

УДК 629.023

Анализ конструктивно-массового совершенства оболочек сосудов давления

М.А. Комков, В.А. Тарасов, О.В. Зарубина

Проведен анализ конструктивно-массового совершенства сосудов давления, применяемых в изделиях ракетно-космической техники. Получены аналитические зависимости, определяющие массу и коэффициент формы силовых оболочек сосудов давления. Для заданного проектного параметра $P_{раз} V_{об}$ сосуда давления приведены сравнительные массовые показатели, выраженные через коэффициент формы, для сферических, цилиндрических, тороидальных баллонов и криволинейных труб, выполненных из металлов и однонаправленных композиционных материалов намоткой.

Ключевые слова: сосуды давления, баллоны, металлические и композитные оболочки, коэффициент формы оболочки, конструктивное совершенство сосуда.

The analysis of construction and mass improvement of pressure vessels used in the products of rocket and space technology is considered. The analytical dependence determining the weight and the form-factor of pressure vessels power shells has been obtained. For a given project option of the pressure vessel the comparative mass indicators expressed through the form-factor for spherical, cylindrical and toroidal cylinders and curved pipes made of metals and unidirectional composite materials by winding are presented.

Keywords: pressure vessels, cylinders, metal and composite shells, shell form-factor, vessel construction improvement.

Создание высокопрочных, легких и конкурентоспособных сосудов давления, и в первую очередь баллонов различного назначения, всегда было связано с решением актуальных задач, возникающих перед инженерами-проектировщиками в соответствии с требованиями потребительского рынка. По конструктивно-технологическим признакам все многообразие баллонов высокого давления можно подразделить на две группы: 1) баллоны для авиационной и ракетно-космической техники (РКТ); 2) баллоны для наземных транспортных средств, в том числе и для дыхательных аппаратов, переносимых на спине человека.

Баллоны давления, применяемые в изделиях РКТ, являются наиболее нагруженными оболочечными конструкциями. Их используют в качестве газовых аккумуляторов в системах наддува (гелий, азот), терморегулирования (аммиак) и пневмоавтоматики изделий. Силовые оболочки баллонов испытывают значительные растягивающие напряжения, поэтому их изготавливают из высокопрочных сталей и титановых сплавов. Рабочей и внешней средой для баллонов давления явля-



КОМКОВ
Михаил Андреевич
доктор технических наук,
профессор



ТАРАСОВ
Владимир Алексеевич
доктор технических наук,
профессор, заведующий
кафедрой «Технологии
ракетно-космического
машиностроения»



ЗАРУБИНА
Ольга Васильевна
кандидат технических
наук, доцент
кафедры «Технологии
ракетно-космического
машиностроения»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ется воздух, газы наддува, жидкий кислород и водород, вакуум, космическая среда. Чаще всего в летательных аппаратах применяют баллоны сферической формы, реже — цилиндрической или тороидальной формы. Внутренний объем баллонов колеблется от единиц до сотен литров, а давление зарядки от 20 до 30 МПа и более.

Конструктивно-массовое, или весовое, совершенство сосудов давления и баллонов в частности принято оценивать по параметру конструктивного совершенства (ПКС), представляющему собой энергетический показатель, по которому сравниваются между собой сосуды давления любой формы:

$$\text{ПКС} = W_{\text{сд}} = P_{\text{раз}} V_{\text{об}} / M_{\text{сд}}, \quad (1)$$

где $P_{\text{раз}} V_{\text{об}}$ — проектный (конструктивный) параметр; $P_{\text{раз}}$ — разрушающее давление; $V_{\text{об}}$ — внутренний объем оболочки; $M_{\text{сд}}$ — масса всей конструкции сосуда в целом. При этом его параметр весового совершенства $W_{\text{сд}}$ имеет размерность удельной прочности материала при растяжении $\sigma_{\text{в}} / \rho_{\text{м}}$, кДж/кг.

Полная масса сосуда включает в себя массу силовой и герметизирующей оболочек, массы штуцеров, фланцев, покрытий и других элементов конструкции. При этом сам параметр $W_{\text{сд}}$ не зависит от формы и геометрических размеров сосуда давления (баллона), поэтому формулу (1) можно использовать для сравнения между собой не только всей конструкции, но и силовых оболочек, выполненных из металлов и композиционных материалов (КМ). Следовательно, ПКС тонкостенной силовой (металл, однонаправленный КМ) оболочки баллона $W_{\text{об}}$, кДж/кг, будет определяться по аналогичной (1) формуле:

$$W_{\text{об}} = P_{\text{раз}} V_{\text{об}} / M_{\text{об}}, \quad (2)$$

где $M_{\text{об}}$ — масса тонкостенной силовой оболочки баллона, находящегося под внутренним давлением жидкости или газа, может быть найдена из решения уравнений, определяющих напряженное состояние оболочки, и записана в общем виде [1]:

$$M_{\text{об}} = K_{\text{ф}} \frac{P_{\text{раз}} V_{\text{об}} \rho_{\text{мт}}}{\sigma_{\text{мт}}}. \quad (3)$$

Здесь $K_{\text{ф}}$ — коэффициент формы, учитывающий форму оболочки и анизотропию свойств ее материала; $\sigma_{\text{мт}} = \sigma_{\text{в}}$ — предел прочности материала при растяжении; $\rho_{\text{мт}}$ — плотность материала оболочки. Согласно формуле (3) масса и коэффициент формы металлической равнонапряженной сферической оболочки радиуса R по разрушающему давлению $P_{\text{раз}}$:

$$M_{\text{сф}} = S_{\text{сф}} h_{\text{сф}} \rho_{\text{м}} = K_{\text{ф.сф}} \frac{P_{\text{раз}} V_{\text{сф}} \rho_{\text{м}}}{\sigma_{\text{в}}};$$

$$K_{\text{ф.сф}} = \frac{3}{2}, \quad (4)$$

где $S_{\text{сф}}$ — площадь поверхности сферы, $S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$; $\rho_{\text{м}}$ — плотность металла; $h_{\text{сф}}$ — толщина стенки оболочки, $h_{\text{сф}} = P_{\text{раз}} R / 2\sigma_{\text{в}}$; $V_{\text{сф}}$ — объем сферической оболочки, $V_{\text{сф}} = 4\pi R^3 / 3$.

Массу и коэффициент формы металлической неравнонапряженной цилиндрической оболочки с радиусом сечения R и длиной $l_{\text{ц}}$ по разрушающему давлению определяют по следующим формулам:

$$M_{\text{ц}} = S_{\text{ц}} h_{\text{ц}} \rho_{\text{м}} = K_{\text{фор.ц}} \frac{P_{\text{раз}} V_{\text{ц}} \rho_{\text{м}}}{\sigma_{\text{в}}}; \quad K_{\text{фор.ц}} = 2. \quad (5)$$

Здесь $S_{\text{ц}}$ — площадь поверхности, $S_{\text{ц}} = 2\pi R l_{\text{ц}}$; $h_{\text{ц}}$ — толщина стенки, $h_{\text{ц}} = P_{\text{раз}} R / \sigma_{\text{в}}$; $V_{\text{ц}}$ — объем цилиндрической оболочки, $V_{\text{ц}} = \pi R^2 l_{\text{ц}}$. Из сравнения коэффициентов формы (4) и (5) следует, что масса сферической оболочки будет составлять только 3/4 от массы равновеликой цилиндрической оболочки баллона давления.

Очевидно, что тороидальные оболочки кругового сечения с постоянной толщиной стенки в силу специфического распределения меридиональных напряжений (рис. 1) имеют большую массу и более низкий параметр $W_{\text{об}}$, чем равновеликие им по объему сферические или цилиндрические оболочки, нагруженные таким же внутренним давлением.

Определим коэффициент формы $K_{\text{фор.т}}$ тонкостенной круговой тороидальной оболочки (см. рис. 1, а) с радиусом поперечного сечения R и находящийся под действием внутреннего

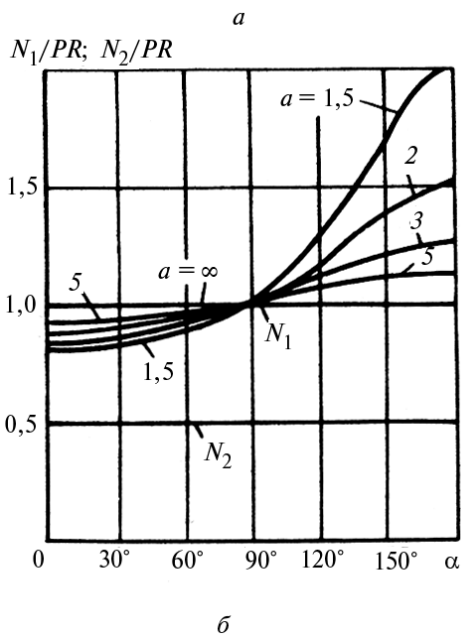
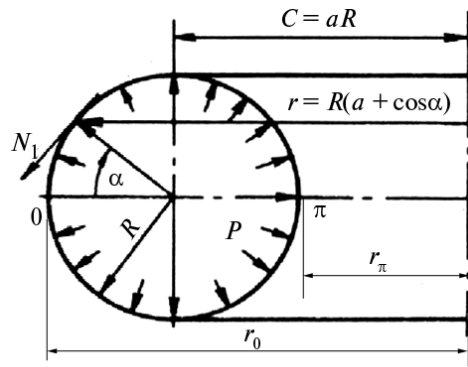


Рис. 1. Схема и геометрические размеры круговой тороидальной оболочки, нагруженной внутренним давлением (а), зависимости относительных меридиональных N_1 и окружных N_2 сил от угла α (б)

давления p . Запишем главные погонные силы в оболочке N_1 и N_2 через напряжения и толщину стенки [1]:

$$N_1 = \sigma_1 h_m = \frac{pR}{2} \frac{2a + \cos \alpha}{a + \cos \alpha}; N_2 = \sigma_2 h_m = \frac{pR}{2}, \quad (6)$$

где σ_1 и σ_2 — соответственно меридиональные и окружные напряжения; h_m — толщина стенки металлической оболочки, $h_m = \text{const}$; a — геометрический параметр кругового тора, $a = c / Ra$, $1 \leq a < \infty$; c — расстояние от оси вращения до вершины тора; α — угловая координата или широта тора, $0 \leq \alpha \leq \pi$.

Из уравнений (6) следует, что наиболее опасными являются меридиональные силы N_1 (см. рис. 1, б), которые имеют максимальную

величину на малом диаметре (экваторе) тора при $r = r_\pi$, где $r = r_\alpha = R(a + \cos \alpha)$ и $r_\pi = R(a - 1)$ — текущий и минимальный радиусы вращения оболочки. Окружные силы N_2 для кругового тора постоянны и равны осевым силам на цилиндре с радиусом сечения R . Согласно первому уравнению (6), расчетная толщина стенки оболочки h_m определяется по максимальным напряжениям σ_1 при угле $\alpha = \pi$:

$$h_m = \frac{P_{\text{раз}} R}{2[\sigma]} \frac{(2a - 1)}{(a - 1)}, \quad (7)$$

где $[\sigma] = \sigma_T$ — допустимое напряжение, например, равное пределу текучести металла при растяжении.

Массу металлической тороидальной оболочки найдем из равенства $M_T = S_T h_m \rho_m$. После подстановки в это равенство толщины стенки h_m из (7) получим

$$M_T = \frac{P_{\text{раз}} V_T \rho_m}{[\sigma]} \frac{(2a - 1)}{(a - 1)}, \quad (8)$$

$$K_{\text{ф.т}} = \frac{2a - 1}{a - 1} = \frac{1 + 3\mu}{2\mu}.$$

Здесь S_T — площадь поверхности тора, $S_T = 4\pi^2 R^2 a$; V_T — объем торовой оболочки, $V_T = 2\pi^2 R^3 a$; $K_{\text{ф.т}}$ — коэффициент формы, отражающий форму и размеры круговой тороидальной оболочки; μ — относительное отверстие тора, $\mu = r_\pi / r_0 = (1 - a) / (1 + a)$, $0 \leq \mu \leq 1$.

Из выражения (8) следует, что масса металлической оболочки существенно зависит от геометрического параметра кругового тора a , с уменьшением которого она быстро увеличивается и при стремлении параметра $a \rightarrow 1$ масса тороидальной оболочки неограниченно возрастает. Однако снизить массу металлических торов кругового сечения можно путем проектирования силовой оболочки с переменной толщиной стенки. Например, с плавно изменяющейся толщиной вдоль меридиана, или проектированием тороидальной оболочки, составленной из двух элементов с различными толщинами стенки (рис. 2). В обоих случаях, как показывают приведенные ниже расчеты, будет уменьшен коэффициент формы круговой

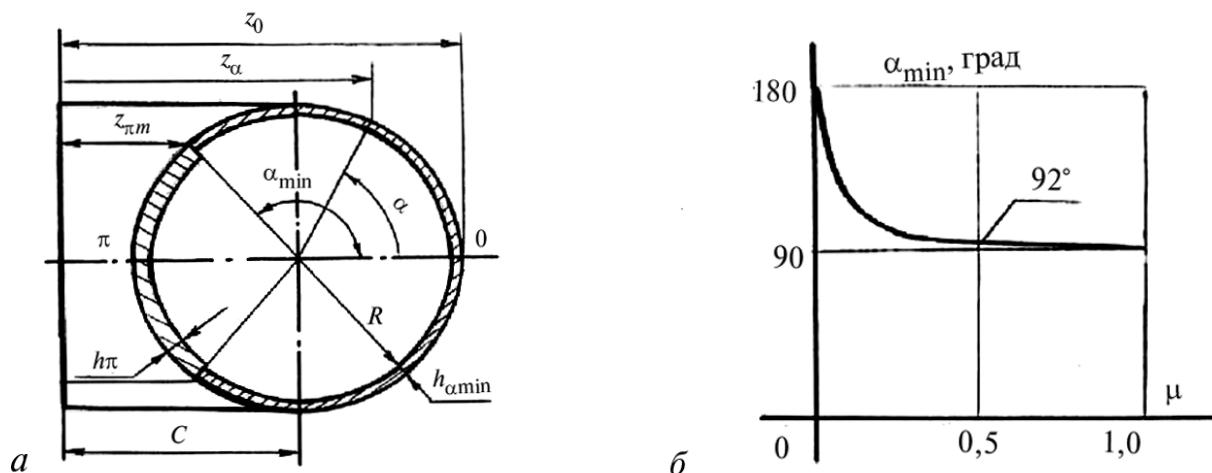


Рис. 2. Схема составных торов кругового сечения с переменной толщиной стенки (а) и изменение угла α_{\min} , при котором достигается минимальная масса оболочки (б)

тороидальной оболочки $K_{\text{ф.т}}$ (8) и, следовательно, снижена масса торового баллона давления в целом.

Рассмотрим тороидальную оболочку (см. рис. 2, а), содержащую два оболочечных элемента с минимальной $h_{\alpha_{\min}}$ и максимальной h_{π} толщиной стенки. Из дифференциального соотношения $\Delta M_{\text{т}} = h_{\alpha} R 2 \pi R (a + \cos \alpha) \rho_{\text{м}} d\alpha$ определим массу и коэффициент формы составной оболочки:

$$M_{\text{кр.т.сост}} = \frac{P_{\text{раз}} V_{\text{т}} \rho_{\text{м}}}{[\sigma]} \left[\frac{2a-1}{a-1} - \left(\frac{1 + \cos \alpha_{\min}}{a + \cos \alpha_{\min}} \right) \times \frac{(a \alpha_{\min} + \sin \alpha_{\min})}{\pi(a-1)} \right] \quad (9)$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой коэффициент формы $K_{\text{ф.т.сост}}$ составного тора, числовое значение которого меньше $K_{\text{ф.т}}$ (8). Минимальное значение $K_{\text{ф.т.сост}}$ (9) определяется при угле α_{\min} (см. рис. 2, б), когда второе слагаемое в выражении (9) достигает своего максимума. Если параметр тора $a = (1 + \mu) / (1 - \mu)$ задан, то угол α_{\min} находят из уравнения

$$(1 + \cos \alpha_{\min})(a + \cos \alpha_{\min})^2 - (a - 1) \times \sin \alpha_{\min}(a \alpha_{\min} + \sin \alpha_{\min}) = 0; \leftarrow \alpha_{\min} \quad (10)$$

Если в уравнении (10) $\alpha_{\min} \rightarrow \pi / 2$, то $a \rightarrow \infty$ ($\mu \rightarrow 1$); если $\alpha_{\min} \rightarrow \pi$, то $a \rightarrow 1$ ($\mu \rightarrow 0$).

С другой стороны стенку металлической тороидальной оболочки кругового сечения мож-

но изготовить плавно изменяющейся вдоль меридиана, а ее толщину, в соответствии с меридиональным напряжением σ_1 , определить из первого уравнения (6):

$$h(\alpha) = \frac{P_{\text{раз}} R (2a + \cos \alpha)}{2[\sigma] (a + \cos \alpha)} \quad (11)$$

В этом случае массу оболочки определяют также по дифференциальному соотношению: $\Delta M_{\text{тор}} = h_{\alpha} R 2 \pi R (a + \cos \alpha) \rho_{\text{м}} d\alpha$ с учетом (11). При этом коэффициент формы $K_{\text{ф.т}}$ тороидальной оболочки с плавно изменяющейся толщиной стенки при всех значениях параметра тора a , будет равен 2, как и для неограниченно длинного цилиндра. Такие тороидальные оболочки с разъемом по экваторам или по центральной оси сечения тора могут быть изготовлены механической обработкой двух полуторов на станках с ЧПУ и последующей их сваркой в замкнутую тороидальную оболочку. Однако, если геометрические размеры тора велики, то формообразование тонкостенной тороидальной оболочки с плавно изменяющейся толщиной стенки в соответствие с уравнением (11) является трудноразрешимой технологической задачей.

Проанализируем конструктивно-массовое совершенство металлических оболочек тороидальных баллонов, имеющих не круговую форму поперечного сечения, а эллиптическую. Чтобы определить коэффициенты формы то-

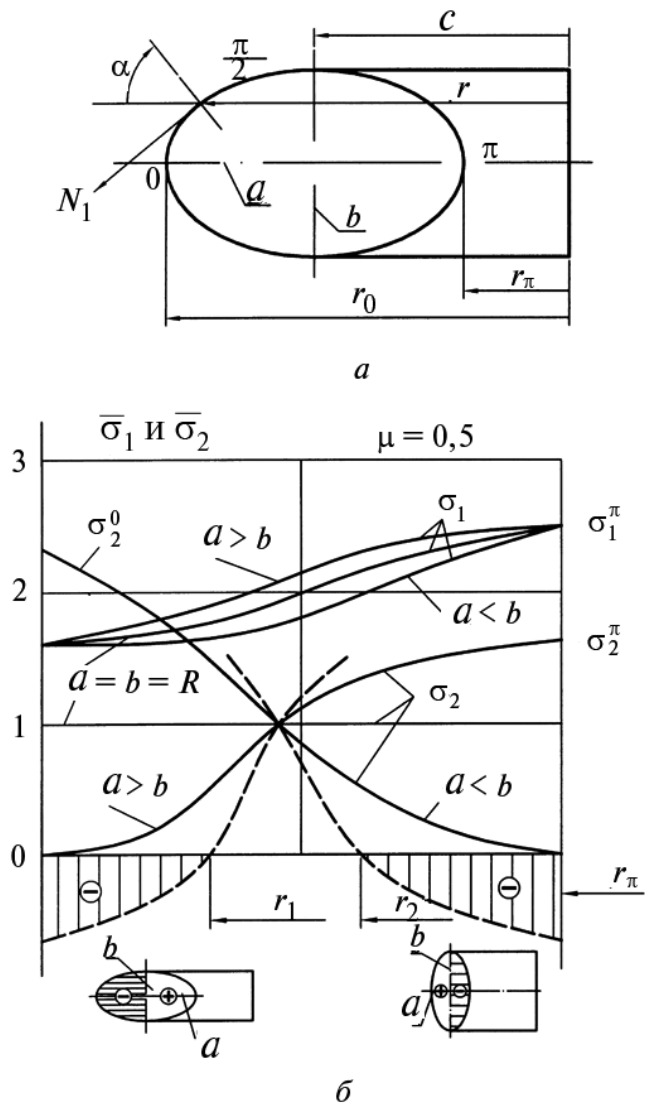


Рис. 3. Схема поперечного сечения и геометрические размеры эллиптических торовых оболочек (а), изменение относительных меридиональных σ_1 и окружных σ_2 напряжений в эллиптических торах вдоль радиуса вращения оболочки r для относительного отверстия тора $\mu = 0,5$ (б)

роидальных оболочек эллиптического сечения с постоянной толщиной стенки (рис. 3, а), запишем уравнения равновесия оболочки торового баллона через параметры эллипса в следующем виде [2]:

$$N_1 = \sigma_1 h_m = \frac{P}{2b} \left(\frac{c+r}{r} \right) \sqrt{a^4 + (b^2 - a^2)(r-c)^2};$$

$$N_2 = \sigma_2 h_m = \frac{P}{2b} \frac{a^4 + 2(b^2 - a^2)r(r-c)}{\sqrt{a^4 + (b^2 - a^2)(r-c)^2}}, \quad (12)$$

где a и b — полуоси эллипса.

Из выражений (12) легко получить соотношения (6) для кругового тора, если в них положить $a = b = R$ и переменный радиус r заменить равенством $r = r_\alpha = c + R \cos \alpha$.

Из анализа уравнений (12) следует, что меридиональные силы N_1 (напряжения σ_1) в эллиптическом торе всегда положительны, они устойчивы и имеют такой же характер изменения вдоль меридиана, как и в круговом торе (см. рис. 1, а). Окружные силы N_2 (напряжения σ_2) напротив очень чувствительны к изменениям формы меридиана оболочки и в зависимости от соотношения полуосей эллипса (рис. 3, б) могут менять свой знак с растяжения на сжатие. Граница растяжение-сжатие определяется знаком числителя второго уравнения (12) и может быть рассчитана по формуле

$$r_{1,2} = \frac{c}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{2a^4}{c^2(b^2 - a^2)}} \right], \quad (13)$$

где r_1 и r_2 — радиусы вращения оболочки, при которых $\sigma_2 = 0$.

Если полуось эллипса $a > b$ (рис. 4), то растягивающие напряжения ($\sigma_2 \geq 0$), согласно выражению (13), достигаются при отношении $a^2 / b^2 \leq 4 / (3 + \mu)$. Если полуось эллипса $a < b$, то напряжения ($\sigma_2 \geq 0$) достигаются при отношении $a^2 / b^2 \geq 4\mu / (1 + 3\mu)$, где μ — относительное отверстие тора, $\mu = r_\pi / r_0 = (c - a) / (c + a)$. При этом для эллиптической торовой оболочки, находящейся в зоне растяжения, максимальные окружные напряжения σ_2 будут всегда меньше максимальных меридиональных напряжений σ_1 при угле $\alpha = \pi$, по которым и определяется толщина стенки оболочки

Массу эллиптических тороидальных оболочек и коэффициентов формы по границам растяжение-сжатие оболочки определяют по формулам

$$M_{т.эл}(a > b) = \frac{P_{раз} V_t \rho_m}{[\sigma]} \frac{2(1+3\mu)}{\mu \sqrt{3+\mu}} \frac{E(\pi/2, e_1)}{\pi},$$

$$e_1 = \sqrt{1 - b^2 / a^2}; \quad (14)$$

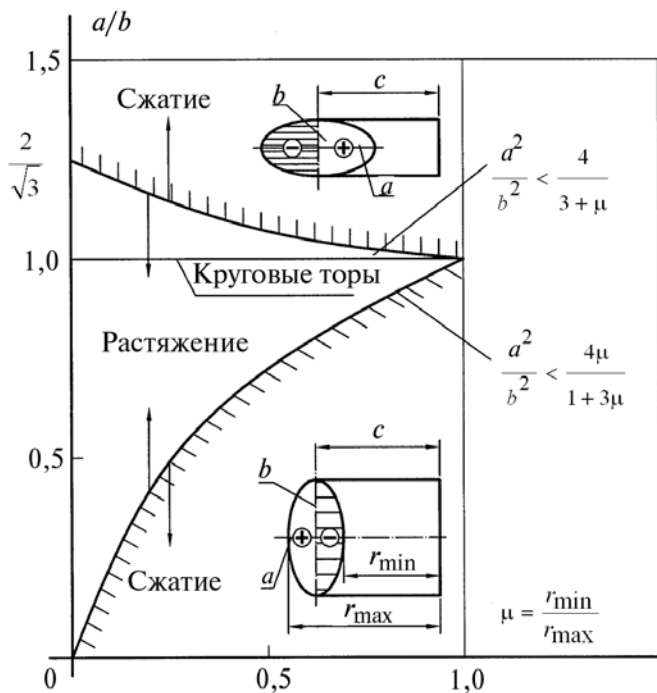


Рис. 4. Границы растяжения-сжатия окружных напряжений в эллиптических тороидальных оболочках, нагруженных внутренним давлением

$$M_{т.эл} (a < b) = \frac{P_{раз} V_T \rho_m}{[\sigma]} \frac{1 + 3\mu}{2\mu} \frac{E(\pi/2, e_2)}{\pi},$$

$$e_2 = \sqrt{1 - a^2/b^2}; \quad (15)$$

$$K_{фор.т}^{эл} (a > b) = \frac{2(1 + 3\mu)}{\mu\sqrt{3 + \mu}} \frac{E(\pi/2, e_1)}{\pi},$$

$$K_{фор.т}^{эл} (a < b) = \frac{1 + 3\mu}{2\mu} \frac{E(\pi/2, e_2)}{\pi}, \quad (16)$$

где $E(\pi/2, e_{1;2})$ — полные эллиптические интегралы второго рода.

Очевидно, если проектный параметр $P_{раз} V_{об}$ задан и известно значение удельной прочности материала $[\sigma]/\rho_m$, то масса тороидальных оболочек будет пропорциональна коэффициентам формы, полученным в (8) и (16). Эти зависимости для торовых оболочек графически представлены на рис. 5 в сравнении с коэффициентами форм других оболочек сосудов давления.

Наименьший коэффициент формы имеет металлическая сферическая оболочка $K_{ф.сф} = 3/2$. Для цилиндрических оболочек неограниченной

длины значение $K_{ф.ц} = 2$, для коротких цилиндрических оболочек со сферическими днищами коэффициент формы изменяется от $K_{ф.сф} = 1,5$ до $K_{ф.ц} = 2,0$. Хотя минимальный коэффициент формы металлических тороидальных оболочек $K_{ф.т}$, как с эллиптическим, так и с круговым сечением равен 2,0 ($\mu \rightarrow 1$), однако с уменьшением значения относительного отверстия тора $\mu \rightarrow 0$ значения $K_{фор.т}$ неограниченно возрастают.

Определим массу и коэффициент формы металлической оболочки цилиндрического баллона со сферическими днищами (см. рис. 5). Расчетные толщины стенок цилиндрического участка и сферических днищ по разрушающе-

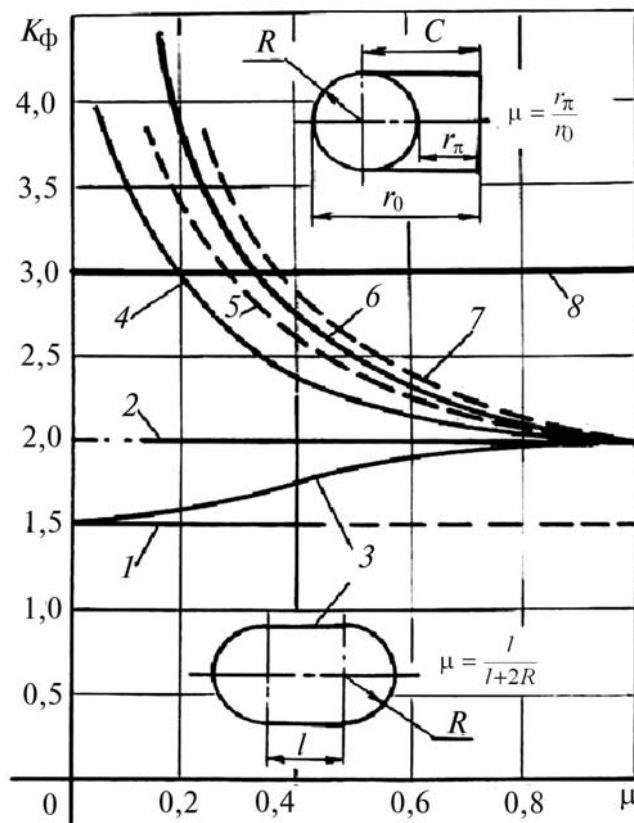


Рис. 5. Значения коэффициентов формы K_f для силовых оболочек сосудов давления:

- 1 — металлические сферы; 2 — металлические цилиндры; 3 — цилиндры со сферическими днищами; 4 — составные торы кругового сечения; 5 — эллиптические торы с отношением полуосей $a \leq b$; 6 — круговые торы и криволинейные трубы с постоянной толщиной стенки; 7 — эллиптические торы с отношением полуосей $a \geq b$; 8 — равнонапряженные композитные оболочки

му давлению $P_{раз}$ равны: $h_{ц} = P_{раз} R / \sigma_{в}$, $h_{сф} = P_{раз} R / 2 \sigma_{в}$, соответственно массы участков $M_{ц} = 2\pi R l h_{ц} \rho_{м}$, $M_{сф} = 4\pi R^2 h_{сф} \rho_{м}$.

Масса разнотолщинной (составной) оболочки цилиндрического баллона:

$$M_{ц.б} = \frac{P_{раз} V_{цб} \rho_{м}}{\sigma_{в}} \left[\frac{2(l+R)}{l+4R/3} \right] = K_{ф.б} \frac{P_{раз} V_{цб} \rho_{м}}{\sigma_{в}}; K_{ф.цб} = \frac{3(1+\mu)}{2+\mu}, \quad (17)$$

где $K_{ф.б}$ — коэффициент формы; $K_{б}$ — внутренний объем баллона $V_{цб} = \pi R^2 (l + 4R/3)$, μ — относительная длина цилиндрического участка $\mu = l / (l + 2R)$. Графическая зависимость $K_{ф.цб}$ (17) показана на рис. 5. При $l \rightarrow 0$ ($\mu = 0$) коэффициент формы $K_{ф.б} = 3/2$, как для металлической сферы, при $l \rightarrow \infty$ ($\mu = 1$) $K_{ф.б} = 2$, как для неограниченно длинного цилиндра.

Криволинейные трубопроводы малого диаметра, полученные гибкой цилиндрических труб с постоянной толщиной стенки имеют такой же коэффициент формы, как и тороидальные оболочки кругового сечения (8).

Рассматривая криволинейные трубопроводы малого диаметра, полученные гибкой цилиндрических труб с постоянной толщиной стенки, видим, что они имеют такой же коэффициент формы, как и тороидальные оболочки кругового сечения (8)

Для составных криволинейных труб большого диаметра, имеющих разную толщину на цилиндрических и изогнутых участках (рис. 6), масса и коэффициент формы повторяющегося элемента трубопровода определяют по формулам

$$M_{сост.тр} = \frac{P_{раз} V_{тр} \rho_{м}}{\sigma_{в}} \left[\frac{1+3\mu}{2\mu} \bar{l}_{изг} + 2\bar{l}_{ц} \right]; K_{сост.ф.тр} = \frac{1+3\mu}{2\mu} \bar{l}_{изг} + 2\bar{l}_{ц}, \quad (18)$$

где $\bar{l}_{изг} = l_{изг} / (l_{ц} + l_{изг})$ и $\bar{l}_{ц} = l_{ц} / (l_{ц} + l_{изг})$ — относительная длина изогнутого и цилиндрического участков трубопровода. При этом значение коэффициента формы (18), в зависимости от длины участков, изменяется от $K_{ф.ц} = 2$ (ци-

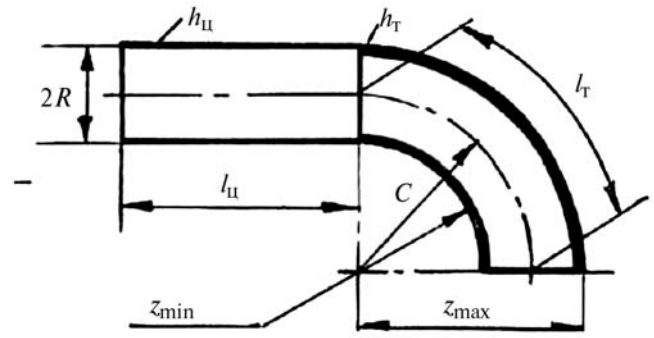


Рис. 6. Расчетная схема элемента криволинейного трубопровода

линдрическая труба) до величины $K_{ф.т}$ кругового тора, определяемого выражением (8).

Проведенный анализ силовых оболочек сосудов давления, выполненных из изотропных материалов, позволяет сделать выбор того или иного конструкторско-технологического решения по их массовым показателям, однако только равнонапряженная металлическая сфера будет иметь минимально возможную массу, определяемую коэффициентом формы сферической оболочки $K_{сф.ф.м} = 3/2$ (см. рис. 5).

Определим коэффициент формы равнонапряженных композитных оболочек сосудов давления, изготовленных геодезической намоткой нитей. Армирование силовых оболочек по геодезическим линиям позволяет получить равнонапряженные и равновесные конструкции, обладающие минимальной массой. Кроме того, намотка по геодезическим линиям является наиболее приемлемой и с технологической точки зрения, так как обеспечивает укладку нитей на поверхность вращения без соскальзывания и с необходимым натяжением.

Очевидно, что условие минимума массы конструкции предусматривает полное использование несущей способности материала в момент его разрушения, когда напряжения в нитях всюду постоянны и равны пределу прочности $\sigma_{к} = \sigma_{вк}$ однонаправленного КМ при растяжении. Это условие эквивалентно достижению максимальной энергии деформирования композитной оболочки в момент ее разрушения.

Действительно, если объем оболочки $V_{об}$ под действием внутреннего давления увеличится на

величину $\Delta V_{об}$, то относительная деформация нитей будет $\varepsilon_k = \Delta l_k / l_k$. Для малых упругих деформаций равнонапряженной оболочки справедливо приближенное равенство: $\varepsilon_k = \Delta V_{об} / 3 V_{об}$. При этом работа, произведенная давлением при расширении оболочки на величину $\Delta V_{об}$, будет восприниматься всем объемом композитного материала за счет его растяжения на величину Δl_k .

Запишем следующее энергетическое соотношение:

$$P_{раз} \Delta V_{об} = \sigma_{вк} (nf_k) \Delta l_k, \quad (19)$$

где $P_{раз}$ — разрушающее давление; nf_k — площадь сечения всех нитей со связующим длиной l_k ; $(nf_k)l_k = V_k$ — объем композитного материала оболочки.

Подставив в равенство (19) значения

$$nf_k = M_k / (l_k \rho_k) \text{ и } \Delta l_k = l_k \Delta V_{об} / 3 V_{об},$$

определим массу равнонапряженной оболочки сосуда давления, образованную системой гибких нитей:

$$M_{k \min} = 3 \frac{P_{раз} V_{об} \rho_k}{\sigma_{вк}}; \quad K_{ф.к \min} = 3, \quad (20)$$

где $K_{ф.к \min}$ — минимально возможный коэффициент формы равнонапряженных композитных оболочек сосудов давления (см. рис. 5).

Формула (20) выражает минимальную массу, которую имеет равнонапряженная композитная оболочка сосудов давления, изготовленная геодезической намоткой нитей. Важно, что в соотношение (20) не входят геометрические параметры и размеры сосуда давления и, следо-

вательно, оно справедливо для сравнения всех композитных оболочек вращения, изготовленных намоткой и относящихся к разным топологическим классам, например, сферам, цилиндрам и торам.

Таким образом, для равнонапряженных композитных оболочек сосудов давления $K_{ф.к \min} = 3$, т. е. в 2 раза больше, чем для равнонапряженной металлической сферы (4) равной $3/2$, однако удельная прочность однонаправленных КМ в 4–6 раз больше, чем у конструкционных металлов. Поэтому существенно (в разы) снизить массу сферических, цилиндрических или тороидальных оболочек баллонов можно лишь за счет изготовления их из однонаправленных композиционных материалов методом намотки по геодезическим линиям поверхности. Следует отметить, что металлические торы имеют область размеров при $\mu \leq 0,333$, где их коэффициент формы выше, чем у равнонапряженных композитных оболочек. Следовательно, в этой области размеров выигрыш в массе у металлических торов будет достигаться не только за счет высокой удельной прочности однонаправленных КМ, но также и за счет уменьшения коэффициента формы в сравнении с металлической тороидальной оболочкой.

Литература

1. Комков М.А., Тарасов В.А. Технология намотки композитных конструкций ракет и средств поражения. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 431 с.
2. Авдонин А.С. Прикладные методы расчета оболочек и тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1969. 402 с.

Статья поступила в редакцию 28.12.2011