УДК 303.732.4

doi: 10.18698/0536-1044-2023-12-131-140

Двухфазная двухосевая модель многопролетной системы с дифференцированной пропускной способностью абонентских и межспутниковых трактов связи

С.Б. Пичугин

ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва

Two-phase dual-axis model of a multihop system with differentiated transmission capacity of its subscriber and inter-satellite links

S.B. Pichugin

Public Joint Stock Company "Rocket and Space Corporation "Energia" named by S. P. Korolev"

Исследован процесс доставки сообщения в многопролетной низкоорбитальной системе связи. Маршрутизация сообщений в этой системе осуществляется в бортовой аппаратуре спутников-ретрансляторов с функцией маршрутизатора из состава орбитальной группировки низкоорбитальной системы связи. Для исследования предложена двухфазная двухосевая модель системы массового обслуживания, имитирующая работу абонентских и межспутниковых трактов, состоящая из четырех обслуживающих приборов с дифференцированной пропускной способностью, расположенных на двух осях. Входящие потоки являются простейшими и различными для каждой оси. Модель предназначена для прогнозирования вероятности доставки сообщения через заданное число межспутниковых трактов при заданном среднем числе сообщений, поступающих в абонентский тракт, и произвольном числе пролетов на пути следования сообщения.

Ключевые слова: абонентские и межспутниковые тракты, многопролетная система связи, бортовой маршрутизатор, система массового обслуживания, простейший поток

The paper considers the process of message delivery in a low-orbit multihop communication system. Messages in this system are routed by the relay satellite on-board equipment with a router function being a component of the orbital constellation of the low-orbit communication system. A two-phase dual-axis model of the queuing system is proposed for study. It consists of four service devices with differentiated transmission capacity located on two axes and simulates operation of the subscriber and inter-satellite links. The incoming flows are simple and different for each axis. The model is designed to predict probability of the message delivery through a given number of the inter-satellite links for a given average number of messages arriving at the subscriber link and the arbitrary number of hops along the message route.

Keywords: subscriber and inter-satellite links, multihop communication system, on-board router, queuing system, simplest flow

Рассмотрена ретрансляция пакетов сообщений в многопролетной низкоорбитальной системе спутниковой связи (НОСС) на базе спутниковретрансляторов с функцией маршрутизатора (СРФМ) [1]. Цель создания такой НОСС обеспечить конкурентные к наземным сетям возможности спутниковой связи по доставке сообщения и расширению спектра предоставляемых услут связи абонентам.

В исследуемой перспективной НОСС [2–4] функции маршрутизации сообщений возложены на бортовую аппаратуру СРФМ из состава НОСС, а между спутниками организованы межспутниковые тракты (МСТ). СРФМ позволяют в асинхронном режиме перенаправлять абонентские сообщения по НОСС, минуя наземные станции, до СРФМ над районом, в котором находится абонент-получатель (далее получатель) сообщения, и до получателя.

Системный анализ подтверждает [5–11], что функция маршрутизации на борту СРФМ является важным компонентом повышения конкурентных возможностей спутниковой связи, и показывает, что при исследовании работы такого СРФМ перспективно использовать метод математического моделирования с математическим аппаратом систем массового обслуживания (СМО) [12–15] в соответствии с заданным сценарием.

Сценарий функционирования СРФМ в составе перспективной НОСС можно представить следующим образом. Сообщения от абонента-отправителя (далее отравитель) по абонентским трактам (АТ) с ограниченной пропускной способностью отправляются на борт СРФМ, каждый из которых осуществляет функции маршрутизатора. В соответствии с информацией в заголовке сообщение направляется либо в АТ к получателю в зоне обслуживания данного СРФМ, если последний расположен в ней, либо в МСТ, если получатель находится в зоне обслуживания другого СРФМ.

Загруженность МСТ зависит от числа сообщений, поступающих от множества абонентов через АТ в НОСС. МСТ между двумя СРФМ на пути следования сообщения — от приемника первого СРФМ до приемника второго СРФМ называют пролетом НОСС. То есть для прохождения пролета сообщением требуется, чтобы на текущем пролете передатчик первого и приемник второго СРФМ были готовы к работе. Ретрансляция сообщения от одного СРФМ к другому по МСТ осуществляется согласно принципу «ближайший к получателю» с использованием заголовка сообщения в качестве коммутирующего кода в бортовом маршрутизаторе СРФМ на каждом пролете НОСС. При достижении заданного СРФМ, в зоне которого находится получатель, сообщение доставляется ему по АТ, если его передатчик АТ работоспособен, в противном случае ретранслируется соседу, который способен доставить это сообщение.

Загруженность АТ зависит от числа сообщений, поступающих от абонентов в зоне обслуживания СРФМ и перенаправленных от МСТ абонентам этой зоны. Следует отметить, что в НОСС обеспечено двукратное перекрытие зон обслуживания СРФМ.

Исследуемая НОСС построена по гексагональной баллистической схеме, когда СРФМ в каждой плоскости орбиты сдвинуты относительно СРФМ в двух соседних плоскостях орбит на половину расстояния между СРФМ в текущей плоскости, и СРФМ общается по МСТ с двумя ближайшими СРФМ в своей и двумя ближайшими СРФМ в двух соседних орбитальных плоскостях.

Цель работы — определить вероятность доставки сообщения через заданное число МСТ (пролетов) при заданном среднем числе сообщений, поступающих в АТ.

Для достижения поставленной цели предложена аналитическая модель СМО, включающая в себя по два головных (ГП) и замыкающих (ЗП) прибора на каждую из двух осей (рис. 1).



Рис. 1. Модель СМО для исследования работы СРФМ в составе перспективной НОСС

На входы ГП первой и второй осей поступают простейшие потоки заявок интенсивностью λ_0 и λ_2 соответственно. Время обслуживания заявок на указанных ГП распределено по экспоненциальному закону с параметрами μ_{01} и μ_{21} соответственно. После обслуживания на ГП первой оси заявка с вероятностью ε_0 поступает на ЗП этой же оси и с вероятностью (1 – ε_0) — на ЗП другой оси. Аналогично после обслуживания на ГП второй оси заявка с ГП с вероятностью ε_2 поступает на ЗП этой же оси и с вероятностью (1 – ε_2) — на ЗП первой оси. Время обслуживания заявок на ЗП первой и второй осях распределено по экспоненциальному закону с параметрами μ_{02} и μ_{22} соответственно. Состояния приборов на обеих осях обозначены через ν_{01} , ν_{02} , ν_{21} и ν_{22} соответственно и могут принимать значения 0 или 1. На выходе обоих ЗП заявка с вероятностью $1 - \nu_0$ или $1 - \nu_2$ теряется либо с вероятностью ν_0 или ν_2 доходит до адресата.

Исследуемая СМО может находиться в следующих шестнадцати состояниях:

• S₀₀₀₀ — все приборы свободны;



Рис. 2. Граф переходов из S0000 в другие состояния СМО

• S₀₀₁₀ — ГП второй оси занят, остальные приборы свободны;

 • S₀₀₁₁ — ГП и ЗП второй оси заняты, приборы первой оси свободны;

• S₀₁₀₀ — ЗП первой оси занят, остальные приборы свободны;

• S₀₁₀₁ — ЗП первой и второй осей заняты, остальные приборы свободны;

• S₀₁₁₀ — ЗП первой оси и ГП второй оси заняты, остальные приборы свободны;

• S₀₁₁₁ — ГП первой оси свободен, остальные приборы заняты;

• S₁₀₀₀ — ГП первой оси занят, остальные приборы свободны;

 • S₁₀₀₁ — ГП первой оси и ЗП второй оси заняты, остальные приборы свободны;

• S₁₀₁₀ — ГП первой и второй оси заняты, остальные приборы свободны;

• S₁₀₁₁ — ЗП первой оси свободен, остальные приборы заняты;

 • S₁₁₀₀ — ГП и ЗП первой оси заняты, приборы второй оси свободны;

• S₁₁₀₁ — ГП второй оси свободен, остальные приборы заняты;

• S₁₁₁₀ — ЗП второй оси свободен, остальные приборы заняты;

• S₁₁₁₁ — все приборы заняты.

Вероятность нахождения СМО в состоянии i, j, k, l обозначим через $p_{ijkl}(t)$, где i = 0 или 1, j = 0 или 1, k = 0 или 1 и l = 0 или 1.

Если при поступлении заявки СМО находится в состоянии, когда все приборы свободны, то она считается успешно обслуженной. Если свободны ГП и ЗП одной оси, то заявка является обслуженной с вероятностью ε_0 или ε_2 соответственно, дополненной вероятностью (1 – ε_2) или (1 – ε_0) противоположной оси. Это означает, что некоторые заявки могут перемещаться между осями. Если свободны ГП одной оси и ЗП противоположной, то заявка считается обслуженной с вероятностью (1 – ε_0) или (1 – ε_2) соответственно. Если в комбинации состояний приборов СМО оба ГП заняты, то поступившая заявка теряется.

На базе предложенной модели получена система дифференциальных уравнений Колмогорова.

Вероятность переходов из одного состояния во все возможные другие рассмотрим на примере состояния S0000. Граф переходов из S0000 в другие состояния СМО приведен на рис. 2. Число таких состояний СМО составляет 16, что соответствует 2⁴, где 4 — число приборов в СМО.

Исследуем изменение состояния СМО на бесконечно малом интервале Δt . Имеем в виду [12–14], что интервал Δt таков, что для простейшего потока, в котором интервалы между поступлениями отдельных заявок подчиняются закону с плотностью распределения $p(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, вероятность поступления очередной заявки в интервале Δt приближенно равна $\lambda \Delta t$.

Кроме того, простейший поток характеризуется тем, что суммарный поток заявок, полученный объединением конечного числа потоков с экспоненциальными законами распределения с различными интенсивностями, является экспоненциальным потоком с интенсивностью, равной сумме их интенсивностей [14–16].

Исходя из указанных соображений, в соответствии с графом, приведенным на рис. 2, вероятность того, что исследуемая СМО будет находиться в состоянии S_{0000} в момент времени $(t + \Delta t)$ определяется выражением

$$p_{0000}(t + \Delta t) = p_{0000}(t) - p_{0000}(t) [\lambda_0 (1 - \varepsilon_0) + \lambda_2 \varepsilon_2] \times \\ \times \Delta t - p_{0000}(t) \lambda_2 \Delta t - p_{0000}(t) [\lambda_2 + \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \times \\ \times \Delta t - p_{0000}(t) [\lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - p_{0000}(t) \times \\ \times [\lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_0 (1 - \varepsilon_0) + \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - \\ - p_{0000}(t) [\lambda_2 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - p_{0000}(t) \times \\ \times [\lambda_0 (1 - \varepsilon_0) + \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_2 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - \\ - p_{0000}(t) [\lambda_0 \Delta t - p_{0000}(t) [\lambda_0 + \lambda_0 (1 - \varepsilon_0) + \lambda_2 \varepsilon_2] \Delta t - \\ - p_{0000}(t) [\lambda_0 + \lambda_2] \Delta t - p_{0000}(t) [\lambda_0 + \lambda_0 (1 - \varepsilon_0) + \\ + \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_2 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - p_{0000}(t) \times \\ \times [\lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - p_{0000}(t) [\lambda_0 + \\ + \lambda_0 (1 - \varepsilon_0) + \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - p_{0000}(t) \times \\ \times [\lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2)] \Delta t - p_{0000}(t) [\lambda_0 + \\ + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_2 (1 - \varepsilon_2) + \lambda_2 + \lambda_0 (1 - \varepsilon_0) + \lambda_2 \varepsilon_2] \Delta t + \\ + p_{0001}(t) \mu_{22} \Delta t + p_{010}(t) \mu_{22} \Delta t + p_{0011}(t) \times \\ \times (\mu_{21} + \mu_{22}) \Delta t + p_{0100}(t) \mu_{02} \Delta t + p_{011}(t) (\mu_{02} + \mu_{22}) \times \\ \times \Delta t + p_{0110}(t) (\mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + p_{0111}(t) (\mu_{01} + \mu_{22}) \Delta t + \\ + p_{1010}(t) [\mu_{01} + \mu_{02}] \Delta t + p_{1011}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{22}) \Delta t + \\ + p_{1100}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t + \\ + p_{1111}(t) (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \Delta t +$$

где *p*₀₀₀₁, *p*₀₀₁₀, *p*₀₀₁₁, *p*₀₁₀₀ *p*₀₁₀₁, *p*₀₁₁₀, *p*₀₁₁₁, *p*₁₀₀₀, *p*₁₀₀₁, *p*₁₀₁₀, *p*₁₀₁₁, *p*₁₁₀₀, *p*₁₁₀₁, *p*₁₁₁₀, *p*₁₁₁₁ — вероятность нахождения СМО в состоянии S0001, S0010, S0011, S0100, S0101, S0101, S0111, S1000, S1001, S1010, S1011, S1000, S1001, S1110, S1111 соответственно.

После преобразований, разделив обе части уравнения (1) на Δt и осуществляя после этого предельный переход $\Delta t \rightarrow 0$, получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{0000}(t)}{dt} &= -8 \left[\lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_0 \left(1 - \varepsilon_0 \right) + \lambda_2 + \right. \\ &+ \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_2 \left(1 - \varepsilon_2 \right) \right] p_{0000}(t) + \mu_{22} p_{0001}(t) + \\ &+ \mu_{21} p_{0010}(t) + \left(\mu_{21} + \mu_{22} \right) p_{0011}(t) + \mu_{02} p_{0100}(t) + \\ &+ \left(\mu_{02} + \mu_{22} \right) p_{0101}(t) + \left(\mu_{02} + \mu_{21} \right) p_{0110}(t) + \end{aligned}$$

$$+ (\mu_{02} + \mu_{21} + \mu_{22}) p_{0111}(t) + \mu_{01} p_{1000}(t) + + (\mu_{01} + \mu_{22}) p_{1001}(t) + (\mu_{01} + \mu_{21}) p_{1010}(t) + + (\mu_{01} + \mu_{21} + \mu_{22}) p_{1011}(t) + (\mu_{01} + \mu_{02}) p_{1100}(t) + + (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{22}) p_{1101}(t) + (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}) \times \times p_{1110}(t) + (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21} + \mu_{22}) p_{1111}(t).$$
(2)

Аналогично уравнению (2) получаем дифференциальные уравнения Колмогорова для других состояний СМО. Для стационарного режима функционирования НОСС дифференциальные уравнения Колмогорова преобразованы в СМО из шестнадцати линейных уравнений, дополненных уравнением полной вероятности p^* (см. таблицу).

Система линейных уравнений для стационарного режима функционирования НОСС, дополненная уравнением полной вероятности

Состоя- ние СМО	Уравнение Колмогорова							
S ₀₀₀₀	$ \begin{array}{rcl} & -8 \Big[\lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_0 \left(1 - \varepsilon_0 \right) + \lambda_2 + \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_2 \left(1 - \varepsilon_2 \right) \Big] p_{0000}(t) + \mu_{22} p_{0001}(t) + \mu_{21} p_{0010}(t) + \\ & + \left(\mu_{21} + \mu_{22} \right) p_{0011}(t) + \mu_{02} p_{0100}(t) + \left(\mu_{02} + \mu_{22} \right) p_{0101}(t) + \left(\mu_{02} + \mu_{21} \right) p_{0110}(t) + \left(\mu_{02} + \mu_{21} + \mu_{22} \right) p_{0111}(t) \\ & + \mu_{01} p_{1000}(t) + \left(\mu_{01} + \mu_{22} \right) p_{1001}(t) + \left(\mu_{01} + \mu_{21} \right) p_{1010}(t) + \left(\mu_{01} + \mu_{22} \right) p_{1011}(t) + \left(\mu_{01} + \mu_{02} \right) p_{1100}(t) \\ & + \left(\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{22} \right) p_{1101}(t) + \left(\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21} \right) p_{1110}(t) + \left(\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{22} \right) p_{1111}(t) = 0 \end{array} $							
S ₀₀₀₁	$\begin{split} & [\lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0000}(t) - 8[(\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{22} + \lambda_{0} + \lambda_{2})]p_{0001}(t) + [\mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \mu_{0}(1 - \varepsilon_{0})] \times \\ & \times p_{0010}(t) + \mu_{21}p_{0011}(t) + [\mu_{02} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0100}(t) + \mu_{02}p_{0101}(t) + [\mu_{02} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})] \times \\ & \times p_{0110}(t) + [\mu_{02} + \mu_{21}]p_{0111}(t) + [\mu_{01} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1000}(t) + \mu_{01}p_{1001}(t) + \\ & + [\mu_{01} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + [\mu_{01} + \mu_{21}]p_{1011}(t) + [\mu_{01} + \mu_{02} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1100}(t) + \\ & + [\mu_{01} + \mu_{02}]p_{1101}(t) + [\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1110}(t) + [\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}]p_{1111}(t) = 0 \end{split}$							
S ₀₀₁₀	$\begin{aligned} \lambda_{2} p_{0000}(t) + (\lambda_{2} + \mu_{22}) p_{0001}(t) - 8(\lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0}) + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{21} + \lambda_{0}) p_{0010}(t) + \\ + \mu_{22} p_{0011}(t) + (\mu_{02} + \lambda_{2}) p_{0100}(t) + (\mu_{02} + \lambda_{2} + \mu_{22}) p_{0101}(t) + \mu_{02} p_{0110}(t) + (\mu_{02} + \mu_{22}) p_{0111}(t) + \\ + (\mu_{01} + \lambda_{2}) p_{1000}(t) + (\mu_{01} + \lambda_{2} + \mu_{22}) p_{1001}(t) + \mu_{01} p_{1010}(t) + (\mu_{01} + \mu_{22}) p_{1011}(t) + (\mu_{01} + \mu_{02} + \lambda_{2}) \times \\ \times p_{1100}(t) + (\mu_{01} + \mu_{02} + \lambda_{2} + \mu_{22}) p_{1101}(t) + (\mu_{01} + \mu_{02}) p_{1110}(t) + (\mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{22}) p_{1111}(t) = 0 \end{aligned}$							
S ₀₀₁₁	$\begin{split} & \left[\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{0000}(t)+\lambda_{2}p_{0001}(t)+\left[\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{0010}(t)-8\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\right.\\ & \left.+\lambda_{0}+\mu_{21}+\mu_{22}\right]p_{0011}(t)+\left[\mu_{02}+\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{0100}(t)+\left(\mu_{02}+\lambda_{2}\right)p_{0101}(t)+\left[\mu_{02}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+1\right.\\ & \left.+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{0110}(t)+\mu_{02}p_{0111}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1000}(t)+\left(\mu_{01}+\lambda_{2}\right)p_{1001}(t)+1\right.\\ & \left.+\left[\mu_{01}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1010}(t)+\mu_{01}p_{1011}(t)+\left[\mu_{01}+\mu_{02}+\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1100}(t)+1\right.\\ & \left.+\left(\mu_{01}+\mu_{02}+\lambda_{2}\right)p_{1101}(t)+\left[\mu_{01}+\mu_{02}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1110}(t)+\left(\mu_{01}+\mu_{02}\right)p_{1111}(t)=0 \end{split}$							
S ₀₁₀₀	$\begin{split} & \left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)\right]p_{0000}(t)+\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{22}\right]p_{0001}(t)+\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{21}\right]p_{0010}(t)+\\ & +\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{21}+\mu_{22}\right]p_{0011}(t)-8\left[\left(\mu_{02}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)+\lambda_{2}+\lambda_{0}\right)\right]p_{0100}(t)+\mu_{22}p_{0101}(t)+\\ & +\mu_{21}p_{0110}(t)+\left(\mu_{21}+\mu_{22}\right)p_{0111}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)\right]p_{1000}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{22}\right]\times\\ & \times p_{1001}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{21}\right]p_{1010}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{21}+\mu_{22}\right]p_{1011}(t)+\\ & +\mu_{01}p_{1100}(t)+\left(\mu_{01}+\mu_{22}\right)p_{1101}(t)+\left(\mu_{01}+\mu_{21}\right)p_{1110}(t)+\left(\mu_{01}+\mu_{21}+\mu_{22}\right)p_{1111}(t)=0 \end{split}$							

Состоя- ние СМО	Уравнение Колмогорова					
S ₀₁₀₁	$\begin{split} & [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0000}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{0001}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \\ & + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0010}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{21}]p_{0011}(t) + [\lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0100}(t) - \\ & -8[(\mu_{02} + \mu_{22} + \lambda_{2} + \lambda_{0})]p_{0101}(t) + [\mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0110}(t) + [\mu_{01} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \\ & + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0111}(t) + \mu_{21}p_{1000}(t) + [\mu_{01} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{1001}(t) + [\mu_{01} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \\ & + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + [\mu_{01} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{21}]p_{1011}(t) + [\mu_{01} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})] \times \\ & \times p_{1100}(t) + \mu_{01}p_{1101}(t) + [\mu_{01} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1110}(t) + (\mu_{01} + \mu_{21})p_{1111}(t) = 0 \end{split}$					
S ₀₁₁₀	$\begin{split} & \left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\right]p_{0000}(t)+\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}+\mu_{22}\right]p_{0001}(t)+\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)\right]p_{0010}(t)+\\ & +\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{22}\right]p_{0011}(t)+\lambda_{2}p_{0100}(t)+\left(\lambda_{2}+\mu_{22}\right)p_{0101}(t)-8\left[\mu_{02}+\mu_{21}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)+\lambda_{0}\right]p_{0110}(t)+\mu_{22}p_{0111}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\right]p_{1000}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\right]p_{1000}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\right]p_{1010}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\mu_{22}\right]p_{1011}(t)+\\ & +\left(\mu_{01}+\lambda_{2}\right)p_{1100}(t)+\left(\mu_{01}+\lambda_{2}+\mu_{22}\right)p_{1101}(t)+\mu_{01}p_{1110}(t)+\left(\mu_{01}+\mu_{22}\right)p_{1111}(t)=0 \end{split}$					
S ₀₁₁₁	$\begin{split} & \left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{0000}(t)+\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\right]p_{0001}(t)+\\ & +\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{0010}(t)+\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)\right]p_{0011}(t)+\left[\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]\times\\ & \times p_{0100}(t)+\lambda_{2}p_{0101}(t)+\left[\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{0110}(t)-8\left[\left(\lambda_{0}+\mu_{02}+\mu_{21}+\mu_{22}\right)\right]p_{0111}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1000}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\right]p_{1001}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1010}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)\right]p_{1011}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{2}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1100}(t)+\left(\mu_{01}+\lambda_{2}\right)p_{1101}(t)+\left[\mu_{01}+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)\right]p_{1110}(t)+\mu_{01}p_{1111}(t)=0 \end{split}$					
S ₁₀₀₀	$\begin{aligned} \lambda_{0} p_{0000}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{22}) p_{0001}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{21}) p_{0010}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{21} + \mu_{22}) p_{0011}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{02}) p_{0100}(t) + \\ + (\lambda_{0} + \mu_{02} + \mu_{22}) p_{0101}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{02} + \mu_{21}) p_{0110}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{02} + \mu_{21} + \mu_{22}) p_{0111}(t) - \\ - 8 [\mu_{01} + \lambda_{2} \varepsilon_{2} + \lambda_{0} (1 - \varepsilon_{0}) + \lambda_{0} \varepsilon_{0} + \lambda_{2} (1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}] p_{1000}(t) + \mu_{22} p_{1001}(t) + \mu_{21} p_{1010}(t) + \\ + (\mu_{21} + \mu_{22}) p_{1011}(t) + \mu_{02} p_{1100}(t) + (\mu_{02} + \mu_{22}) p_{1101}(t) + (\mu_{02} + \mu_{21}) p_{1110}(t) + (\mu_{02} + \mu_{21} + \mu_{22}) p_{1111}(t) = 0 \end{aligned}$					
S ₁₀₀₁	$\begin{split} & [\lambda_{0} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0000}(t) + \lambda_{0}p_{0001}(t) + [\lambda_{0} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0010}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{21})p_{0011}(t) + \\ & + [\lambda_{0} + \mu_{02} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0100}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{02})p_{0101}(t) + [\lambda_{0} + \mu_{02} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0110}(t) + \\ & + (\lambda_{0} + \mu_{02} + \mu_{21})p_{0111}(t) + [\lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1000}(t) - 8[\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0}) + \mu_{01} + \\ & + \mu_{21}]p_{1001}(t) + [\mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + \mu_{21}p_{1011}(t) + [\mu_{02} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1100}(t) + \\ & + \mu_{02}p_{1101}(t) + [\mu_{02} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1110}(t) + (\mu_{02} + \mu_{21})p_{1111}(t) = 0 \end{split}$					
S ₁₀₁₀	$\begin{aligned} & \left(\lambda_{0}+\lambda_{2}\right)p_{0000}(t)+\left(\lambda_{0}+\lambda_{2}+\mu_{22}\right)p_{0001}(t)+\lambda_{0}p_{0010}(t)+\left(\lambda_{0}+\mu_{22}\right)p_{0011}(t)+\left(\lambda_{0}+\mu_{02}+\lambda_{2}\right)p_{0100}(t)+\\ & +\left(\lambda_{0}+\mu_{02}+\lambda_{2}+\mu_{22}\right)p_{0101}(t)+\left(\lambda_{0}+\mu_{02}\right)p_{0110}(t)+\left(\lambda_{0}+\mu_{02}+\mu_{22}\right)p_{0111}(t)+\\ & +\lambda_{2}p_{1000}(t)+\left(\lambda_{2}+\mu_{22}\right)p_{1001}(t)-8\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0}+\lambda_{2}\left(1-\varepsilon_{2}\right)+\lambda_{2}\varepsilon_{2}+\lambda_{0}\left(1-\varepsilon_{0}\right)+\mu_{01}+\mu_{21}\right]p_{1010}(t)+\mu_{22}p_{1011}(t)+\\ & +\left(\mu_{02}+\lambda_{2}\right)p_{1100}(t)+\left(\mu_{02}+\lambda_{2}+\mu_{22}\right)p_{1101}(t)+\mu_{02}p_{1110}(t)+\left(\mu_{02}+\mu_{22}\right)p_{1111}(t)=0\end{aligned}$					
S ₁₀₁₁	$\begin{split} & \left[\lambda_{0} + \lambda_{2} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right]p_{0000}(t) + \left(\lambda_{0} + \lambda_{2}\right)p_{0001}(t) + \left[\lambda_{0} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right]p_{0010}(t) + \lambda_{0}p_{0011}(t) + \\ & + \left[\lambda_{0} + \mu_{02} + \lambda_{2} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right]p_{0100}(t) + \left(\lambda_{0} + \mu_{02} + \lambda_{2}\right)p_{0101}(t) + \left[\lambda_{0} + \mu_{02} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right] \times \\ & \times p_{0110}(t) + \left(\lambda_{0} + \mu_{02}\right)p_{0111}(t) + \left[\lambda_{2} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right]p_{1000}(t) + \lambda_{2}p_{1001}(t) + \left[\lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right]p_{1010}(t) - \\ & - 8\left[\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{01} + \mu_{21} + \mu_{22}\right]p_{1011}(t) + \left[\mu_{02} + \lambda_{2} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right]p_{1100}(t) + \left(\mu_{02} + \lambda_{2}\right)p_{1101}(t) + \\ & + \left[\mu_{02} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)\right]p_{1110}(t) + \mu_{02}p_{1111}(t) = 0 \end{split}$					

Продолжение таблицы

Окончание таблицы

Состоя- ние СМО	Уравнение Колмогорова						
S ₁₁₀₀	$\begin{split} & [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{0000}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{22}]p_{0001}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{21}] \times \\ & \times p_{0010}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{21} + \mu_{22}]p_{0011}(t) + \lambda_{0}p_{0100}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{22})p_{0101}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{21}) \times \\ & \times p_{0110}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{21} + \mu_{22})p_{0111}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{1000}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{22}]p_{1001}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{21}]p_{1010}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \mu_{21} + \mu_{22}]p_{1011}(t) - \\ & - 8[\mu_{01} + \mu_{02} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0}) + \lambda_{2}]p_{1100}(t) + \mu_{22}p_{1101}(t) + \mu_{21}p_{1110}(t) + (\mu_{21} + \mu_{22})p_{1111}(t) = 0 \end{split}$						
S ₁₁₀₁	$\begin{split} & [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{0000}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right)]p_{0001}(t) + \\ & + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{0010}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{21}]p_{0011}(t) + \\ & + [\lambda_{0} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{0100}(t) + \lambda_{0}p_{0101}(t) + [\lambda_{0} + \mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{0110}(t) + (\lambda_{0} + \mu_{21})p_{0111}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{1000}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{21} + \\ & + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{1010}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{21}]p_{1011}(t) + [\lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{1100}(t) - \\ & - 8(\lambda_{2} + \mu_{22} + \mu_{01} + \mu_{02})p_{1101}(t) + [\mu_{21} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right)]p_{1110}(t) + \mu_{21}p_{1111}(t) = 0 \end{split}$						
S ₁₁₁₀	$\begin{split} & \left[\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \lambda_{2}\right]p_{0000}(t) + \left[\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \lambda_{2} + \mu_{22}\right]p_{0001}(t) + \left[\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{22}\right]p_{0011}(t) + \left(\lambda_{0} + \lambda_{2}\right)p_{0100}(t) + \left[\lambda_{0} + \lambda_{2} + \mu_{22}\right)p_{0101}(t) + \left(\lambda_{0} + \lambda_{2}\right)p_{0100}(t) + \left(\lambda_{0} + \lambda_{2} + \mu_{22}\right)p_{0101}(t) + \lambda_{0}p_{0110}(t) + \left(\lambda_{0} + \mu_{22}\right)p_{0111}(t) + \left[\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \lambda_{2}\right]p_{1000}(t) + \left[\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \lambda_{2} + \mu_{22}\right]p_{1001}(t) + \left[\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{22}\right]p_{1011}(t) + \lambda_{2}p_{1100}(t) + \left(\lambda_{2} + \mu_{22}\right)p_{1101}(t) + \left[\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}\left(1 - \varepsilon_{2}\right) + \mu_{22}\right]p_{1011}(t) + \lambda_{2}p_{1100}(t) + \left(\lambda_{2} + \mu_{22}\right)p_{1101}(t) - 8\left[\lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}\left(1 - \varepsilon_{0}\right) + \mu_{01} + \mu_{02} + \mu_{21}\right]p_{1110}(t) + \mu_{22}p_{1111}(t) = 0 \end{split}$						
S ₁₁₁₁	$\begin{split} & [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0000}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}]p_{0001}(t) + \\ & + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0010}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{0011}(t) + \\ & + [\lambda_{0} + \lambda_{2} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0100}(t) + (\lambda_{0} + \lambda_{2})p_{0101}(t) + [\lambda_{0} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0110}(t) + \lambda_{0}p_{0111}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2} + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1000}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}]p_{1001}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{1011}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{1011}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{1011}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2})]p_{1011}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1010}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{2}\varepsilon_{2} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{1110}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{2}(1 - \varepsilon_{2}) + \lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0111}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0111}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0111}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0111}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{0111}(t) + \\ & + [\lambda_{0}\varepsilon_{0} + \lambda_{0}(1 - \varepsilon_{0})]p_{011}(t) + $						
<i>p</i> +	$ = p_{0000}(t) + p_{0001}(t) + p_{0010}(t) + p_{0011}(t) + p_{0100}(t) + p_{0101}(t) + p_{0110}(t) + p_{0111}(t) + p_{1000}(t) + p_{1001}(t) + p_{1001}(t) + p_{1001}(t) + p_{1001}(t) + p_{1101}(t) + p_{1110}(t) + p_{1111}(t) = 1 $						

Для решения приведенной в таблице системы уравнений использован метод обращения матриц. Обозначая p_{ijkl} через x_i , а коэффициенты при p_{0j} через a_{mn} , имеем

	a_{00}	a_{01}	a_{02}	•••	a_{014}	a_{015}	
	a_{10}	a_{11}	a_{12}		a_{114}	a_{115}	
	a_{20}	a_{21}	a_{22}		a_{214}	a_{215}	
A =	a_{30}	a_{31}	a_{32}		a_{314}	a_{315}	;
	÷	÷	:	·.	:	÷	
	a_{150}	<i>a</i> ₁₅₁	a_{152}		a_{1514}	<i>a</i> 1515	
	1	1	1		1	1	

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} x_{0} \\ x_{1} \\ x_{2} \\ \cdots \\ x_{15} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}.$$

Из выражения $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$, следует $\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{X}$, поэтому ищем \mathbf{A}^{-1} , имея не квадратную матрицу, а прямоугольную. Но, умножая обе части этого выражения на \mathbf{A}^{T} , получаем квадратную матрицу

$$\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right) \cdot \mathbf{X} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{B}$$



Рис. 3. Зависимости вероятностей СМО от информационной нагрузки λ_0/μ_{01} : $a - p_{0000}$ (•) и p_{1111} (×); $\delta - p_{1000}$ (•), p_{0100} (▲) и p_{1100} (×); $\beta - p_{1001}$ (•) и p_{0101} (■)

и решаем его

$$\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{X}.$$
 (3)

На базе решения (3) получены значения вероятностей нахождения СМО во всех состояниях (от S_{0000} до S_{1111}), что позволяет оценить вероятность доставки сообщения по вероятности нахождения СМО в заданном состоянии.

Зависимости вероятностей состояния СМО p_{0000} , p_{1111} , p_{1000} , p_{0100} , p_{1100} , p_{1001} и p_{0101} от информационной нагрузки λ_0/μ_{01} , поступающей на вход АТ, приведены на рис. 3, a-b.

Анализ полученных графиков позволяет заключить, что с ростом нагрузки в АТ λ_0 вероятность беспрепятственной доставки p_{0000} снижается, а вероятность занятости всех приборов p_{1111} возрастает незначительно, так как существенную часть заявок отсеивают занятые ГП на обеих осях. Наилучшие результаты СМО показывает, когда λ_0 лежит в диапазоне 5...10 % пропускной способности АТ.

Предлагаемая модель позволяет имитировать работу МСТ на пролете от выхода передатчика СРФМ до входа приемника одного из двух СРФМ в своей или в соседней плоскости орбиты, а также работу бортового маршрутизатора СРФМ от входа приемника до выхода передатчика его АТ или МСТ. Таким образом, многократное применение предлагаемой модели дает возможность моделировать работу многопролетной НОСС и определять соответствующую вероятность доставки сообщения.

Выводы

1. Исследовано функционирование СРФМ в составе перспективной НОСС с целью определения вероятности доставки сообщения через заданное число МСТ при заданном среднем числе сообщений, поступающих в АТ.

2. Для исследования использована аналитическая модель, позволяющая имитировать работу МСТ на пролете от выхода передатчика СРФМ до входа приемника одного из двух СРФМ в своей или в соседней плоскости орбиты, а также работу бортового маршрутизатора СРФМ от входа приемника до выхода передатчика его АТ или МСТ.

3. Получены значения вероятностей нахождения СМО во всех состояниях приборов, что позволяет оценить вероятность доставки сообщения.

4. Найдено стационарное распределение вероятности числа занятых приборов, построены графики для оценки вероятности потери сообщения.

5. Аналитическая модель, применяемая многократно, позволяет оценивать вероятность доставки сообщения в многопролетной НОСС при разном числе пролетов на пути его следования от отправителя к получателю.

Литература

- [1] Пичугин С.Б. Абонентские и межспутниковые тракты в низкоорбитальных сетях связи. *Радиопромышленность*, 2019, т. 29, № 3, с. 48–54.
- [2] Пичутин С.Б. Спутниковый ретранслятор «Аксай». Патент РФ 2097926. Заявл. 19.04.1994, опубл. 27.11.1997.
- [3] Пичутин С.Б. Спутниковый ретранслятор. Патент РФ 2673060. Заявл. 20.11.2017, опубл. 22.11.2018.
- [4] Пичугин С.Б. Спутниковый ретранслятор. Патент РФ 2783202. Заявл. 09.03.2021, опубл. 09.11.2022.
- [5] Антонов А.В. Системный анализ. Москва, Высшая школа, 2004. 451 с.
- [6] Булдакова Т.И., Миков Д.А. *Теория систем и системный анализ*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. 45 с.
- [7] Пехтерев С.В., Макаренко С.И., Ковальский А.А. Описательная модель системы спутниковой связи Starlink. Системы управления, связи и безопасности, 2022, № 4, с. 190– 255, doi: https://doi.org/10.24412/2410-9916-2022-4-190-255
- [8] Макаренко С.И. Описательная модель системы спутниковой связи Iridium. Системы управления, связи и безопасности, 2018, № 4, с. 1–34, doi: https://doi.org/10.24411/2410-9916-2018-10401
- [9] Коловский И.К., Подолякин В.Н., Шмаков Д.Н. Баллистическое построение орбитальной группировки «Гонец-М» для организации межспутниковой линии связи внутри орбитальной плоскости. *Решетневские чтения*, 2018, т. 1, с. 30–31.
- [10] Семенов Ю.А. Алгоритмы телекоммуникационных сетей. Ч. 2. Протоколы и алгоритмы маршрутизации в Internet. Москва, Бином. Лаборатория знаний, 2007. 828 с.
- [11] Хелеби С., Мак-Ферсон Д. Принципы маршрутизации в Internet. Москва, Вильямс, 2001. 443 с.
- [12] Пичугин С.Б. Модели массового обслуживания с простейшими потоками для низкоорбитальной спутниковой системы. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2022, № 1, с. 61–70, doi: 10.18698/0536-1044-2022-1-61-70
- [13] Назаров А.А., Терпугов А.Ф. *Теория массового обслуживания*. Томск, НТЛ, 2010. 225 с.
- [14] Назаров А.А., Терпутов А.Ф. *Теория вероятностей и случайных процессов*. Томск, НТЛ, 2010. 199 с.
- [15] Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Москва, Кнорус, 2016. 658 с.
- [16] Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными потоками. Москва, Техносфера, 2018. 564 с.

References

- Pichugin S.B. Subscriber and inter satellite paths in LEO communications networks. *Radiopromyshlennost* [Radio Industry], 2019, vol. 29, no. 3, pp. 48–54. (In Russ.).
- [2] Pichugin S.B. *Sputnikovyy retranslyator «Aksay»* [Satellite retransmitter]. Patent RU 2097926. Appl. 19.04.1994, publ. 27.11.1997. (In Russ.).
- [3] Pichugin S.B. *Sputnikovyy retranslyator* [Satellite transmitter]. Patent RU 2673060. Appl. 20.11.2017, publ. 22.11.2018. (In Russ.).
- [4] Pichugin S.B. *Sputnikovyy retranslyator* [Repeater satellite]. Patent RU 2783202. Appl. 09.03.2021, publ. 09.11.2022. (In Russ.).
- [5] Antonov A.V. Sistemnyy analiz [System analysis]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2004.
 451 p. (In Russ.).
- [6] Buldakova T.I., Mikov D.A. *Teoriya sistem i sistemnyy analiz* [System theory and analysis]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2021. 45 p. (In Russ.).
- [7] Pekhterev S.V., Makarenko S.I., Kovalskiy A.A. Descriptive model of Starlink satellite communication system. *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti* [Systems of Control, Communication and Security], 2022, no. 4, pp. 190–255, doi: https://doi.org/10.24412/ 2410-9916-2022-4-190-255 (in Russ.).

- [8] Makarenko S.I. Descriptive model of Iridium satellite communication system. Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti [Systems of Control, Communication and Security], 2018, no. 4, pp. 1–34, doi: https://doi.org/10.24411/2410-9916-2018-10401 (in Russ.).
- [9] Kolovskiy I.K., Podolyakin V.N., Shmakov D.N. Ballistic building of the "Gonets-M" orbital constellation for ensuring the inter-satellite link inside orbital plane. *Reshetnevskie chteniya*, 2018, vol. 1, pp. 30–31. (In Russ.).
- [10] Semenov Yu.A. Algoritmy telekommunikatsionnykh setey. Ch. 2. Protokoly i algoritmy marshrutizatsii v Internet [Algorithms of telecommunication networks. Part 2: Routing protocols and algorithms on the Internet]. Moscow, Binom. Laboratoriya znaniy Publ., 2007. 828 p. (In Russ.).
- [11] Halabi B., Halabi S., McPherson D. Internet routing architectures. Cisco Press, 2000. 498 p. (Russ ed.: *Printsipy marshrutizatsii v Internet*. Moscow, Vilyams Publ., 2001. 443 p.)
- [12] Pichugin S.B. Simplest flow queuing models for LEO satellite system. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy*. *Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2021, no. 1, pp. 61–70, doi: http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2022-1-61-70 (in Russ.).
- [13] Nazarov A.A., Terpugov A.F. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya* [Mass service theory]. Tomsk, NTL Publ., 2010. 225 p. (In Russ.).
- [14] Nazarov A.A., Terpugov A.F. *Teoriya veroyatnostey i sluchaynykh protsessov* [Theory of probability and random processes]. Tomsk, NTL Publ., 2010. 199 p. (In Russ.).
- [15] Venttsel E.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow, Knorus Publ., 2016. 658 p. (In Russ.).
- [16] Vishnevskiy V.M., Dudin A.N., Klimenok V.I. Stokhasticheskie sistemy s korrelirovannymi potokami [Stochastic systems with correlated flows]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2018. 564 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 27.04.2023

Информация об авторе

Information about the author

ПИЧУГИН Сергей Борисович — кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник. ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва (141070, Королёв, Российская Федерация, ул. Ленина, д. 4А, e-mail: sergey.pichugin@rsce.ru). **PICHUGIN Sergey Borisovich** — Candidate of Science (Eng.), Leading Scientist. Public Joint Stock Company "Rocket and Space Corporation "Energia" named by S.P. Korolev" (141070, Korolev, Moscow Region, Russian Federation, Lenin Str., Bldg. 4A, e-mail: sergey.pichugin@rsce.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пичугин С.Б. Двухфазная двухосевая модель многопролетной системы с дифференцированной пропускной способностью абонентских и межспутниковых трактов связи. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2023, № 12, с. 131–140, doi: 10.18698/0536-1044-2023-12-131-140

Please cite this article in English as:

Pichugin S.B. Two-phase dual-axis model of a multihop system with differentiated transmission capacity of its subscriber and inter-satellite links. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2023, no. 12, pp. 131–140, doi: 10.18698/0536-1044-2023-12-131-140