Машиностроение и машиноведение

УДК 621. 833.6

Распределение нагрузки по ширине венца сателлита многопоточной планетарной передачи с повышенной податливостью зубьев у торцов

Ф.И. Плеханов¹, А.В. Овсянников²

¹ ΦΓБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»
² Глазовский инженерно-экономический институт (филиал) ΦΓБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»

Load distribution along the pinion rim width of a multi-threaded planetary gear with the teeth increased pliability at the ends

F.I. Plekhanov¹, A.V. Ovsyannikov²

¹ Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education — Kalashnikov Izhevsk State Technical University
² Glazov Institute of Engineering and Economics, Branch of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Приведены результаты исследования многопоточной планетарной передачи с одним внешним и одним внутренним зацеплениями сателлита, нагрузочная способность которой лимитирована контактной прочностью зубьев. Сателлит расположен на двух подшипниках качения, его зубья у торца выполнены в виде консолей для снижения жесткости в зацеплении и уменьшения максимальной погонной нагрузки, вызванной начальным неприлеганием зубьев из-за погрешностей изготовления механизма. Для определения законов распределения нагрузки в зацеплении колес составлены уравнения совместности перемещений зубьев на двух участках линии контакта. Погонная нагрузка на консольной части зуба определена решением дифференциального уравнения четвертого порядка, полученного из уравнений связи деформации консоли зуба и силовых факторов с учетом угла начального неприлегания зубьев. Жесткость зацепления на этом участке вычислена по формулам сопротивления материалов с использованием гипотезы ломаных сечений. Численное решение полученных уравнений позволило определить коэффициент неравномерности распределения нагрузки по ширине венца сателлита с консольными зубьями у его торца, необходимый для расчета передачи на прочность, и оценить влияние параметров указанного зацепления на нагрузочную способность планетарного механизма. Сравнительный анализ передач с податливыми и жесткими зубьями сателлита показал, что у первой из указанных передач нагрузочная способность примерно на 10 % больше, чем у второй.

EDN: FBYCKX, https://elibrary/fbyckx

Ключевые слова: планетарная передача, податливые зубья у торцов, нагрузка по ширине венца

The paper presents results of studying a multi-thread planetary gear with one external and one internal pinion gearing, which load capacity is limited by the teeth contact strength. The pinion is positioned on two rolling bearings, its teeth at the end are made in the form of cantilevers to reduce rigidity in the engagement and lower the maximum linear load caused by the teeth initial non-fitting due to errors in the mechanism manufacture. To determine the laws of load distribution in the wheels engagement, equations were compiled for the teeth displacement compatibility in two sections of the contact. Linear load on the tooth cantilever section was determined by solving a fourth-order differential equation obtained from equations relating to deformation of the tooth cantilever and force factors taking into account the angle of the teeth initial non-fitting. Engagement rigidity in this section was calculated using formulas for the material resistance and the broken sections hypothesis. Numerical solution of the resulting equations made it possible to determine coefficient of the uneven load distribution along the pinion rim width with cantilever teeth at its end, which was necessary to calculate the transmission strength and to assess influence of the specified gearing parameters on the pinion mechanism load parameters. Comparative analysis of gears with flexible and rigid pinion teeth showed that the first of these gears had the load capacity approximately 10 % higher than the second.

EDN: FBYCKX, https://elibrary/fbyckx

Keywords: planetary gear, flexible teeth at the ends, load along the rim width

Благодаря высокой нагрузочной способности и хорошим массогабаритным показателям планетарные передачи (ПП) нашли широкое применение во многих областях техники [1–5]. Среди них наибольшее распространение получили многопоточные (многосателлитные) ПП с одним внешним и одним внутренним зацеплениями сателлита (ПП типа 2К-Н по классификации профессора В.Н. Кудрявцева) [6–9]. Обычно их выполняют с плавающей солнечной шестерней и сателлитами, установленными на сферические подшипники, что позволяет избавиться от избыточных связей и снизить неравномерность распределения нагрузок в зацеплениях зубчатых колес (далее колеса) [10–12].

При ограниченном радиальном размере ПП такого типа каждый ее сателлит установлен на оси посредством двух подшипников качения. В этом случае трудно обеспечить самоустанавливаемость сателлита, а погрешности изготовления ПП и деформация ее отдельных элементов могут привести к существенному снижению нагрузочной способности вследствие неравномерного распределения нагрузки и напряжений по длине зубьев колес [13, 14].

Цель работы — повышение нагрузочной способности ПП.

В процессе функционирования ПП при наличии перекоса зубьев их контакт сначала происходит у торца колеса, что приводит к увеличению погонной нагрузки в этой части зацепления, а также к удару сопрягаемых тел, повышенному уровню шума и преждевременному выходу ПП из строя. Снизить неравномерность распределения нагрузки по длине зубьев колес и улучшить показатели работы механизма можно, выполнив зубья у торцов сателлита в виде консольных балок с эвольвентным профилем (рис. 1) [15].

С учетом того, что нагрузочная способность этих ПП лимитирована контактной прочностью внешнего зацепления, указанная мера при рациональном подборе параметров механизма не приводит к снижению ресурса передачи изза появления дополнительных изгибных напряжений.

Для определения закона распределения нормальной нагрузки по длине зуба сателлита



Рис. 1. Схема ПП с двухопорными сателлитами, плавающей солнечной шестерней и податливыми зубьями у торцов

у его торца (участка длиной l) воспользуемся уравнением связи перемещения в направлении линии действия силы y(x), погонной нагрузки w(x) и изгибающего момента M(x) (рис. 2 и 3):

$$\frac{y^{II}(x)}{\cos\alpha_n} = \frac{M(x)}{IE} + \frac{kw(x)}{FG}\cos\alpha_n, \qquad (1)$$

где α_n — угол профиля зуба в точке контакта; I — момент инерции поперечного сечения зуба относительно оси его симметрии; E и G модуль упругости первого и второго рода соответственно; k = 1, 2; F — площадь поперечного сечения зуба.

Изгибающий момент определяется выражением

$$M(x) = M(0) + Rx - \int_{0}^{x} w(\xi)(x - \xi) d\xi \cos \alpha_{n}.$$
 (2)

Здесь ξ — координата на участке длиной *x*, отмеренная от ее начала, $0 \le \xi \le x$;

$$M(0) = -\int_{0}^{l} w(x) x dx \cos \alpha_{n}; \qquad (3)$$



Рис. 2. Схема зацепления колес с повышенной податливостью зубьев у торцов



Рис. 3. Схема распределения нагрузки по длине зуба

$$R = \int_{0}^{1} w(x) dx \cos \alpha_n, \qquad (4)$$

где *l* — длина участка повышенной податливости.

Погонная нагрузка связана с перемещением элемента зуба сателлита соотношением

$$w(x) = w(0) + c_p \left[\gamma x - |y(x)| - |y^{\mathrm{I}}(z=0)|x] \right], \quad (5)$$

где γ — угол начального неприлегания зубьев в плоскости зацепления (далее угол начального неприлегания зубьев); w(0) — погонная нагрузка в сечении зуба при x = 0 = z; c_p удельная жесткость зацепления на участке повышенной податливости; y(x) — перемещение элемента зуба сателлита на участке повышенной податливости длиной l (при x = 0 и y(x) = 0); $y^{1}(z = 0)$ — угловое перемещение зуба под действием силовых факторов M(0) и R, обусловленное податливостью основной части зуба.

Выразим погонную нагрузку w(0) и угол начального неприлегания зубьев γ через погонную нагрузку в среднем сечении зуба w(см. рис. 3) и определяемый по формуле А.И. Петрусевича [14] теоретический коэффициент неравномерности распределения нагрузки на основном участке зуба K_{β}^{*} без учета влияния на него силовых факторов M(0) и R. Тогда запишем

$$\gamma B = 2\frac{w}{c} \left(K_{\beta}^* - 1 \right); \tag{6}$$

$$w(0) = wK_{\beta}^* - |y(z=0)|c.$$
(7)

Здесь *В* — длина основной части зуба; *с* — удельная жесткость зацепления в его основной части,

$$c = 1/(2\delta_W) \cong 0,075E,$$

где δ_W — податливость зуба при приложении нагрузки в средней по высоте части [13, 14].

Для аналитического определения входящей в состав уравнения (5) удельной жесткости зацепления на участке повышенной податливости c_p найдем составляющие суммарной податливости зуба солнечной шестерни, вызванные деформациями сдвига δ_Q , изгиба δ_M и сжатия δ_N , а также осадкой основания δ_0 , составляющей 20...30 % деформации зуба.

Для этого представим поперечные сечения зуба в виде трапеций (рис. 4), используя интегралы Мора:



Рис. 4. Схема зуба сателлита и его ломаного сечения

$$\delta_Q = \int_0^{H_W} \frac{1,2d\psi\cos^2\alpha_n}{GS(\psi)}; \quad \delta_N = \int_0^{H_W} \frac{d\psi\sin^2\alpha_n}{ES(\psi)};$$
$$\delta_M = \int_0^h \frac{12\zeta^2d\zeta}{ES^3(\zeta)},$$
$$S(\psi) = S_W + 2\psi \operatorname{tg} \alpha_n; \quad S(\zeta) = \frac{S_W}{\cos\alpha_n} + 2\zeta \operatorname{tg} \alpha_n.$$

Здесь H_w — высота зуба от крайней точки его ломаного сечения до места приложения силы; ψ — координата, отмеряемая по высоте зуба от места приложения силы; h — плечо силы относительно центра изгиба зуба, определяемого в соответствии с гипотезой ломаных сечений; ζ — координата, отмеряемая от места приложения силы в направлении прямой бокового профиля зуба; S_w — толщина зуба в месте приложения силы, которая при коэффициенте смещения исходного контура солнечной шестерни x = 0 и приложении силы в средней по высоте части зуба определяется как

$$S_W \cong S = 0, 5\pi m,$$

где S — толщина зуба на делительной окружности; *m* — модуль зацепления.

Тогда жесткость зацепления на рассматриваемом участке, учитывающая податливость зуба солнечной шестерни и контактную податливость сопряжения $\delta_H \cong 4/E$ [13, 14], вычисляется по формуле

$$c_p = \frac{1}{1,3(\delta_M + \delta_Q + \delta_N) + \delta_H}.$$
 (8)

Дифференцируя выражение (1) по *x* дважды с учетом соотношения |y(x)| = -y(x) и уравнений (2)–(5), (8), получаем

$$w^{\text{IV}}(x) - \frac{1,2c_p \cos^2 \alpha_n}{FG} w^{\text{II}}(x) + \frac{c_p \cos^2 \alpha_n}{IE} w(x) = 0, \qquad (9)$$

Решение уравнения (9) методом Эйлера имеет вид

$$w(x) = C_1 e^{-\omega x} \sin\beta x + C_2 e^{-\omega x} \cos\beta x + + C_3 e^{\omega x} \sin\beta x + C_4 e^{\omega x} \cos\beta x.$$
(10)

Здесь *C*₁...*C*₄ — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий;

$$\omega = \frac{\cos v}{S} \sqrt[4]{\frac{12Sc_p \cos^2 \alpha_n}{HE}};$$

$$\beta = \frac{\sin v}{S} \sqrt[4]{\frac{12Sc_p \cos^2 \alpha_n}{HE}};$$

$$v = 0,5 \arccos \frac{0,6(1+\mu) \cos \alpha_n}{\sqrt{3HE/(Sc_p)}},$$

где µ — коэффициент Пуассона материала колес (для стали µ = 0,25).

Используя выражения (7), (10) и (5), получаем

$$w(0) = C_2 + C_4 = wK_{\beta}^* - |y(z=0)|c; \qquad (11)$$

$$w^{\mathrm{I}}(0) = c_{p} \left[\gamma - \left| \gamma^{\mathrm{I}}(z=0) \right| \right]. \tag{12}$$

В соответствии с уравнениями (1), (3) и (5) запишем следующие равенства:

при x = 0

$$\frac{w^{II}(0)}{c_p \cos^2 \alpha_n} = -\frac{1}{IE} \int_0^l w(x) x dx + \frac{1, 2w(0)}{FG}; \quad (13)$$

при x = l

$$\frac{w^{\mathrm{II}}(l)}{c_{p}\cos^{2}\alpha_{n}} = \frac{1,2w(l)}{FG}.$$
 (14)

Силовые факторы R и M(0) находят с помощью выражений (3), (4) и (10). Для определения входящих в состав уравнений (11) и (12) величин y(z=0) и $y^{I}(z=0)$ выразим их через M(0) и R по формулам сопротивления материалов в соответствии со схемой рис. 5, рассматривая зуб как пластину большой длины толщиной $S = 0,5\pi m$ и высотой H = 2m.



Рис. 5. Схема к определению перемещений точек основной части зуба под действием сосредоточенных силы и момента $(h_z = h_{\phi} - z \cos \phi)$

Используя для решения этой задачи интегралы Мора и учитывая, что $B >> H_W$, получаем (см. рис. 5)

$$|y(z)| = \int_{\varepsilon}^{\pi/2} \frac{12Rh_{\varphi} (h_{\varphi} - z\cos\varphi)\cos\alpha_{n}dh_{\varphi}}{EL_{\varphi}S^{3}} + \int_{\varepsilon}^{\pi/2} \frac{12|M(0)|\cos\varphi(h_{\varphi} - z\cos\varphi)\cos\alpha_{n}dh_{\varphi}}{EL_{\varphi}S^{3}} + \int_{\varepsilon}^{\pi/2} \frac{1,2R\cos\alpha_{n}dh_{\varphi}}{GSL_{\varphi}}.$$
 (15)

Здесь

 $\varepsilon = \operatorname{arctg}(z/H_W); \quad h_{\varphi} = H_W \sin\varphi;$ $dh_{\varphi} = H_W \cos\varphi d\varphi; \quad L_{\varphi} = H / \cos\varphi,$

где ф — угловая координата.

С учетом соотношений (6) и (15) выражения (11) и (12) принимают следующий вид:

$$C_{2} + C_{4} = wK_{\beta}^{*} - \frac{CH_{W} \cos \alpha_{n}}{EHS} \times \left\{ \frac{\pi R}{2} \left[1, 5\frac{H_{W}^{2}}{S^{2}} + 1, 2(1+\mu) \right] + \frac{3H_{W} |M(0)|}{S^{2}} \right\}; \quad (16)$$

$$w^{I}(0) = 2w\frac{c_{p}}{BC} (K_{\beta}^{*} - 1) - \frac{c_{p} \cos \alpha_{n}}{EHS} \times \left\{ 4R \left[0, 6(1+\mu) + \left(\frac{H_{W}}{S}\right)^{2} \right] + \frac{9\pi H_{W} |M(0)|}{4S^{2}} \right\}.$$

После преобразований и решения уравнений (13), (14), (16) получаем постоянные интегрирования $C_1...C_4$ и, подставляя их в выражение (10), определяем закон изменения погонной нагрузки на консольном участке зуба сателлита.

Для нахождения закона распределения нагрузки на наиболее нагруженной части зуба на основном его участке длиной В используем уравнение совместности перемещений

$$w(z) = wK_{\beta}^* - c\left[\gamma z + \left| y(z) \right| \right]$$

или с учетом выражений (6) и (15) запишем

$$w(z) = wK_{\beta}^{*} - \frac{cRH_{W}\cos\alpha_{n}}{EHS} \left[\frac{3H_{W}^{2}}{S^{2}} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{z\cos^{4}\varepsilon}{H_{W}} + \frac{\sin 4\varepsilon}{8} - \frac{\varepsilon}{2} \right) \right] + 0.6(1+\mu)(\pi - 2\varepsilon - \sin 2\varepsilon) - \frac{3C|M(0)|H_{W}^{2}\cos\alpha_{n}}{EHS^{3}} \left[\cos^{4}\varepsilon - \frac{z}{H_{W}} \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{3\varepsilon}{2} - \frac{-\sin 2\varepsilon}{8} \right) \right] - \frac{2w}{B} (K_{\beta}^{*} - 1)z.$$

На базе численного решения приведенных уравнений при H = 2m, $H_W = m$, $\alpha_n \cong \alpha_W = 20^\circ$ (α_W — угол зацепления колес) и $\mu = 0,25$ построены графические зависимости относительной погонной нагрузки $W_X = w(X)/w$ от относительной координаты X = x/m и относительной погонной нагрузки $W_Z = w(Z)/w$ от относительной координаты Z = z/m (рис. 6 и 7).

Для определения закона распределения нагрузки по длине зуба у противоположного торца колеса использован тот же метод, но при утле начального неприлегания зубьев $\gamma < 0$.

Среднее значение погонной нагрузки в зацеплении колес с податливыми зубьями у торцов сателлита, выраженное через погонную нагрузку в среднем сечении зуба сателлита *w*, имеет вид

$$W = \left\{ \int_{0}^{l} \left[w(x) + \overline{w}(x) \right] dx + \int_{0}^{0.5B} \left[w(z) + \overline{w}(z) \right] dz \right\} \times \frac{1}{B+2l},$$

где $\overline{w}(x)$, $\overline{w}(z)$ — погонные нагрузки на участках с углом начального неприлегания зубьев $\gamma < 0$.



Рис. 6. Зависимости относительной погонной нагрузки W_Z от относительной координаты Z (*a*) и относительной координаты W_X от относительной координаты Z (*b*) при $K_{\beta}^{\epsilon} = 2,0, \ l/m = 1,5$ и B/m = 20 (—) и 40 (––)





Рис. 7. Зависимости относительной погонной нагрузки W_Z от относительной координаты Z (*a*) и относительной погонной нагрузки W_X от относительной координаты X (*b*) при B/m = 10, l/m = 2 и $K_{\beta}^{*} = 1,5$ (—) и 2,0 (– –)

Тогда коэффициент неравномерности распределения нагрузки в зацеплении колес с податливыми зубьями у торцов сателлита

$$K_{\beta} = w(Z_{\max})/W = W(Z_{\max})w/W,$$

где Z_{max} — относительная координата Z, соответствующая максимальной нагрузке.

Литература

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки в зацеплении колес с жесткими зубъями такой же длины ($b_W = B + 2l$) определяется как

$$K = K_{\beta}^* + \frac{2l}{B} \left(K_{\beta}^* - 1 \right).$$

Нагрузочная способность ПП при прочих равных условиях обратно пропорциональна коэффициенту неравномерности распределения нагрузки в зацеплении колес. В связи с этим соотношение между указанными показателями работы ПП

$$T_{\beta}/T = K/K_{\beta},$$

где T_{β} и T — нагрузочные способности передачи с податливыми и жесткими зубьями сателлита.

Из выполненных по приведенным зависимостям расчетов следует, что при l = 2m, $b_W = B + 2l = 15m$ и угле начального неприлегания зубьев γ , соответствующем $K_{\beta}^* = 1,5$ нагрузочная способность ПП с податливыми зубьями сателлита T_{β} в 1,1 раза больше, чем у ПП с жесткими зубьями сателлита T, т. е. $T_{\beta}/T = 1,1$.

Выводы

1. Выполнение зубьев сателлитов ПП податливыми в их торцовой части ведет к снижению неравномерности распределения нагрузки в зацеплении колес, что положительно сказывается на нагрузочной способности привода (она возрастает примерно на 10 %).

2. Полученные в результате исследования указанной рациональной конструкции ПП зависимости позволяют определить коэффициент неравномерности распределения нагрузки по ширине зубчатого венца сателлита и необходимую для расчета механизма на прочность максимальную погонную нагрузку в зацеплении.

- [1] Сунцов А.С., Вычужанина Е.Ф., Перминова О.М. Оптимизация параметров двухскоростного ручного привода запорной трубопроводной арматуры с автоматическим переключением скоростей. *Химическое и нефтегазовое машиностроение*, 2021, № 5, с. 30–32.
- [2] Плеханов Ф.И., Якимович Б.А. Инновационные разработки механических приводов и возможности их применения в военной технике. Вестник академии военных наук, 2015, № 1, с. 144–146.
- [3] Тимофеев Г.А., Панюхин В.В., Сащенко Д.В. Исследование самотормозящихся планетарных передач с одновенцовыми сателлитами. Проблемы машиностроения и надежности машин, 2020, № 4, с. 44–50, doi: https://doi.org/10.31857/S0235711920040148

- [4] Ермолаев М.М., Захаров М.Н., Синицына Ю.В. Экспериментальная проверка методик расчета распределения сил в планетарно-цевочных редукторах. Вестник машиностроения, 2020, № 12, с. 12–15.
- [5] Boguski B., Kahraman A., Nishino T. A new method to measure planet load sharing and sun gear radial orbit of planetary gear sets. J. Mech. Des., 2012, vol. 134, no. 7, art. 071002, doi: https://doi.org/10.1115/1.4006827
- [6] Плеханов Ф.И., Вычужанина Е.Ф. Исследование напряженно-деформированного состояния щеки водила планетарной передачи. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2019, № 8, с. 3–9, doi: http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2019-8-3-9
- [7] Гончаров Ю.А., Баранова И.А. Рациональное проектирование планетарных передач. Вестник машиностроения, 2019, № 7, с. 3–7.
- [8] Дворников Л.Т., Жуков И.А. Обоснования начал единой теории планетарных передач. Вестник машиностроения, 2022, № 3, с. 3–9.
- [9] Drewniak I., Kopek I., Zawislak S. Kinematical and efficiency analysis of planetary gear trains by means of various graph-based approaches. In: Theory and practice of gearing and transmissions. Springer, 2016, pp. 263–284, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-19740-1_12
- [10] Plekhanov F.I., Goldfarb V.I., Vychuzhanina E.F. Load distribution in meshing of planetary gearwheels and its influence on the technical and economic performance of the mechanism. In: Advanced gear engineering. *Springer*, 2018, vol. 51, pp. 117–137, doi: https://doi.org/ 10.1007/978-3-319-60399-5_6
- [11] Решетов Л.Н. Самоустанавливающиеся механизмы. Москва. Машиностроение, 1991.
- [12] Первушин Г.Н., Сунцов А.С., Вычужанина Е.Ф. Многосателлитная планетарная передача. Патент РФ 2791077. Заявл. 02.11.2022, опубл. 02.03.2023.
- [13] Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д. Деформативность планетарных механизмов. Москва, Наука, 1973.
- [14] Кудрявцев В.Н., Кирдяшев Ю.Н., Гинзбург Е.Г. Планетарные передачи. Ленинград, Машиностроение, 1977. 563 с.
- [15] Плеханов Ф.И., Музафаров Р.С. *Планетарная передача*. Патент РФ 2664608. Заявл. 17.10.2016, опубл. 21.08.2018.

References

- [1] Suntsov A.S., Vychuzhanina E.F., Perminova O.M. Optimization of parameters of the twospeed manual drive of the stopping pipe valves with automatic speed change. *Khimicheskoe i neftegazovoe mashinostroenie*, 2021, no. 5, pp. 30–32. (In Russ.).
- [2] Plekhanov F.I., Yakimovich B.A. Recent developments in the field of mechanical drives and their possible application to military technology. *Vestnik akademii voennykh nauk*, 2015, no. 1, pp. 144–146. (In Russ.).
- [3] Timofeev G.A., Panyukhin V.V., Sashchenko D.V. Studying self-braking planetary gears with single-crown satellites. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2020, no. 4, pp. 44–50, doi: https://doi.org/10.31857/S0235711920040148 (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2020, vol. 49, no. 4, pp. 308–313, doi: https://doi.org/10.3103/S1052618820040147)
- [4] Ermolaev M.M., Zakharov M.N., Sinitsyna Yu.V. Experimental verification of methods for calculation of the distribution of forces in planetary pin gearboxes. *Vestnik mashinostroeniya*, 2020, no. 12, pp. 12–15. (In Russ.).
- [5] Boguski B., Kahraman A., Nishino T. A new method to measure planet load sharing and sun gear radial orbit of planetary gear sets. J. Mech. Des., 2012, vol. 134, no. 7, art. 071002, doi: https://doi.org/10.1115/1.4006827
- [6] Plekhanov F.I., Vychuzhanina E.F. A study of the stress-strain state of the planetary carrier cheek. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy*. *Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2019, no. 8, pp. 3–9, doi: http://dx.doi.org/10.18698/ 0536-1044-2019-8-3-9 (in Russ.).
- [7] Goncharov Yu.A., Baranova I.A. Rational design of planetary gears. Vestnik mashinostroeniya, 2019, no. 7, pp. 3–7. (In Russ.).

- [8] Dvornikov L.T., Zhukov I.A. Fundamentals of a unified theory of planetary gears. Vestnik mashinostroeniya, 2022, no. 3, pp. 3–9. (In Russ.). (Eng. version: Russ. Engin. Res., 2022, vol. 42, no. 6, pp. 541–547, doi: https://doi.org/10.3103/S1068798X22060090)
- [9] Drewniak I., Kopek I., Zawislak S. Kinematical and efficiency analysis of planetary gear trains by means of various graph-based approaches. In: Theory and practice of gearing and transmissions. *Springer*, 2016, pp. 263–284, doi: https://doi.org/10.1007/ 978-3-319-19740-1_12
- [10] Plekhanov F.I., Goldfarb V.I., Vychuzhanina E.F. Load distribution in meshing of planetary gearwheels and its influence on the technical and economic performance of the mechanism. In: Advanced gear engineering. *Springer*, 2018, vol. 51, pp. 117–137, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-60399-5_6
- [11] Reshetov L.N. Samoustanavlivayushchiesya mekhanizmy [Self-aligning mechanisms]. Moscow. Mashinostroenie Publ., 1991. (In Russ.).
- [12] Pervushin G.N., Suntsov A.S., Vychuzhanina E.F. *Mnogosatellitnaya planetarnaya pereda-cha* [Multi-satellite planetary gear]. Patent RU 2791077. Appl. 02.11.2022, publ. 02.03.2023.
- [13] Ayrapetov E.L., Genkin M.D. *Deformativnost planetarnykh mekhanizmov* [Deformability of planetary mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1973. (In Russ.).
- [14] Kudryavtsev V.N., Kirdyashev Yu.N., Ginzburg E.G. *Planetarnye peredachi* [Planetary gears]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1977. 563 p. (In Russ.).
- [15] Plekhanov F.I., Muzafarov R.S. Planetarnaya peredacha [Planetary gear]. Patent RU 2664608. Appl. 17.10.2016, publ. 21.08.2018. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 11.09.2023

Информация об авторах

ПЛЕХАНОВ Федор Иванович — доктор технических наук, профессор кафедры «Промышленное и гражданское строительство». ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова» (426069, Ижевск, Удмуртская Республика, Российская Федерация, Студенческая ул., д. 7, e-mail: fplehanov@list.ru).

ОВСЯННИКОВ Алексей Владимирович — кандидат технических наук, доцент кафедры «Машиностроение и информационные технологии». Глазовский инженерноэкономический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова» (427622, Глазов, Удмуртская Республика, Российская Федерация, ул. Кирова, д. 36, e-mail: ovsv1@yandex.ru).

Information about the authors

PLEKHANOV Fedor Ivanovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Industrial and Civil Engineering. Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education — Kalashnikov Izhevsk State Technical University (426069, Izhevsk, Udmurt Republic, Russian Federation, Studencheskaya St., Bldg. 7, e-mail: fplehanov@list.ru).

OVSYANNIKOV Aleksey Vladimirovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Mechanical Engineering and Information Technologies. Glazov Institute of Engineering and Economics, Branch of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Kalashnikov Izhevsk State Technical University (427622, Glazov, Udmurt Republic, Russian Federation, Kirova St., Bldg. 36, e-mail: ovsv1@yandex.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Плеханов Ф.И., Овсянников А.В. Распределение нагрузки по ширине венца сателлита многопоточной планетарной передачи с повышенной податливостью зубьев у торцов. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2024, № 3, с. 3–10.

Please cite this article in English as:

Plekhanov F.I., Ovsyannikov A.V. Load distribution along the pinion rim width of a multi-threaded planetary gear with the teeth increased pliability at the ends. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 3, pp. 3–10.