

УДК 621.515

Математическое моделирование помпажных колебаний в системе компрессор — сеть

А.Д. Ваняшов

ФГАОУ ВО «Омский государственный технический университет»

Surge oscillations mathematical simulation in the compressor-network system

A.D. Vanyashov

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education: Omsk State Technical University

Приведены основные уравнения математической модели работы системы, включающей в себя центробежный компрессор и сеть, состоящую из характерных элементов: трубопровода, емкости и регулирующего клапана. Математическая модель позволяет определять рабочие параметры указанной системы в режиме реального времени, в том числе при динамической неустойчивости. Выполнена верификация результатов расчета по математической модели с данными экспериментальных исследований в зоне динамической неустойчивости. Проведен анализ перехода от статически устойчивого режима к динамически устойчивому и неустойчивому, т. е. появлению помпажа с определенным периодом и амплитудой колебаний давления и расхода в элементах системы.

EDN: CGZHTC**Ключевые слова:** динамическая неустойчивость, помпаж, центробежный компрессор, система компрессор — сеть

The paper presents basic equations of the system operation mathematical model. The system includes a centrifugal compressor and the network consisting of characteristic elements: pipeline, tank and control valve. The mathematical model makes it possible to determine operating parameters of the indicated system in real time, including its dynamic instability. Calculation results were verified using the mathematical model and the experimental data obtained in the dynamic instability zone. Transition from a statically stable mode to the dynamically stable and unstable modes was analyzed, i.e. surge appearance with certain period and amplitude of the pressure and flow pulsations in the system elements.

EDN: CGZHTC**Keywords:** dynamic instability, surge, centrifugal compressor, compressor-network system

Актуальность задачи. Проявление нестационарности в гидравлических и пневматических системах и вызванные этим волновые процессы важны для оценки их влияния на стабильность работы установок и оборудования. Изучению нестационарных волновых процессов в гидравлических системах посвя-

щено большое количество работ, например [1–3].

Существенным проявлением нестабильности в технологических установках с центробежными компрессорами (ЦК) является помпаж [4], т. е. режим газодинамической неустойчивости, характеризующийся возникновением интенсивных

колебаний давления и расхода рабочего тела (РТ) в системе компрессор — сеть. Динамическая устойчивость вентилятора определяется условием

$$\frac{\partial p_k}{\partial Q} < \frac{L_a}{KC_a}.$$

Здесь $\partial p_k / \partial Q$ — крутизна характеристики ЦК (p_k — давление на выходе из ЦК; Q — объемный расход РТ, $\text{м}^3/\text{с}$); L_a — акустическая масса, характеризующая инерционные свойства сети, $L_a = \rho l_{\text{тр}} / f_{\text{тр}}$ (ρ — плотность РТ, $\text{кг}/\text{м}^3$; $l_{\text{тр}}$ — длина трубопровода, м; $f_{\text{тр}}$ — площадь трубопровода, м^2), кг; K — крутизна характеристики сети, $K = \partial p_c / \partial Q$ (p_c — давление РТ в сети); C_a — акустическая гибкость, характеризующая емкостные свойства сети,

$$C_a = V_c / (\rho a_{\text{зв}}^2)$$

где V_c — объем коммуникаций, м^3 ; $a_{\text{зв}}$ — скорость звука, $\text{м}/\text{с}$.

Использование указанного условия применительно к ЦК вследствие небольшого по сравнению с вентилятором диаметра входного трубопровода и незначительного объема системы делает отношение L_a / C_a пренебрежимо малым, что не позволяет корректно оценить границу устойчивой работы.

Экспериментальным и теоретическим исследованиям помпажа посвящено много работ, в частности [5–9]. Расход РТ через ЦК в процессе помпажных колебаний может изменяться от максимального до минимального и даже до отрицательных значений, что существенно увеличивает динамические нагрузки на ротор, подшипники и привод ЦК. Продолжительная работа ЦК в неустойчивом режиме может привести к аварийным ситуациям. Обеспечение газодинамической устойчивости систем с ЦК является одним из основных условий их надежной и стабильной работы.

На основе анализа структуры установок и систем, в которых работают ЦК, выделены три основные группы элементов, обладающих одинаковыми динамическими свойствами [10]:

- элементы с явно выраженными емкостными свойствами, накапливающие потенциальную энергию (ресиверы, технологические аппараты с большим геометрическим объемом и др.);

- элементы с инерционными свойствами, накапливающие кинетическую энергию (трубопроводы);

- элементы, рассеивающие энергию, — гидравлические сопротивления (дроссельные регулирующие клапаны (далее клапаны), диафрагмы и местные сопротивления разного вида).

В силу указанных причин на промышленных установках помпажные режимы работы исследовать нельзя. В лабораторных условиях возможность фиксации помпажных колебаний существует, но кратковременная, во избежание поломки оборудования. Математическое моделирование динамических режимов работы системы компрессор — сеть позволяет изучить влияние свойств элементов сети на характер помпажа, амплитуду и частоту колебаний РТ в системе.

Цель исследования — разработка математической модели системы компрессор — сеть, верификация ее с экспериментальными данными и выполнение расчетов работы системы в зоне динамической неустойчивости (помпажа).

Объект исследования. Газодинамическая система состоит из одноступенчатого ЦК и расположенных на стороне всасывания элементов сети: емкости заданного объема, трубопровода (заданной длины и диаметра) и клапана. Газодинамическая схема экспериментальной установки приведена на рис. 1, где $p_{\text{атм}}$ — атмосферное давление; G_0 — массовый расход РТ на входе в клапан; p_1 , T_1 , G_1 и p_2 , T_2 , G_2 — давления, температуры и массовые расходы РТ на входе в емкость и на выходе из нее соответственно; M_c , p_c и T_c — масса, давление и температура РТ в емкости соответственно; p_k , p_{k+1} и G_k , G_{k+1} — давления и расходы РТ в начале и конце участка трубопровода dx соответственно; G_3 — массовый расход ЦК.

Подобные схемы с расположением элементов сети на стороне всасывания в ЦК применяются в таких вакуумных системах, как криогенные и холодильные системы, вакуумные печи, аэродинамические испытательные стен-

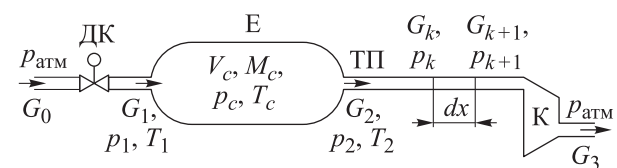


Рис. 1. Газодинамическая схема экспериментальной установки:

ДК — дроссельный клапан; Е — емкость; ТП — трубопровод; К — компрессор

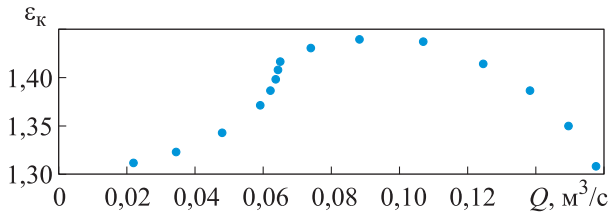


Рис. 2. Экспериментальная ГДХ ступени ЦК с лопаточным диффузором в зоне положительных расходов РТ при условном числе Маха $M_{u_2} = 0,64$

ды, системы циркуляции РТ по замкнутому контуру и др.

Проточная часть ЦК состоит из полуоткрытого осерадиального рабочего колеса диаметром 110 мм, лопаточного диффузора и улитки круглого сечения. Компрессор имеет привод от электродвигателя постоянного тока мощностью $N_{эл.дв}$ через повышающий редуктор с передаточным отношением 14,25 и максимальной частотой вращения $50\,000\text{ мин}^{-1}$.

Экспериментальная газодинамическая характеристика (ГДХ) ступени ЦК с лопаточным диффузором в зоне положительных расходов РТ при условном числе Маха $M_{u_2} = 0,64$ приведена на рис. 2 [11, 12], где ε_k — отношение давлений (давления РТ на выходе из ЦК к давлению на входе в ЦК). Характеристику ступени ЦК в зоне отрицательных расходов определяли по результатам обработки осциллограмм помпажных колебаний и аппроксимировали квадратичной параболой.

Математическая модель динамических характеристик элементов сети с емкостными свойствами. Наиболее выраженные емкостные свойства характерны для ресивера — емкости. Динамические характеристики емкости проявляются в том, что массовые расходы РТ на ее входе и выходе могут произвольно изменяться с течением времени.

Для моделирования емкости приняты следующие допущения:

- РТ (воздух) — совершенный (идеальный газ);
- давление и температура РТ по объему емкости отличаются от интегральных значений на пренебрежимо малую величину;
- температура РТ на выходе из емкости T_2 равна среднеинтегральной температуре РТ в емкости T_c ;
- в каждый момент времени τ давление РТ на входе в емкость p_1 и на выходе из нее p_2 равны давлению РТ в емкости p_c .

Изменение массы РТ в емкости объемом V_c за бесконечно малое время $d\tau$ определяется выражением

$$\frac{dM_c}{d\tau} = (G_1 - G_2)$$

или

$$V_c \frac{dp}{d\tau} = (G_1 - G_2). \quad (1)$$

Процесс изменения параметров состояния РТ в емкости в каждый момент времени можно считать политропным:

$$\frac{p_c}{\rho_c^n} = \text{const}, \quad (2)$$

где n — показатель политропы; ρ_c — плотность РТ в емкости, кг/м^3 .

Взяв производную уравнения (2) как сложной функции, получаем

$$dp_c = dp_c \frac{\rho_c}{n\rho_c} = dp_c \frac{1}{RT_c n}, \quad (3)$$

где R — газовая постоянная, $\text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{кг})$.

После подстановки выражения (3) в формулу (1) запишем

$$G_1 - G_2 = \frac{V_c}{RT_c n} \frac{dp_c}{d\tau}. \quad (4)$$

Текущее значение показателя политропы процесса изменения состояния РТ в емкости

$$n = (c - c_p) / (c - c_v),$$

где c — теплоемкость процесса, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; c_p и c_v — теплоемкость РТ при постоянном давлении и объеме соответственно, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Теплоемкость процесса

$$c = dq/dT.$$

Здесь q — количество тепла, подведенного к одному килограмму РТ, $\text{Дж}/\text{кг}$,

$$dq = \frac{M_c i_c + (i_1 G_1 T_1 - i_c G_2 T_c - N_T) d\tau}{M_c + (G_1 - G_2) d\tau} - i_c,$$

где i_c — удельная энтальпия РТ в емкости, $\text{Дж}/\text{кг}$; i_1 — энтальпия РТ на входе в емкость, $\text{Дж}/\text{кг}$; N_T — тепловой поток через поверхность теплообмена, Вт .

Величина изменения температуры РТ

$$dT_c = (dq - p_c / d\rho_c) / c_v.$$

Величина изменения плотности РТ в емкости

$$d\rho_c = \frac{M_c + (G_1 - G_2) d\tau}{V_c}.$$

Математическая модель динамических характеристик элементов сети с инерционными свойствами. Для моделирования трубопровода приняты следующие допущения:

- для небольших чисел Маха ($M \leq 0,15$) в каждом сечении трубопровода статические энтальпия i и давление РТ p равны полным параметрам, т. е. $i = i^*$ и $p = p^*$;
- профиль скорости РТ по сечению трубопровода при нестационарном потоке незначительно отличается от стационарного [3];
- теплообмен между РТ и внешней средой отсутствует.

В конце участка трубопровода длиной dx давление РТ p_{k+1} и массовый расход РТ G_{k+1} определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} p_{k+1} &= p_k + \frac{\partial p}{\partial x} dx \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{\partial p}{\partial x} dx; \\ G_{k+1} &= G_k + \frac{\partial G}{\partial x} dx \Rightarrow G_2 = G_1 + \frac{\partial G}{\partial x} dx. \end{aligned} \quad (5)$$

На динамику изменения давления в трубопроводе влияют его потери вследствие трения ∂p_L^* и колебания давления из-за изменения массы РТ в трубопроводе

$$\partial p_G = \frac{dx}{f_{\text{тр}}} \frac{\partial G}{\partial \tau}, \text{ Па.}$$

Тогда величина изменения давления на участке трубопровода dx принимает вид

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \frac{\partial p}{\partial x} dx = p_1 - \frac{\partial p_L^*}{\partial x} dx - \frac{dx}{f_{\text{тр}}} \frac{\partial G}{\partial \tau} - \\ & - \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p_L^*}{\partial x} + \frac{1}{f_{\text{тр}}} \frac{\partial G}{\partial \tau}. \end{aligned} \quad (6)$$

Массовый расход РТ G_2 из-за наличия собственной емкости трубопровода отличается от массового расхода РТ на входе в емкость G_1 на величину $dG = G_1 - G_2$.

Учитывая выражение (5), а также то, что в уравнении (4) объем трубопровода

$$V_{\text{тр}} = f_{\text{тр}} dx,$$

и пренебрегая слагаемыми второго порядка малости, запишем

$$dG = \frac{f_{\text{тр}} dx}{RT_c n} \frac{\partial p_1}{\partial \tau}. \quad (7)$$

С учетом выражений (5) и (7) справедливо соотношение

$$-\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{f_{\text{тр}}}{RT_c n} \frac{\partial p_1}{\partial \tau}. \quad (8)$$

Таким образом, динамические характеристики трубопровода описываются системой из двух дифференциальных уравнений в частных производных (6) и (8).

Динамические характеристики элементов сети, рассеивающих энергию. Рассеивание энергии в системах с ЦК происходит на местных гидравлических сопротивлениях разного вида.

Для моделирования местных сопротивлений приняты следующие допущения:

- при небольшом перепаде давления РТ на местном сопротивлении значения полных температур потока до и после него являются одинаковыми;
- для определения потерь на местных сопротивлениях в динамическом режиме инерционными свойствами потока можно пренебречь.

В работе [2] показано, что потери давления РТ в трубопроводах при нестационарном течении потока можно определять по тем же уравнениям, что и для стационарного режима:

$$\begin{aligned} \Delta p_L^* &= \lambda \frac{l}{d_{\text{вн}}} \frac{\rho w_2^2}{2} = \lambda \frac{l}{d_{\text{вн}}} \frac{G_2^2}{2\rho f_{\text{тр}}^2} = \\ & = \left(\lambda \frac{l}{d_{\text{вн}}} \frac{G_2}{2\rho f_{\text{тр}}^2} \right) G_2, \end{aligned} \quad (9)$$

где λ — коэффициент гидравлического трения; l — длина трубопровода, м; $d_{\text{вн}}$ — диаметр трубопровода, м; w_2 — скорость потока на входе в трубопровод, м/с.

Гидравлическое сопротивление определяется следующими выражениями:

- для трубопровода длиной l

$$R_L = \frac{\Delta p_L^*}{G_2} = \lambda \frac{l}{d_{\text{вн}}} \frac{G_2}{2\rho f_{\text{тр}}^2}, \text{ 1/(м}\cdot\text{с)},$$

- для трубопровода длиной $l = 1$ м

$$R_0 = \frac{R_L}{l} = \frac{\lambda}{d_{\text{вн}}} \frac{G_2}{2\rho f_{\text{тр}}^2}, \text{ 1/(м}^2\cdot\text{с)}.$$

В уравнениях (6) и (9) величину $1/f_{\text{тр}} = L_0$ можно назвать инерционностью одного метра трубопровода, тогда инерционность трубопровода длиной l

$$l/f_{\text{тр}} = L, \text{ 1/м.}$$

С учетом введенных параметров сопротивления и инерционности для трубопровода длиной l уравнения (6) и (8) принимают вид

$$\begin{aligned} -dp &= R_0 l + L_0 l \frac{dG}{d\tau}; \\ -dG &= \frac{f_{\text{тр}}^2}{RT_c n} L_0 l \frac{dp}{d\tau}. \end{aligned}$$

Потери давления РТ на местном сопротивлении

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{м}}^* &= p_1^* - p_2^* = \xi \frac{\rho w_0^2}{2} = \xi \frac{G_0^2}{2\rho f_{\text{уз}}^2} = \\ &= \left(\xi \frac{G_0}{2\rho f_{\text{уз}}^2} \right) G_0 = R_{\text{м}} G_0. \end{aligned}$$

Здесь ξ — коэффициент местного сопротивления; w_0 — скорость потока РТ через местное сопротивление (клапан); $f_{\text{уз}}$ — площадь узкого сечения потока РТ, м^2 ; G_0 — массовый расход РТ через местное сопротивление (клапан), кг/с ; $R_{\text{м}}$ — местное сопротивление, $1/(\text{м}\cdot\text{с})$,

$$R_{\text{м}} = \xi \frac{G_0}{2\rho f_{\text{уз}}^2}.$$

Массовый расход РТ через клапан

$$G_0 = \mu f_{\text{кл}} \varepsilon \sqrt{2\Delta p^* \rho},$$

где μ — коэффициент расхода, задаваемый в виде функции от отношения $f_{\text{кл}}/f_{\text{max}}$ ($f_{\text{кл}}$ — текущая площадь открытия проходного сечения клапана, м^2 ; f_{max} — площадь сечения клапана при полном открытии, м^2); ε — коэффициент, учитывающий расширение потока РТ при прохождении через проходное сечение клапана [13].

Динамические характеристики турбокомпрессора. Для моделирования ступени ЦК приняты следующие допущения:

- емкостными свойствами ступени можно пренебречь, поэтому массовый расход РТ во всасывающей патрубке $G_{\text{н}}$ в любой момент времени равен массовому расходу РТ в нагнетательной патрубке $G_{\text{к}}$;

- внешние утечки РТ через лабиринтные уплотнения отсутствуют.

Исходные ГДХ ступени ЦК представлены в виде зависимостей отношения давлений $\varepsilon_{\text{к}}$ и эффективной мощности $N_{\text{е}}$ от объемного расхода РТ Q , приведенных к стандартным начальным условиям на входе: температуре РТ $T_{\text{тр}} = 293 \text{ К}$ и давлению РТ $p_{\text{тр}} = 101,3 \text{ кПа}$ при номинальной частоте вращения ротора ω .

Для стационарного режима работы давление РТ на выходе из ступени

$$p_{\text{к}} = p_{\text{н}} \varepsilon_{\text{к}} = p_{\text{н}} f(Q, \omega),$$

где $p_{\text{н}}$ — давление РТ на входе в ступень.

В процессе помпажа вследствие динамического воздействия потока на ротор при обратном течении РТ может изменяться частота вращения ротора, а также — температура и давление РТ на входе во всасывающий патрубок ЦК. Поэтому в каждый момент времени $d\tau$ необходимо выполнять пересчет ГДХ ЦК, построенных в условиях приведения, на новые входные условия [14].

При нестационарных режимах работы мгновенные значения отношения давлений в ступени ЦК могут не совпадать с аналогичными значениями в стационарном режиме при данном расходе РТ, так как при быстром изменении расхода РТ через ступень требуется некоторый конечный промежуток времени для перестройки потока. Отсутствие учета этого явления может привести к погрешностям при моделировании нестационарных режимов в системах с ЦК.

Результаты исследования указанного явления в осевых компрессорах приведены в работах [15, 16], где показано, что для развития полного срыва потока компрессору потребовалось время, равное 5...10 периодам частоты вращения ротора, а для центробежных ступеней это соотношение может составлять 6...12 [17].

В математической модели запаздывание реакции ЦК предложено учитывать с помощью постоянной времени $\tau_{\text{к}} \approx 10/\omega$. Тогда для динамической характеристики ЦК можно записать

$$\varepsilon_{\text{к}} = \varepsilon_{\text{к}} - \tau_{\text{к}} \frac{\partial \varepsilon_{\text{к}}}{\partial \tau}.$$

Окончательная система уравнений для описания динамических режимов ступени ЦК имеет следующий вид:

$$\begin{cases} p_{\text{к}} = p_{\text{н}} \left(1 + \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \left[\left(\varepsilon_{\text{к}} - \tau_{\text{к}} \frac{\partial \varepsilon_{\text{к}}}{\partial \tau} \right)^{\frac{k-1}{k\eta_{\text{п}}}} - 1 \right] \right)^{\frac{k\eta_{\text{п}}}{k-1}}; \\ \frac{\partial \omega}{\partial \tau} = \frac{N_{\text{эл.дв}} - \frac{p_{\text{н}}}{T_{\text{н}}} \frac{T_{\text{тр}}}{p_{\text{тр}}} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^3 N_{\text{е}}}{J\omega}; \\ \omega' = \omega + \tau_{\text{к}} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \tau} \right); \\ Q' = G \left(\frac{\omega'}{\omega} \right) RT_{\text{тр}} / p_{\text{тр}}, \end{cases}$$

где k — показатель адиабаты; $\eta_{\text{п}}$ — политропный коэффициент полезного действия; J —

момент инерции системы ЦК и привода, приведенный к ротору ЦК, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$.

Разработанная математическая модель системы компрессор — сеть реализована в виде программы в системе визуального моделирования WisSim (Visual Simulation). Численное решение системы дифференциальных уравнений выполнено методом Рунге — Кутты четвертого порядка [18].

Верификация математической модели. Проверка адекватности предложенной модели проведена на экспериментальной установке с одноступенчатым центробежным нагнетателем. Результаты моделирования экспериментального стенда с сетью, расположенной на стороне всасывания ЦК и состоящей из короткого трубопровода длиной $L_{\text{тр.вс}} = 2,2$ м, емкости объемом $V_c = 0,2$ м^3 и открытого на 50 % клапана (со степенью открытия $f_{\text{кл}}/f_{\text{max}} = 50$ %) приведены на рис. 3. Здесь показаны зависимость давления

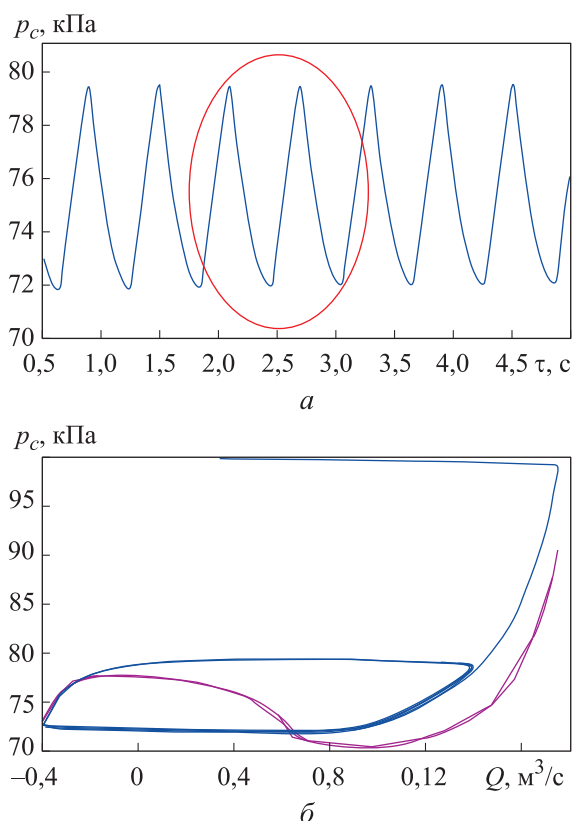


Рис. 3. Результаты моделирования экспериментального стенда с сетью, расположенной на стороне всасывания ЦК, при длине трубопровода $L_{\text{тр.вс}} = 2,2$ м, объеме емкости $V_c = 0,2$ м^3 и степени открытия клапана $f_{\text{кл}}/f_{\text{max}} = 50$ %
 а — зависимость давления РТ в емкости p_c от времени t ;
 б — зависимости давлений РТ в емкости p_c (—) и на выходе из ЦК p_k (---) от объемного расхода РТ Q

РТ в емкости p_c от времени t (рис. 3, а), зависимость давления РТ в емкости p_c от расхода РТ Q и ГДХ ЦК в виде зависимости давления на выходе из ЦК p_k от объемного расхода РТ Q (рис. 3, б).

Работа системы с открытым на 50 % клапаном на всасывании является газодинамически неустойчивой, что проявляется в колебаниях давления и расхода РТ с периодом 0,6 с (частотой 1,658 Гц). Период вращения ротора составляет 0,0012 с (833 Гц), т. е. частота помпажных колебаний примерно в 500 раз меньше, чем частота вращения ротора ЦК.

Для верификации разработанной математической модели выполнено сравнение результатов численного и натурального экспериментов в виде наложения графиков колебаний давления РТ в емкости от времени. Результаты верификации приведены на рис. 4 и в таблице. Экспериментальная зависимость построена путем обработки осциллограмм колебаний давления РТ p_c в емкости Е (см. рис. 1), расчетная — по математической модели (см. рис. 3) выборкой с интервалом $t = 1$ с (со второй секунды по третью), выделенной красным цветом.

Анализ данных, приведенных в таблице и на рис. 4 показывает, что результаты моделирования достаточно точно совпадают по частоте и амплитуде колебаний давления РТ. Расхождение как по амплитуде колебаний РТ, так и по их частоте, составляет не более 2 %, что находится в пределах погрешности эксперимента и подтверждает адекватность математической модели рассматриваемой системы.

По результатам верификации математической модели можно заключить, что ее можно использовать для оценки границ газодинамической устойчивости систем с ЦК при переменных режимах работы, а также для оценки амплитуды и временных характеристик помпажных колебаний давления и расхода РТ через ЦК.

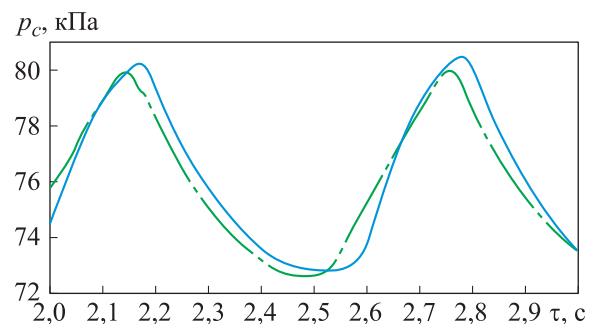


Рис. 4. Экспериментальная (—) и расчетная (---) зависимости давления РТ в емкости p_c от времени t

Результаты верификации математической модели системы компрессор — сеть

Параметр	Значение		Погрешность, %
	экспериментальное	расчетное	
Период (частота) колебаний давления РТ, с (Гц)	0,603 (1,658)	0,617 (1,621)	-2,315 (2,263)
Амплитуда колебаний давления РТ, кПа	7,507	7,337	2,265

Моделирование помпажных колебаний системы при подключении элементов сети на стороне всасывания в ЦК. Варьируя в математической модели, построенной для схемы, приведенной на рис. 1, геометрические параметры инерционных и емкостных элементов, т. е. изменяя объем емкости, длину трубопровода на

всасывании и степень открытия клапана, можно получить диаграммы устойчивых и неустойчивых режимов работы системы с сетью, подключенной к всасывающей стороне ЦК.

Результаты моделирования работы системы с сетью, расположенной на стороне всасывания ЦК, при длине трубопровода $L_{тр.вс} = 8$ м, объеме

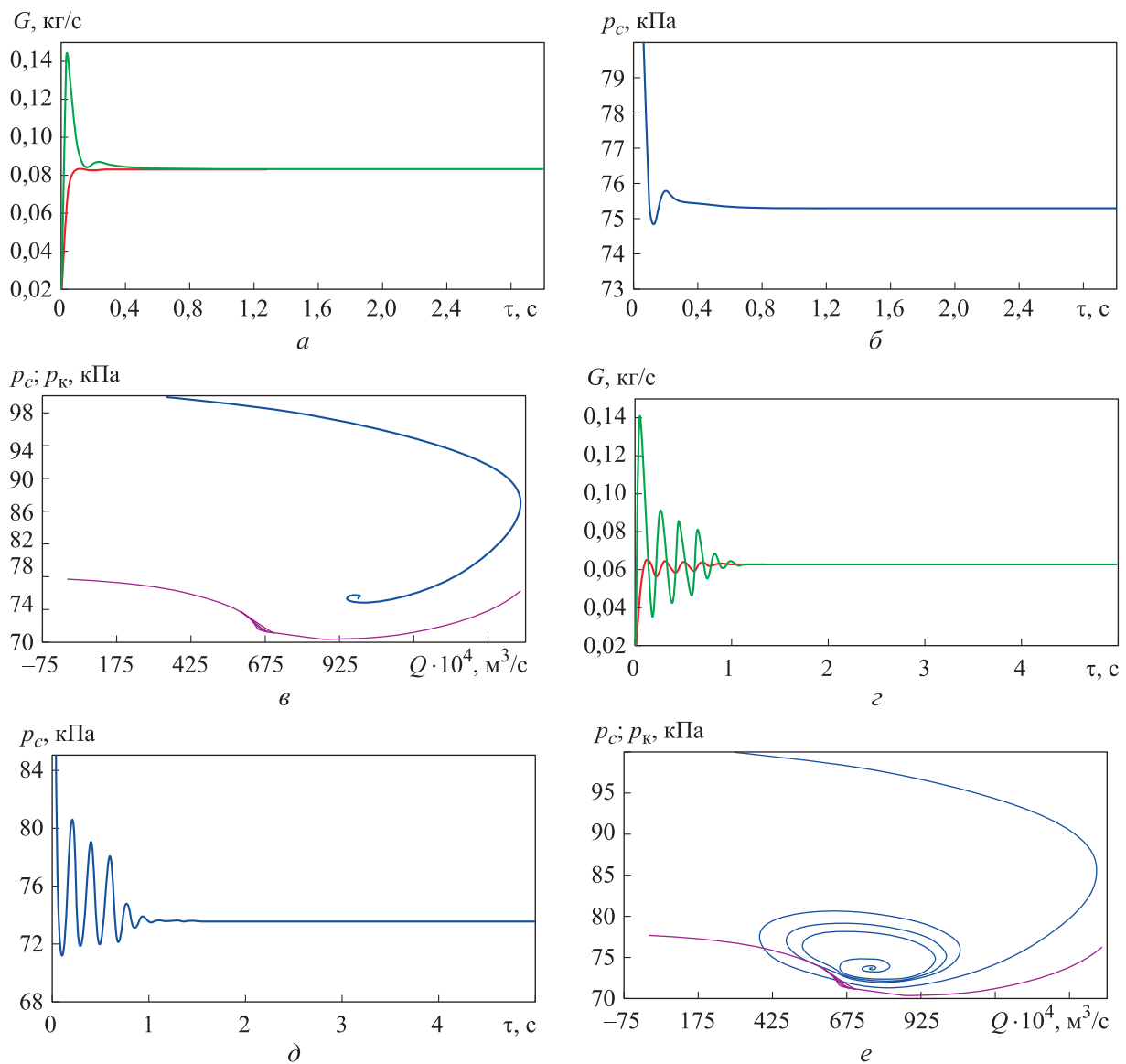


Рис. 5 (начало). Результаты моделирования работы системы с сетью, расположенной на стороне всасывания ЦК, при $L_{тр.вс} = 8$ м, $V_c = 0,02$ м³ и $f_{кл}/f_{max} = 75$ (а-в), 56 (г-е) и 50 % (ж-и):

а, г — зависимости массового расхода РТ G в трубопроводе (—) и через клапан (—) от времени t ;

б, д — зависимости давления РТ в емкости p_c от времени t ;

в, е — зависимости давлений РТ в емкости p_c (—) и на выходе ЦКа p_k (—) от объемного расхода РТ Q

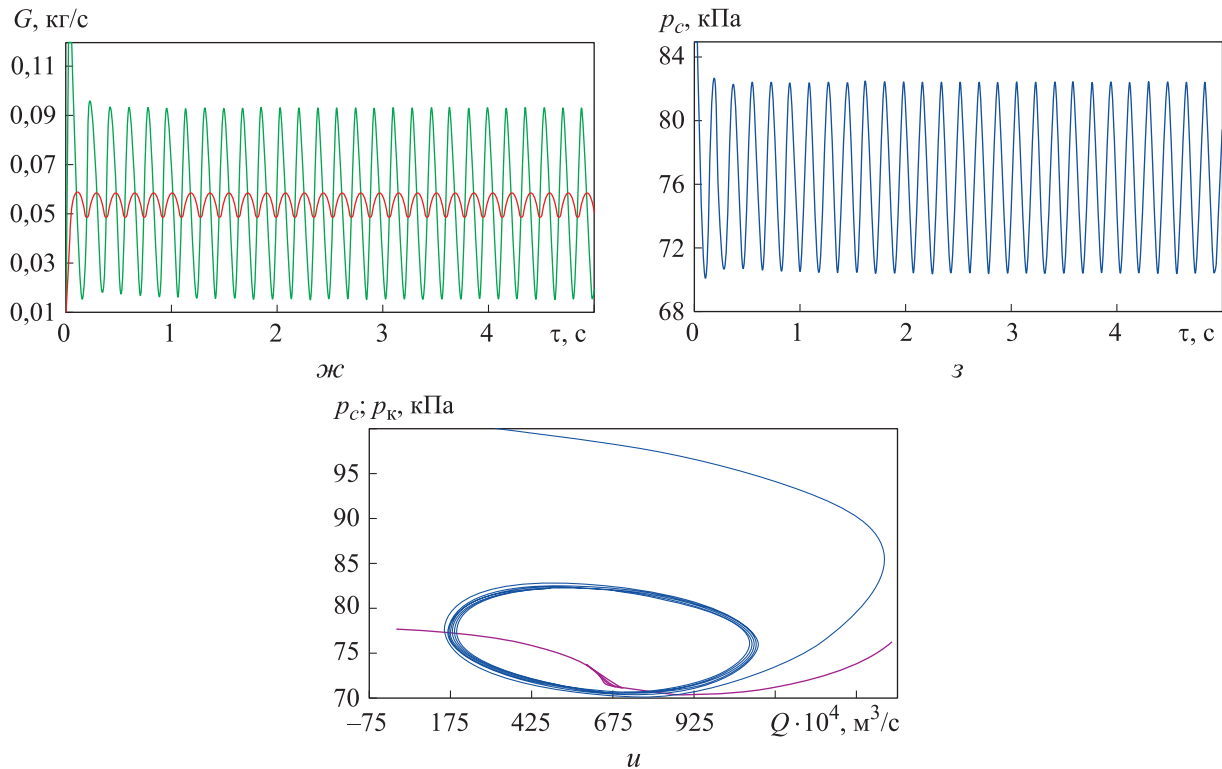


Рис. 5 (окончание). Результаты моделирования работы системы с сетью, расположенной на стороне всасывания ЦК, при $L_{\text{тр.вс}} = 8$ м, $V_c = 0,02$ м³ и $f_{\text{кл}}/f_{\text{max}} = 75$ (а–в), 56 (г–е) и 50 % (ж–и):
 ж — зависимости массового расхода РТ G в трубопроводе (—) и через клапан (—) от времени t ;
 з — зависимости давления РТ в емкости p_c от времени t ;
 и — зависимости давлений РТ в емкости p_c (—) и на выходе ЦКа p_k (—) от объемного расхода РТ Q

емкости $V_c = 0,02$ м³ и степени открытия клапана на $f_{\text{кл}}/f_{\text{max}} = 75$, 56 и 50 % приведены на рис. 5. Здесь показаны зависимости массового расхода РТ G в трубопроводе и через клапан от времени t (рис. 5, а, г, ж), зависимости давления РТ в емкости p_c от времени t (рис. 5, б, д, з), зависимости давления РТ в емкости p_c от объемного расхода РТ и ГДХ ЦК в виде зависимости давления на выходе из ЦК p_k от объемного расхода РТ (рис. 5, в, е, и).

Результаты моделирования работы системы с открытым на 75 % клапаном приведены на рис. 5, а–в. Видно, что выход на режим происходит достаточно быстро (в течение 1 с), и он является статически устойчивым.

Результаты моделирования работы системы с открытым на 56 % клапаном приведены на рис. 5, г–е. Выход на режим происходит несколько дольше, динамические изменения происходят в течение 1,5 с и сопровождаются повышенными пульсациями давления РТ в системе. Этот режим является динамически устойчивым.

Результаты моделирования работы системы с открытым на 50 % клапаном приведены на

рис. 5, ж–и. Видно, что система не выходит на устойчивый режим, работа сопровождается периодическими колебаниями давления РТ с большой амплитудой, т. е. входит в помпаж. Этот режим является динамически неустойчивым. Дальнейшее прикрытие клапана до 45 % еще сильнее увеличивает амплитуду колебаний давления и расхода РТ.

Выводы

1. Предложена математическая модель динамической системы, состоящей из одноступенчатого ЦК и элементов сети, способных накапливать потенциальную энергию (емкостные свойства), кинетическую энергию (инерционные свойства) и рассеивать энергию.

2. Разработанная на основе математической модели программа расчета в системе визуального моделирования WisSim позволяет в режиме реального времени или с функцией замедления процессов исследовать газодинамические процессы в системе компрессор — сеть.

3. Верификация математической модели рассматриваемой системы с результатами экс-

периментальных исследований показала качественное совпадение диаграмм колебаний давления РТ с погрешностью по амплитуде и частоте не более 3 %.

4. В качестве примеров приведены результаты работы системы при статически и динамически устойчивых режимах, где формируется устойчивый фокус после нескольких циклов колебаний, а также в условиях динамической неустойчивости, т. е. в процессе помпажных

колебаний. На одном из режимов, с открытым на 50 % клапаном, показано, что частота помпажных колебаний примерно в 500 раз меньше, чем частота вращения ротора компрессора.

5. Математическая модель динамической системы компрессор — сеть позволяет выполнить параметрический анализ изменения параметров элементов на границу появления неустойчивости в системе и характер помпажных колебаний.

Литература

- [1] Спиридонов С.В. Эволюция расчетных моделей в транспорте газа. *Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности*, 2016, № 9, с. 37–43.
- [2] Чарный И.А. *Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах*. Москва, Недра, 1975. 296 с.
- [3] Попов Д.Н., Смирнов А.А. Расчет нестационарных процессов в сложных гидросистемах с распределенными параметрами. *Вестник Машиностроения*, 1994, № 11, с. 16–19.
- [4] Казакевич В.В. *Автоколебания (помпаж) в компрессорах*. Москва, Машиностроение, 1974. 264 с.
- [5] Гузельбаев Я.З., Хавкин А.Л. Экспериментальное определение границы помпажа центробежных компрессоров с масляными и электромагнитными подшипниками без ввода их в помпаж. *Компрессорная техника и пневматика*, 2018, № 3, с. 25–28.
- [6] Гузельбаев Я.З., Хавкин А.Л. Результаты помпажных испытаний центробежных компрессоров со встроенным мультипликатором в условиях эксплуатации. *Компрессорная техника и пневматика*, 2019, № 4, с. 33–35.
- [7] Иноземцев Д.А., Величко Е.И., Музыкантова А.В. и др. Помпаж нагнетателей. *Мат. II Межд. науч.-практ. конф.* Т. 1. Краснодар, Юг, 2022, с. 177–180.
- [8] Ильичев В.Ю., Савин В.Ю. Динамическое моделирование системы антипомпажного регулирования центробежного компрессора. *Компрессорная техника и пневматика*, 2020, № 2, с. 34–38.
- [9] Старцев А.Н., Браилко И.А., Орехов И.К. Аэродинамическая неустойчивость и помпаж в трансзвуковом центробежном компрессоре. *Насосы. Турбины. Системы*, 2017, № 1, с. 66–77.
- [10] Ваняшов А.Д., Кустиков Г.Г. Моделирование нестационарных газодинамических режимов (помпаж) в системах с центробежными компрессорами. *Динамика систем, механизмов и машин*, 2019, т. 7, № 3, с. 46–53.
- [11] Кустиков Г.Г. Экспериментальная установка для исследования газодинамической устойчивости турбокомпрессорных систем. В: *Повышение эффективности холодильных и компрессорных машин*. Омск, ОмПИ, 1982, с. 50–54.
- [12] Ден Г.Н., Кустиков Г.Г., Потапов Ю.А. Получение неустойчивого участка характеристики центробежной ступени и определение границы помпажа. В: *Холодильные машины и термотрансформаторы*. Ленинград, ЛТИХП, 1985, с. 14–21.
- [13] Альтшуль А.Д., Киселев П.Г. *Гидравлика и аэродинамика*. Москва, Стройиздат, 1975. 327 с.
- [14] Ваняшов А.Д., Кустиков Г.Г. *Расчет и конструирование центробежных компрессорных машин*. Омск, Изд-во ОмГТУ, 2017. 256 с.
- [15] Meher-Homji C.B., Bromley A. Gas turbine axial compressor fouling and washing. *Turbomachinery Symposium*, 2004, vol. 33, pp. 163–191.
- [16] Cumpsty N.A. *Compressor aerodynamics*. Krieger, 2004. 517 p.
- [17] Евдокимов В.Е. Опыт наблюдения за нестационарными процессами в ступенях ЦКМ. *Турбины и компрессоры*, 2000, № 1–2, с. 38–41.
- [18] Дьяконов В.П. *VisSim+Mathcad+MATLAB. Визуальное математическое моделирование*. Москва, Солон-Пресс, 2008. 384 с.

References

- [1] Spiridonov S.V. Evolution of computational models in gas transport. *Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz v neftyanoy promyshlennosti* [Automation and Informatization of the Fuel and Energy Complex], 2016, no. 9, pp. 37–43. (In Russ.).
- [2] Charnyy I.A. *Neustanovivsheesya dvizhenie realnoy zhidkosti v trubakh* [Unsteady motion of real liquid in pipes]. Moscow, Nedra Publ., 1975. 296 p. (In Russ.).
- [3] Popov D.N., Smirnov A.A. Calculation of non-stationary processes in complex hydraulic systems with distributed parameters. *Vestnik Mashinostroeniya*, 1994, no. 11, pp. 16–19. (In Russ.).
- [4] Kazakevich V.V. *Avtokolebaniya (pompazh) v kompressorakh* [Auto oscillations (pompaze) in compressors]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1974. 264 p. (In Russ.).
- [5] Guzelbaev Ya.Z., Khavkin A.L. Experimental determination of the surge limit of centrifugal compressors with oil and electro-magnetic bearings without entering into surging. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2018, no. 3, pp. 25–28. (In Russ.).
- [6] Guzelbaev Ya.Z., Khavkin A.L. Results of the surge tests of integrally geared centrifugal compressors under operation conditions. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2019, no. 4, pp. 33–35. (In Russ.).
- [7] Inozemtsev D.A., Velichko E.I., Muzykantova A.V. et al. [Pumping supplies]. *Mat. II Mezhd. nauch.-prakt. konf. T. 1* [Proc. II Int. Sci.-Pract. Conf. Vol. 1]. Krasnodar, Yug Publ., 2022, pp. 177–180. (In Russ.).
- [8] Ilichev V.Yu., Savin V.Yu. Dynamic simulation centrifugal compressor anti-surge control system. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2020, no. 2, pp. 34–38. (In Russ.).
- [9] Startsev A.N., Brailko I.A., Orekhov I.K. Aerodynamic instability and surge in a transonic centrifugal compressor. *Nasosy. Turbiny. Sistemy* [Pumps. Turbines. Systems], 2017, no. 1, pp. 66–77. (In Russ.).
- [10] Vanyashov A.D., Kustikov G.G. Modeling of the non-stationary gasdynamic modes (surge) in systems with centrifugal compressors. *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin* [Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines], 2019, vol. 7, no. 3, pp. 46–53. (In Russ.).
- [11] Kustikov G.G. Eksperimentalnaya ustanovka dlya issledovaniya gazodinamicheskoy ustoychivosti turbokompressornykh system [Experimental setup for the study of gas dynamic stability of turbo-compressor systems]. V: *Povyshenie effektivnosti kholodilnykh i kompressornykh mashin* [In: Increase of efficiency of refrigerating and compressor machines]. Omsk, OmPI Publ., 1982, pp. 50–54. (In Russ.).
- [12] Den G.N., Kustikov G.G., Potapov Yu.A. Poluchenie neustoychivogo uchastka kharakteristiki tsentrobezhnoy stupeni i opredelenie granitsy pompazha [Obtaining of the unstable section of the centrifugal stage characteristic and determination of the pompaze boundary]. V: *Kholodilnye mashiny i termotransformatory* [In: Refrigerating machines and thermo-transformers]. Leningrad, LTIKhp Publ., 1985, pp. 14–21. (In Russ.).
- [13] Altshul A.D., Kiselev P.G. *Gidravlika i aerodinamiska* [Hydraulics and aerodynamics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1975. 327 p. (In Russ.).
- [14] Vanyashov A.D., Kustikov G.G. *Raschet i konstruirovaniye tsentrobezhnykh kompressornykh mashin* [Calculation and design of centrifugal compressor machines]. Omsk, Izd-vo OmGTU Publ., 2017. 256 p. (In Russ.).
- [15] Meher-Homji C.B., Bromley A. Gas turbine axial compressor fouling and washing. *Turbomachinery Symposium*, 2004, vol. 33, pp. 163–191.
- [16] Cumpsty N.A. *Compressor aerodynamics*. Krieger, 2004. 517 p.
- [17] Evdokimov V.E. Experience of observation of unsteady processes in CCM stages. *Turbiny i kompressory*, 2000, no. 1–2, pp. 38–41. (In Russ.).
- [18] Dyakonov V.P. *VisSim+Mathcad+MATLAB. Vizualnoe matematicheskoe modelirovaniye* [VisSim+Mathcad+MATLAB. Visual mathematical modelling]. Moscow, Solon-Press Publ., 2008. 384 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 02.10.2023

Информация об авторе

ВАНЯШОВ Александр Дмитриевич — кандидат технических наук, доцент кафедры «Холодильная и компрессорная техника и технология». ФГАОУ ВО «Омский государственный технический университет» (644050, Омск, Российская Федерация, пр. Мира, д. 11, e-mail: adv@omgtu.ru).

Information about the author

VANYASHOV Aleksandr Dmitrievich — Candidate of Science (Eng.), Assistant Professor, Department of Refrigerating and Compressor Equipment and Technology. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education Omsk State Technical University (644050, Omsk, Russian Federation, Mir Ave., Bldg. 11, e-mail: adv@omgtu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ваняшов А.Д. Математическое моделирование помпажных колебаний в системе компрессор — сеть. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 2, с. 59–69.

Please cite this article in English as:

Vanyashov A.D. Surge oscillations mathematical simulation in the compressor-network system. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2024, no. 2, pp. 59–69.



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям монографию «Управление качеством полос и листов при горячей прокатке»

**Авторы: Р.Л. Шаталов, А.Г. Колесников,
А.В. Алдунин, А.В. Мунтин**

В монографии обобщены известные и предложены новые математические модели, методы и системы управления показателями качества полос и листов при горячей прокатке. Приведены научно обоснованные решения по глобальной оптимизации управления листопрокатным комплексом: «нагревательные печи — стан горячей прокатки — отделение отделки полос», а также локальным критериям оптимизации отдельных технологических подсистем, обеспечивающих повышение эффективности производства и улучшение качества полос. Предложены методы и алгоритмы начальной настройки систем контроля и управления и функциональные схемы систем регулирования температуры, толщины, ширины, плоскостности, структуры и механических свойств деформируемого металла в режиме реального времени. Даны конкретные примеры повышения эффективности функционирования станков горячей прокатки полос и листов в черной и цветной металлургии в результате использования предложенных моделей, методов настройки агрегатов, алгоритмов расчета и систем управления.

Для научных сотрудников и инженерно-технических специалистов, занимающихся разработкой технологий, модернизацией механического оборудования, а также систем контроля и управления листопрокатными станами. Может быть полезна студентам и аспирантам университетов, обучающимся по направлениям «Металлургия», «Машиностроение», «Технологические машины и оборудование», «Проектирование технологических комплексов прокатного производства» и «Автоматизация технологических процессов и производств», а также слушателям военных академий, аспирантам, инженерам и научным работникам, специализирующимся в области ракетно-космической техники.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>