем его замыкания на стойку);

*D* — попарная блокировка между собой смежных звеньев (вызывающая остановку входного звена с возможностью поворота выходного звена);

*E* — возникновение (рис. 1, в) особых точек Ассура (сопровожаемое свободными угловыми колебаниями [29] подвижного звена в пределах угла  $\gamma = \gamma_0$  относительно мгновенного центра вращения [2–6]).

**Расширенная классификация ОП механизмов.** Предлагаемая новая классификация возможных ОП, приведенная в таблице, содержит увеличенное число типов ОП (I, II, III, IV, V) с указанием их кинематических (степени подвижности  $W$ ) и геометрических (угла поворота входного звена  $\phi$  и угла области ОП  $\gamma$ ) характеристик, а также с представлением силовых и структурных причин возникновения различных видов сингулярных ловушек, которые могут быть основой для образования как полезных (П), как и вредных (В) ОП звеньев механизма.

Дополнительно в таблице приведены примеры обозначений, применяемых для синтеза механизмов полезных ОП разного типа с указанием конкретных примеров их реализации для создания на уровне изобретений работоспособных и эффективных механизмов для разных областей машиностроения.

**Расширенная классификация ОП механизмов**

Тип ОП	Вид (описание) сингулярной ловушки	Причина возникновения	Степень подвижности		Угол поворота входного звена $\phi$	Угол области ОП $\gamma$	Обозначение и работы с примерами реализации
			на входе	на выходе			
I (В; П)	A (мертвые положения выходного звена)	Превышение угла движения ( $\alpha \geq \alpha_{\max}$ )	$W_1 = 0$	$W_2 = 0$	0	$\gamma$	I/A//П [22]
II (В; П)	B (бифуркация движений выходного звена)	Разрыв геометрических связей в кинематических парах	$W_1 = 1$	$W_2 \geq 2$	$0 \dots 2\pi$	$\ll 2\pi$	II/B//П [23, 25, 26]
III (В; П)	C (совместное вращение смежных звеньев на входе при остановке выходного звена)	Совмещение осей шарниров смежных звеньев на входе замкнутого контура	$W_1 = 1$	$W_2 = 0$	$0 \dots 2\pi$	$2\pi$	III/C//П [24]
IV (В; П)	D (совместное вращение смежных звеньев на выходе при остановке входного звена)	Совмещение осей шарниров смежных звеньев на выходе замкнутого контура	$W_1 = 0$	$W_2 = 1$	$0 \dots 2\pi$	$\pi$	IV/D//П [23]
V (В; П)	E (движение относительно особых точек Ассура)	Образование особых точек Ассура	$W_1 = 1$	$W_2 = 2$	$0 \dots 2\pi$	$\gamma_0$	V/E//П [27–29]

**Метод визуализации зазоров для расчета областей ОП.** Рассмотрим конструктивные зазоры  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  в подвижных соединениях шарнирно-сочлененной кинематической цепи реального механизма (рис. 3, а). Суммарный максимальный зазор во всех кинематических парах цепи  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$  приводит к образованию целой области ОП ( $\gamma > 0$ ) со степенью подвижности  $W_2 \geq 2$  (а не только одного ОП в беззазорном механизме при нулевом якобиане), возникающих в пределах всего угла  $\gamma$  внутрициклового вырождения кинематической пары А (с ее последующим восстановлением в пределах угла  $\varphi = 2\pi - \gamma$ ). Износ пар звеньев при эксплуатации лишь увеличивает зазоры и зоны неуправляемых положений.

Для реальных механизмов с зазорами целой области ОП предложены следующие критерии ее образования:

- *структурный*, обусловленный внутрицикловым локальным вырождением кинематических пар в пределах угла  $\gamma$  области ОП локально повышенной подвижности механизма;
- *метрический*, заключающийся в выполнении определенного соотношения безразмерных длин звеньев, при котором в пределах угла  $\gamma$  происходит разрыв связей в парах;
- *математический*, устанавливающий аналитическую взаимосвязь между угловым размером  $\gamma$  области ОП при разных длинах звеньев

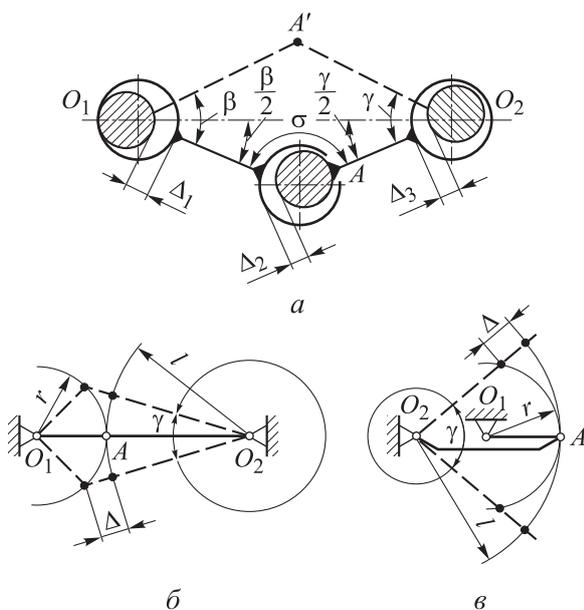


Рис. 3. Схемы кинематической цепи механизма с зазорами (а) и расчетные схемы образования областей ОП в цепи звеньев при сингулярной сборке первого (б) и второго (в) видов

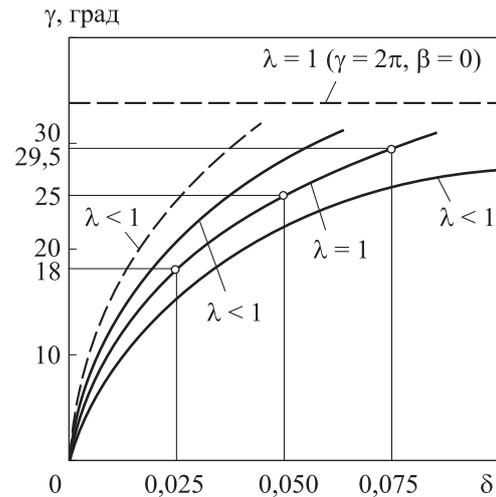


Рис. 4. Расчетные графики размера области ОП увеличенной подвижности в механизмах с зазорами при сингулярной сборке первого (—) и второго (---) видов

цепи и зазорах  $\Delta$  в их шарнирных соединениях, определяемый путем анализа треугольника  $O_1O_2A$  (рис. 3) по выражению

$$\frac{\gamma}{2} = \arccos \frac{(l \pm r)^2 + (l \pm \Delta)^2 - r^2}{2(l \pm r)(l \pm \Delta)} \geq 0; \quad (3)$$

$$\frac{\beta}{2} = \pi - \left( \frac{\gamma}{2} + \sigma \right),$$

где  $l$  и  $r$  — длина большего и меньшего звена цепи; знак «+» соответствует сингулярной сборке первого вида (рис. 3, б), знак «-» — сингулярной сборке второго вида (рис. 3, в);  $\sigma$  — угол между смежными звеньями (см. рис. 3, а).

График областей  $\gamma$  ОП, построенных по выражению (3) при сингулярных сборках первого (см. рис. 3, б) и второго (см. рис. 3, в) видов, приведен на рис. 4, где  $\lambda = r/l$ ;  $\delta = \Delta/l$ .

Как видно из этого графика, возникающая в реальных механизмах с зазорами область ОП с увеличенным числом степеней свободы может иметь различный размер — угол  $\gamma$ :

- уменьшаться в сингулярной сборке первого вида или увеличиваться в сборке второго вида (см. рис. 3, б и в);
- возрасти с ростом отношения длин звеньев  $\lambda$  и зазоров  $\Delta$  и достигнуть максимума  $\gamma_{\max} = 2\pi$  в сингулярной сборке второго вида при  $\lambda = 1$  независимо от  $\Delta$ .

**Построение и анализ диаграммы относительных параметров рычажных механизмов.** Что-

бы решить в общем виде задачу структурно-параметрического синтеза механизмов с полезными ОП и найти все возможные варианты создания замкнутой кинематической цепи, построим общую безразмерную диаграмму относительных метрических параметров (1) в координатах  $P_2 - P_3$  при  $P_1 = \text{const}$ .

Для рассматриваемой схемы четырехзвенно-го шарнирно-рычажного механизма с зазорами в кинематических парах (см. рис. 1, а) безразмерные метрические критерии образования в нем зоны ОП в пределах угла  $\gamma$  (см. рис. 3) представим как

$$\begin{cases} 1 + P_1 = P_2 + P_3; \\ 1 + P_2 = P_1 + P_3 \\ 1 + P_3 = P_1 + P_2. \end{cases} \quad (4)$$

Согласно системе уравнений (4), в структуре синтезируемого механизма сумма относительных длин двух любых звеньев (смежных или противоположных) должна быть равна сумме относительных длин двух других рычажных звеньев замкнутого контура.

Построенная на основе системы уравнений (4) в координатах  $P_2 - P_3$  при  $P_1 = \text{const}$  диаграмма относительных метрических параметров шарнирного четырехзвенника  $ABCD$  (см. рис. 2) содержит четыре реперные точки  $M_1, M_2, M_3$  и  $M_4$  пересечения прямых при  $0 < P_1 < 1$  и одну реперную точку  $M_5$  с координатами вида  $M(P_1, P_2, P_3)$ :

$$\begin{aligned} M_1\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}\right); M_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right); M_3\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1\right); \\ M_4\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right); M_5(1, 1, 1). \end{aligned}$$

Этим точкам соответствуют следующие матрицы сингулярности:

$$\begin{aligned} MS_1 = (0,5 \quad 1 \quad 0,5); MS_2 = (0,5 \quad 0,5 \quad 1); \\ MS_3 = (0,5 \quad 1,5 \quad 1); MS_4 = (0,5 \quad 1 \quad 1,5); \quad (5) \\ MS_5 = (1 \quad 1 \quad 1). \end{aligned}$$

Матрицы (5) не только определяют требуемые соотношения длин всех рычажных звеньев проектируемого механизма, но и устанавливают необходимое взаиморасположение в собираемом замкнутом контуре звеньев разной длины для их направленного однозначного выбора в качестве стойки, кривошипа, шатуна и выходного звена.

Далее приведены примеры практического применения матриц сингулярности (5) для синтеза двух- и однокривошипных механизмов с полезными ОП.

**Матричный синтез механизмов с полезными ОП.** Для матричного структурно-параметрического синтеза рычажных механизмов применим установленные по диаграмме относительных параметров с пятью реперными точками  $M_1 \dots M_5$  матриц сингулярности (5).

Покажем, что направленный синтез механизмов на основе матриц сингулярности позволяет комплексно решать задачу создания механизмов с полезными ОП путем одновременного определения требуемых соотношений длин всех звеньев и их взаиморасположения при сборке замкнутого контура проектируемого механизма.

**Синтез механизмов на основе симметричной матрицы  $MS_1 = (0,5 \quad 1 \quad 0,5)$ .** С учетом установленных по диаграмме относительных параметров (см. рис. 2, а), указанных в матрице  $MS_1 = (0,5 \quad 1 \quad 0,5)$ , и требуемых многократных соотношений длин рычажных звеньев

$$\begin{aligned} P_1 = \frac{1}{2}; P_2 = 1; P_3 = \frac{1}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow l_0 = 2l_1; l_2 = 2l_1; l_3 = l_1; l_2 = l_0 \end{aligned}$$

синтезируемый шарнирный четырехзвенник  $ABCD$  должен состоять из двухшарнирных звеньев кинематической цепи, в которой длина стойки  $l_0$  равна длине шатуна  $l_2$ , длина шатуна — двукратной длине ведущего кривошипа, а длина выходного звена (ведомого кривошипа)  $l_3$  — длине ведущего кривошипа для образования внутри цикла двух полезных ОП типа П/В//П (см. таблицу).

Результаты матричного структурно-параметрического синтеза приведены на рис. 5 в виде синтезированного на уровне изобретений [23] двухкривошипного механизма изменяемой структуры, в сборке которого одна пара противоположно расположенных в контуре звеньев выполнена одинаковой меньшей длины  $l_1$ , а другая — одинаковой, но большей длины  $2l_1$ .

Установка в таком механизме упругого элемента кручения между выходным звеном и стойкой обеспечивает в обоих крайних положениях ( $\varphi = 180^\circ, \varphi = 360^\circ$ ) автоматический переход за счет создаваемого законопеременного

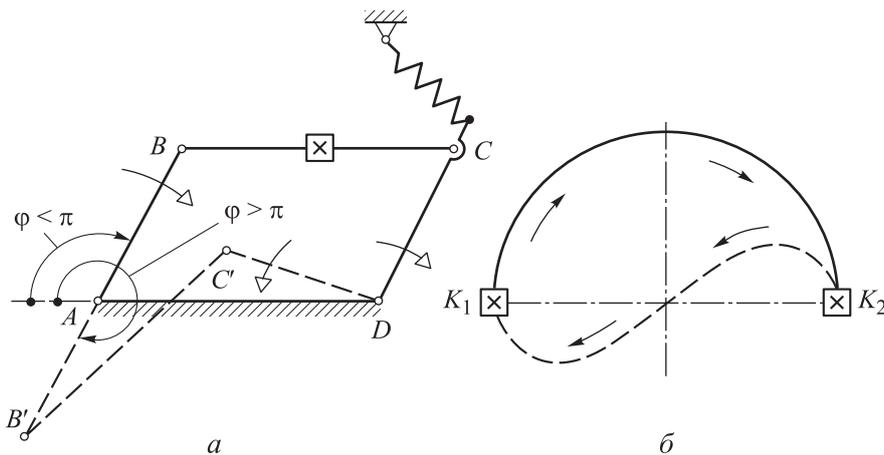


Рис. 5. Результаты синтеза двухкривошипного механизма изменяемой структуры на основе матрицы  $MS_1 = (0,5 \ 1 \ 0,5)$ :

*a* — схема двухкривошипного механизма ( $B'C'$  — положения точек  $B$  и  $C$  в схеме антипараллелограмма);  
*б* — переменная траектория рабочего органа на шатуне  $BC$ ;  $K_1$  и  $K_2$  — точки управляемых ОП

упругого момента от параллелограмма (в фазе  $\varphi = 0 - \pi$  с линейной функцией положения) к антипараллелограмму (с нелинейной функцией положения в фазе  $\varphi = 0 - 2\pi$ ) с дальнейшим повторением цикла работы.

В результате изменения функции положения два раза за цикл в таком шарнирном четырехзвеннике переменной геометрической структуры установленный на шатуне рабочий орган движется при  $\varphi = 0 \dots \pi$  по окружности, а при  $\varphi = 0 \dots 2\pi$  — по кривой в виде лемнискаты Бернулли. Область применения такого механизма — авиа- и турбиностроение, вибросмесители.

**Синтез механизмов на основе несимметричной матрицы  $MS_2 = (0,5 \ 0,5 \ 1)$ .** С учетом установленных по диаграмме относительных параметров (см. рис. 2, *a*), указанных в матрице  $MS_2 = (0,5 \ 0,5 \ 1)$ , и требуемых многократных соотношений длин рычажных звеньев

$$P_1 = \frac{1}{2}; P_2 = \frac{1}{2}; P_3 = 1 \Rightarrow l_0 = 2l_1; l_2 = l_1; l_3 = 2l_1$$

синтезируемый шарнирный четырехзвенник  $ABCD$  должен состоять из двухшарнирных звеньев кинематической цепи, в которой длина шатуна  $l_2$  равна длине ведущего кривошипа  $l_1$ , длина стойки  $l_0$  — длине ведомого коромысла  $l_3$  с рабочим органом, а длина ведомого коромысла  $l_3$  — двукратной длине ведущего кривошипа  $2l_1$ .

Результаты матричного структурно-параметрического синтеза приведены на рис. 6 в

виде синтезированного на уровне изобретений рычажного механизма с точным продолжительным выстоем [24], в котором каждая пара смежных звеньев выполнена одинаковой длины ( $l_2 = l_1, l_3 = l_0$ ).

При совмещении осей шарниров смежных звеньев кривошипа и шатуна, а также коромысла и стойки происходит изменение исходной структуры и четырехзвенный механизм превращается в двухзвенный, что приводит к образованию полезного ОП типа III/C//II (см. таблицу), которое при горизонтальной фиксации коромысла будет существовать в течение всего цикла. При выполнении ведомого коромысла со смещенным центром тяжести груза  $G$  этот груз на плече  $h$  создает на коромысле знакопостоянный момент, который обеспечивает управляемый переход через ОП типа III/C//II.

Технический эффект от применения полезного ОП типа III/C//II заключается в точном продолжительном выстое с безударным графиком движения, а также в возможности неограниченной остановки выходного звена коромысла при работающем двигателе (за счет указанного ОП) для создания, например, безмуфтового привода машины.

**Синтез механизмов на основе несимметричной матрицы  $MS_3 = (0,5 \ 1,5 \ 1)$ .** С учетом установленных по диаграмме относительных параметров (см. рис. 2, *a*), указанных в матрице  $MS_3 = (0,5 \ 1,5 \ 1)$ , и требуемых многократных соотношений длин рычажных звеньев

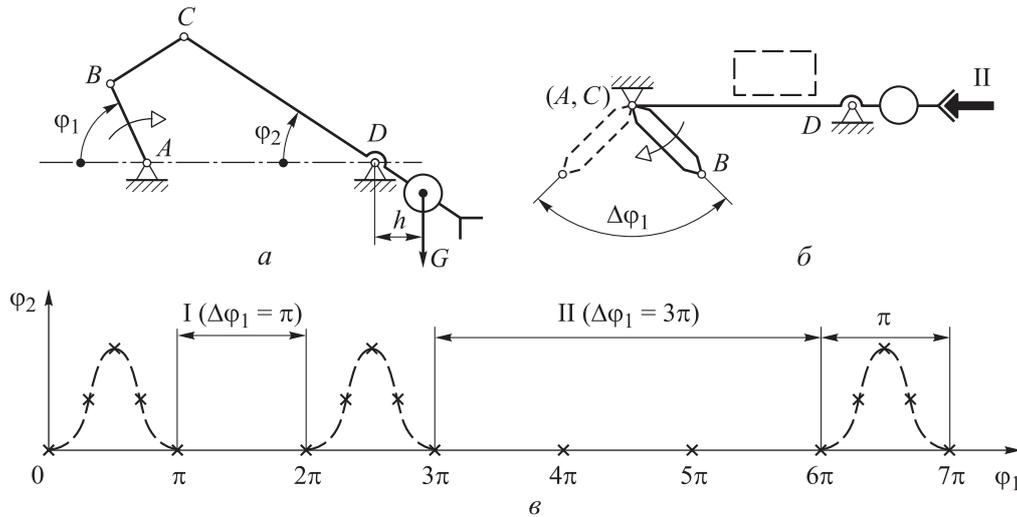


Рис. 6. Результаты синтеза рычажного механизма с точным продолжительным выстоем на основе матрицы  $MS_2 = (0,5 \ 0,5 \ 1)$ :  
 а — кинематическая схема (фаза движения коромысла); б — фаза точного выстоя коромысла ( $\Delta\varphi_1 = \pi$ );  
 в — экспериментальный график движения с внутрицикловым выстоем (I) и остановкой (II)

$$P_1 = \frac{1}{2}; \quad P_2 = \frac{3}{2}; \quad P_3 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_0 = 2l_1; \quad l_2 = 3l_1; \quad l_3 = 2l_1$$

синтезируемый шарнирный четырехзвенник  $ABCD$  должен состоять из двухшарнирных звеньев кинематической цепи, в которой длина стойки  $l_0$  равна двукратной длине ведущего кривошипа  $2l_1$ , длина шатуна  $l_2$  — трехкратной длине ведущего кривошипа  $3l_1$ , длина ведомого коромысла  $l_3$  — длине стойки  $l_0$ .

Результаты матричного структурно-параметрического синтеза приведены на рис. 7 в виде синтезированного на уровне изобретений шарнирного виброударного механизма [25], в котором закрепленный на подпружиненном ведомом коромысле рабочий орган образует камнеобрабатывающую установку. Возникающая в край-

нем положении зона ОП типа II/V//II (см. таблицу) с увеличенной подвижностью  $W \geq 2$  является полезной и представляет основной рабочий режим, обеспечивающий эффективный ударный скол поверхности камня и направленный отскок ведомого коромысла для его прохождения через крайнее положение механизма без бифуркаций.

**Синтез механизмов на основе несимметричной матрицы  $MS_4 = (0,5 \ 1 \ 1,5)$ .** С учетом установленных по диаграмме относительных параметров (см. рис. 2, а), указанных в матрице  $MS_4 = (0,5 \ 1 \ 1,5)$ , и требуемых многократных соотношений длин рычажных звеньев

$$P_1 = \frac{1}{2}; \quad P_2 = 1; \quad P_3 = \frac{3}{2} \Rightarrow l_0 = 2l_1; \quad l_2 = 2l_1; \quad l_3 = 3l_1$$

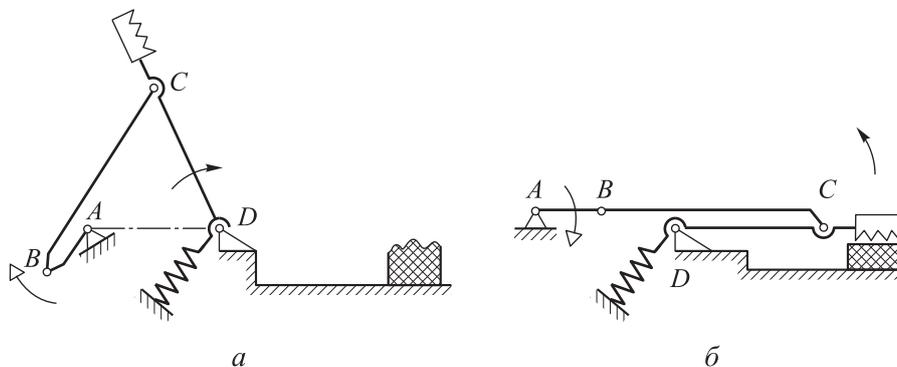


Рис. 7. Результаты синтеза шарнирного виброударного механизма на основе матрицы  $MS_3 = (0,5 \ 1,5 \ 1)$ :  
 а — крайнее положение; б — управляемое ОП

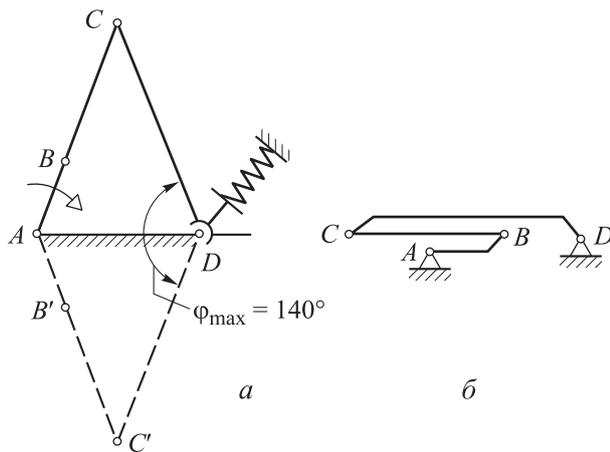


Рис. 8. Результаты синтеза складывающегося многократного кривошипно-коромыслового механизма на основе матрицы  $MS_4 = (0,5 \ 1 \ 1,5)$ :  
 а — крайние положения ( $B'C'$  — положения точек  $B$  и  $C$  в крайнем нижнем положении механизма);  
 б — сложенное ОП

синтезируемый шарнирный четырехзвенник  $ABCD$  должен состоять из двухшарнирных звеньев кинематической цепи, в которой длина стойки  $l_0$  равна длине шатуна  $l_2$ , длина шатуна — двукратной длине ведущего кривошипа  $2l_1$ , а длина ведомого коромысла  $l_3$  — трехкратной длине ведущего кривошипа  $3l_1$ .

Результаты матричного структурно-параметрического синтеза приведены на рис. 8 в виде синтезированного на уровне изобретений складывающегося многократного кривошипно-коромыслового механизма [26], в сборке которого одна пара противоположно расположенных звеньев шатуна и стойки выполнена одинаковой длины, а другая пара звеньев коромысла и кривошипа — с трехкратным соотношением их длин.

Достижимый технический эффект заключается в компактности сложенного рычажного механизма и увеличении в 2 раза (до  $\varphi_{\max} = 140^\circ$ ) амплитуды угловых колебаний ведомого коромысла благодаря возникающему внутри цикла полезного ОП типа  $II/V//\Pi$  (см. таблицу) и его управляемого прохождения под воздействием знакопостоянного момента, создаваемого упругим элементом, установленным между стойкой и ведомым коромыслом.

**Синтез механизмов на основе единичной матрицы  $MS_5 = (1 \ 1 \ 1)$ .** С учетом установленных по диаграмме относительных параметров (см. рис. 2, б), указанных в матрице

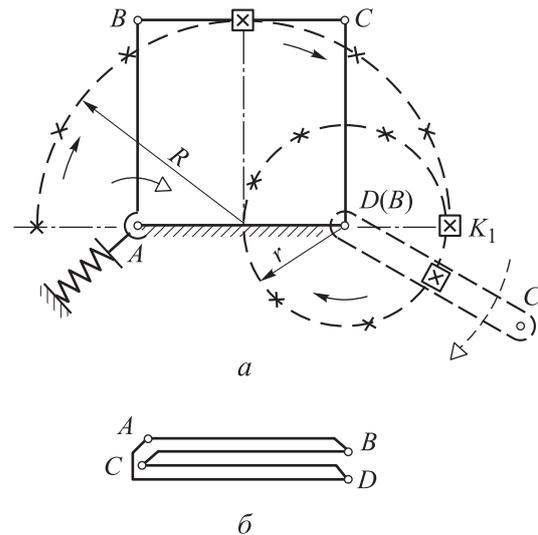


Рис. 9. Результаты синтеза шарнирного механизма с переменным входным звеном на основе матрицы  $MS_5 = (1 \ 1 \ 1)$ :  
 а — схема двухкривошипного механизма с переменной траекторией движения рабочего органа на шатуне  $BC$  ( $K_1$  — точка ОП);  
 б — компактное сложенное ОП типа  $IV/D//\Pi$

$MS_5 = (1 \ 1 \ 1)$ , и требуемых единичных соотношений длин рычажных звеньев

$$P_1 = 1; P_2 = 1; P_3 = 1 \Rightarrow \\ l_1 = l_0; l_2 = l_1; l_3 = l_2 = l_0$$

синтезируемый шарнирный четырехзвенник  $ABCD$  должен состоять из одинаковых двухшарнирных звеньев кинематической цепи с одинаковой между собой длиной стойки, шатуна и кривошипов для выполнения условия сборки шарнирного квадрата  $ABCD$  ( $l_1 = l_2 = l_3 = l_0$ ).

Результаты матричного структурно-параметрического синтеза приведены на рис. 9 в виде синтезированного на уровне изобретений [23] шарнирного механизма с переменным входным звеном, где в первой половине цикла входным является кривошип  $AB$ , а во второй — кривошип  $DC$ . Тип ОП —  $IV/D//\Pi$  (см. таблицу).

Достижимый технический эффект заключается в предельной компактности сложенного механизма и обеспечении сложной траектории обработки фасонных поверхностей, состоящей из двух смежных окружностей разного радиуса. Сначала рабочий орган перемещается по окружности большого радиуса  $R$  до точки  $K_1$ , а затем плавно переходит в этой точке на окружность малого радиуса  $r$ .

## Выводы

1. Разработанный метод матричного синтеза рычажных механизмов с полезными ОП позволяет при структурно-параметрическом синтезе одновременно определять требуемое соотношение длин всех звеньев и их взаиморасположение в собираемом замкнутом контуре. Такой метод построения работоспособных механизмов с зазорами и рабочими ОП дает возможность создавать на уровне изобретений [22–29] разнообразные двух- и однокривошипные механизмы без сингулярной ловушки для разных областей машиностроения.

2. Для реальных механизмов с зазорами предложена расширенная классификация возможных ОП, которая позволяет определять

условия возникновения и отличительные характеристики трех дополнительных типов ОП. В таких ОП, в отличие от ОП типа I и II, происходит изменение структуры механизма за счет стопорения выходного звена со стойкой и блокирования шатуна с ведущим кривошипом (ОП типа III) или с другим кривошипом двухкривошипного механизма (ОП типа IV), либо возникает свободное движение структурной группы звеньев относительно особых точек Ассур (ОП типа V).

3. Предложена классификация пяти возможных видов сингулярных ловушек. Описаны их отличительные структурные, геометрические и кинематические характеристики. Приведены примеры применения полезных ОП для создания новых механизмов [22–29].

## Литература

- [1] Артоболовский И.И. *Механизмы в современной технике*. Москва, ЛЕНАНД, 2019. 500 с.
- [2] Крайнев А.Ф. *Механика машин*. Фундаментальный словарь. Москва, Машиностроение, 2000. 904 с.
- [3] Тимофеев Г.А., ред. *Теория механизмов и машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 566 с.
- [4] Коловский М.З., Евграфов А.Н., Семенов Ю.А. и др. *Теория механизмов и машин*. Москва, Академия, 2006. 560 с.
- [5] Вульфсон И.И., Ерихов М.Л., Коловский М.З. и др. *Механика машин*. Москва, Высшая школа, 1996. 511 с.
- [6] Пожбелко В.И., Лившиц В.А. *Теория механизмов и машин в вопросах и ответах*. Челябинск, Изд-во ЮУрГУ, 2004. 439 с.
- [7] Глазунов В.А., ред. *Новые механизмы в современной робототехнике*. Москва, Техносфера, 2018. 316 с.
- [8] Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Дубровский В.А. и др. Критерий близости к особым положениям, связанным с потерей степени свободы механизмов параллельной структуры. *Проблемы механики современных машин. Мат. V межд. конф.* Т. 1. Улан-Удэ, Изд-во ВСГТУ, 2012, с. 32–35.
- [9] Глазунов В.А., Крайнев А.Ф., Грунтович Р.М. и др. Особые положения (сингулярности) механизмов параллельной структуры. *Межд. конф. по теории механизмов и механике машин*. Краснодар, Изд-во КубГТУ, 2006, с. 57–58.
- [10] Глазунов В.А., Аракелян В., Брио С. и др. Скоростные и силовые критерии близости к сингулярностям манипуляторов параллельной структуры. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2012, № 3, с. 10–17.
- [11] Ларюшкин П.А., Рашоян Г.В., Эрастова К.Г. Об особенностях применения винтового исчисления для оценки близости к особым положениям механизмов параллельной структуры. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2017, № 4, с. 39–45.
- [12] Абдраимов С., Джуматаев М.С. *Шарнирно-рычажные механизмы переменной структуры*. Бишкек, Илим, 1993. 177 с.
- [13] Терешин В.А. Наглядное представление особых положений всех шестизвенных групп Ассур. В: *Теория механизмов и машин*. Санкт-Петербург, Изд-во СПбГПУ, 2003, с. 15–16.
- [14] Ковалев М.Д. *Геометрические вопросы кинематики и статики*. Москва, ЛЕНАНД, 2019. 256 с.
- [15] Kong X., Gosselin C.M. Type synthesis of parallel mechanisms. *Springer*, 2007. 276 p.
- [16] Merlet J.P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots. *J. Mech. Des.*, 2006, vol. 128, no. 1, pp. 199–206, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2121740>

- [17] Waldron K.J., Wang S.L., Bolin S.J. A study of the Jacobian matrix of serial manipulators. *J. Mech., Trans., and Automation*, 1985, vol. 107, no. 2, pp. 230–237, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3258714>
- [18] Zlatanov D., Fenton R.G., Behhabid B. Singularity analysis of mechanisms and robots via a velocity-equation model of the instantaneous kinematics. *IEEE Conf. on Robotics and Automation*, 1994, pp. 986–991, doi: <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1994.351325>
- [19] Pozhbelko V.I. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2016, vol. 100, pp. 1–16, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001>
- [20] Evgrafov A.N., Petrov G.N., Tereshin V.A. Using auxiliary inputs in lever mechanisms when approaching singular positions. In: MMESE-2022. *Springer*, 2023, pp. 19–23, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-30027-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-031-30027-1_3)
- [21] Пожбелко В.И. Возникновение переменной (изменяемой) структуры и области особых положений механизма с учетом зазоров и вырождения кинематических пар. *Теория механизмов и машин*, 2010, т. 8, № 2, с. 71–80.
- [22] Пожбелко В.И. Шарнирный платформенный манипулятор. Патент РФ 2751782. Заявл. 07.07.2020, опубл. 16.07.2021.
- [23] Пожбелко В.И. Кривошипный механизм изменяемой структуры. Патент РФ 2750997. Заявл. 08.12.2020, опубл. 07.07.2021.
- [24] Пожбелко В.И. Кривошипный механизм В.И. Пожбелко с точными остановами. Патент РФ 2283446. Заявл. 21.03.2005, опубл. 10.09.2006.
- [25] Пожбелко В.И. Шарнирный виброударный механизм. Патент РФ 2783900. Заявл. 27.07.2022, опубл. 21.11.2022.
- [26] Пожбелко В.И. Стержневая вращательная кинематическая пара. Патент РФ 2760496. Заявл. 31.05.2021, опубл. 25.11.2021.
- [27] Пожбелко В.И. Шарнирный кривошипный механизм. Патент РФ 2740526. Заявл. 07.07.2020, опубл. 15.01.2021.
- [28] Пожбелко В.И. Рычажный пятизвенный механизм. Патент РФ 2751011. Заявл. 08.12.2020, опубл. 07.07.2021.
- [29] Пожбелко В.И. Платформенный стыковочный манипулятор. Патент РФ 2751781. Заявл. 07.07.2020, опубл. 16.07.2021.

## References

- [1] Artobolevskiy I.I. *Mekhanizmy v sovremennoy tekhnike* [Mechanisms in modern technics]. Moscow, LENAND Publ., 2019. 500 p. (In Russ.).
- [2] Kraynev A.F. *Mekhanika mashin. Fundamentalnyy slovar* [Mechanics of machines. Fundamental dictionary]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2000. 904 p. (In Russ.).
- [3] Timofeev G.A., ed. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2017. 566 p. (In Russ.).
- [4] Kolovskiy M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A. et al. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, Akademiya Publ., 2006. 560 p. (In Russ.).
- [5] Vulfson I.I., Erikhov M.L., Kolovskiy M.Z. et al. *Mekhanika mashin* [Mechanics of machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1996. 511 p. (In Russ.).
- [6] Pozhbelko V.I., Livshits V.A. *Teoriya mekhanizmov i mashin v voprosakh i otvetakh* [Theory of mechanisms and machines in questions and answers]. Chelyabinsk, Izd-vo YuUrgU Publ., 2004. 439 p. (In Russ.).
- [7] Glazunov V.A., ed. *Novye mekhanizmy v sovremennoy robototekhnike* [New mechanisms in modern robotics. modern robotics]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2018. 316 p. (In Russ.).
- [8] Glazunov V.A., Rashoyan G.V., Dubrovskiy V.A. et al. [Criterion of proximity to special provisions associated with loss of degrees of freedom of mechanisms of parallel structure]. *Problemy mekhaniki sovremennykh mashin. Mat. V mezhd. konf. T. 1* [Problems of Mechanics of Modern Machines. Proc. V Int. Conf. Vol. 1]. Ulan-Ude, Izd-vo VSGTU Publ., 2012, pp. 32–35. (In Russ.).
- [9] Glazunov V.A., Kraynev A.F., Gruntovich R.M. et al. [Special positions (singularities) of parallel structure mechanisms]. *Mezhd. konf. po teorii mekhanizmov i mekhanike mashin* [Int.

- Conf. on. Theory of Mechanisms and Machine Mechanics]. Krasnodar, Izd-vo KubGTU Publ., 2006, pp. 57–58. (In Russ.).
- [10] Glazunov V.A., Arakelyan V., Brio S. et al Speed and force criteria for the proximity to singularities of parallel structure manipulators. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2012, no. 3, pp. 10–17. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2012, vol. 41, no. 3, pp. 194–199, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618812030041>)
- [11] Laryushkin P.A., Rashoyan G.V., Erastova K.G. On the features of applying the theory of screws to the evaluation of proximity to specific positions of the mechanisms of parallel structure. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2017, no. 4, pp. 39–45. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2017, vol. 46, no. 4, pp. 349–355, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618817040100>)
- [12] Abdraimov S., Dzhumataev M.S. *Sharnirno-rychazhnye mekhanizmy peremennoy struktury*. [Hinge and lever mechanisms of variable structure]. Bishkek, Ilim, 1993. 177 p. (In Russ.).
- [13] Tereshin V.A. Naglyadnoe predstavlenie osobykh polozheniy vseh shestizvennykh grupp Assura [A visual representation of special positions of all six-wave Assur groups]. V: *Teoriya mekhanizmov i mashin* [In: Theory of mechanisms and machines]. Sankt-Petersburg, Izd-vo SPbGPU Publ., 2003, pp. 15–16.
- [14] Kovalev M.D. *Geometricheskie voprosy kinematiki i statiki* [Geometric issues in kinematics and statics]. Moscow, Lenand Publ., 2019. 256 p. (In Russ.).
- [15] Kong X., Gosselin C.M. Type synthesis of parallel mechanisms. *Springer*, 2007. 276 p.
- [16] Merlet J.P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots. *J. Mech. Des.*, 2006, vol. 128, no. 1, pp. 199–206, doi: <https://doi.org/10.1115/1.2121740>
- [17] Waldron K.J., Wang S.L., Bolin S.J. A study of the Jacobian matrix of serial manipulators. *J. Mech., Trans., and Automation*, 1985, vol. 107, no. 2, pp. 230–237, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3258714>
- [18] Zlatanov D., Fenton R.G., Behhabid B. Singularity analysis of mechanisms and robots via a velocity-equation model of the instantaneous kinematics. *IEEE Conf. on Robotics and Automation*, 1994, pp. 986–991, doi: <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1994.351325>
- [19] Pozhbelko V.I. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mech. Mach. Theory*, 2016, vol. 100, pp. 1–16, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001>
- [20] Evgrafov A.N., Petrov G.N., Tereshin V.A. Using auxiliary inputs in lever mechanisms when approaching singular positions. In: MMESE-2022. *Springer*, 2023, pp. 19–23, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-30027-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-031-30027-1_3)
- [21] Pozhbelko V.I. Generation variable (changeable) structure and district particular configurations of the mechanism with chinks and degeneration of the kinematic pairs. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2010, vol. 8, no. 2, pp. 71–80. (In Russ.).
- [22] Pozhbelko V.I. *Sharnirnyy platformennyy manipulyator* [Hinged platform manipulator]. Patent RU 2751782. Appl. 07.07.2020, publ. 16.07.2021. (In Russ.).
- [23] Pozhbelko V.I. *Krivoshipnyy mekhanizm izmenyaemoy struktury* [Crank mechanism of variable structure]. Patent RU 2750997. Appl. 08.12.2020, publ. 07.07.2021. (In Russ.).
- [24] Pozhbelko V.I. *Krivoshipnyy mekhanizm V.I. Pozhbelko s tochnymi ostanovkami* [Crank mechanism with accurate stops]. Patent RU 2283446. Appl. 21.03.2005, publ. 10.09.2006. (In Russ.).
- [25] Pozhbelko V.I. *Sharnirnyy vibroudarnyy mekhanizm* [Hinged vibro-impact mechanism]. Patent RU 2783900. Appl. 27.07.2022, publ. 21.11.2022. (In Russ.).
- [26] Pozhbelko V.I. *Sterzhnevaya vrashchatelnaya kinematicheskaya para* [Rod-based rotational kinematic pair]. Patent RU 2760496. Appl. 31.05.2021, publ. 25.11.2021. (In Russ.).
- [27] Pozhbelko V.I. *Sharnirnyy krivoshipnyy mekhanizm* [Hinged crank mechanism]. Patent RU 2740526. Appl. 07.07.2020, publ. 15.01.2021. (In Russ.).
- [28] Pozhbelko V.I. *Rychazhnyy pyatizvennyy mekhanizm* [Lever five-link mechanism]. Patent RU 2751011. Appl. 08.12.2020, publ. 07.07.2021. (In Russ.).
- [29] Pozhbelko V.I. *Platformennyy stykovochnyy manipulyator* [Platform docking manipulator]. Patent RU 2751781. Appl. 07.07.2020, publ. 16.07.2021. (In Russ.).

## Информация об авторе

**ПОЖБЕЛКО Владимир Иванович** — заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук, профессор. ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (454080, Челябинск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

## Information about the author

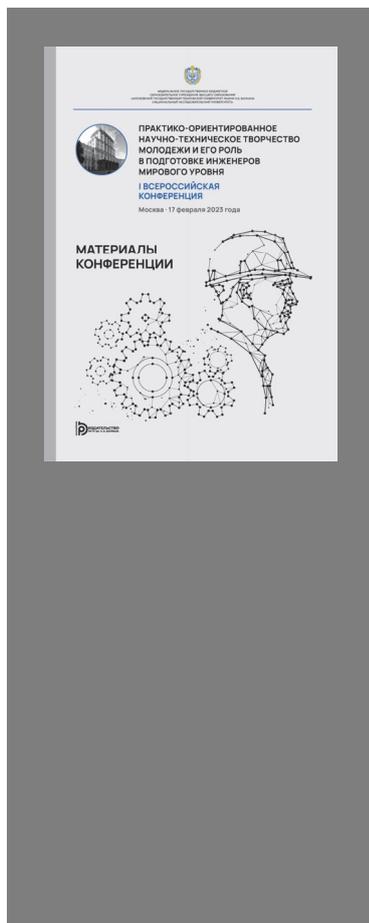
**POZHBELKO Vladimir Ivanovich** — Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, Doctor of Science (Eng.), Professor. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University (National Research University) (454080, Chelyabinsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пожбелко В.И. Геометрические критерии возникновения и расчета областей полезных особых положений для структурно-параметрического синтеза рычажных механизмов с зазорами. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 4, с. 26–38.

### Please cite this article in English as:

Pozhbelko V.I. Geometrical criteria of origination and calculation of the useful specific provisions for structural-parametric synthesis of the lever linkages with backlashes. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 4, pp. 26–38.



## Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям материалы I Всероссийской конференции «Практико-ориентированное научно-техническое творчество молодежи и его роль в подготовке инженеров мирового уровня»

Конференция «Практико-ориентированное научно-техническое творчество молодежи и его роль в подготовке инженеров мирового уровня» проводится для обеспечения взаимодействия и обмена опытом между организаторами и энтузиастами сообществ научно-технического творчества из числа ученых, инженеров и студентов технических специальностей, занимающихся проектной деятельностью. В сборнике представлены и проанализированы материалы конференции. Описаны основные подходы к организации и ведению деятельности в области научно-технического творчества. Выявлены основные проблемы и перспективы развития молодежного инженерного творчества, в том числе и на базе технических университетов.

Для специалистов и руководителей научно-исследовательских учреждений, конструкторских, технологических, проектных и изыскательских организаций.

### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>