

Энергетическое, металлургическое и химическое машиностроение

УДК 621.434

doi: 10.18698/0536-1044-2022-11-47-57

Профилирование торцевых окон трохоидной машины

А.А. Касько, А.А. Зеленцов, В.П. Минин

ЦИАМ им. П.И. Баранова

End Window Profiling of a Trochoid Machine

A.A. Kasko, A.A. Zelentsov, V.P. Minin

Central Institute of Aviation Motors

Предложен метод профилирования торцевых окон трохойдной роторной машины по заданным геометрическим параметрам построения трохойды и степени повышения давления газа. Областью его применения являются роторно-поршневые двигатели и трохойдные компрессоры и насосы. Верификация математической модели проведена на основе данных моделирования течения газа в трехмерной постановке в программном комплексе AVL Fire. Модель рабочего процесса трохойдной машины базируется на фундаментальных уравнениях количества движения, энергии, диффузии и неразрывности, записанных в форме Рейнольдса и дополненных моделью турбулентности $k-\zeta-f$. Разработанный метод позволяет быстро оценить пропускную способность окон трохойдной роторной машины при меньших вычислительных ресурсах, чем в трехмерном расчете.

Ключевые слова: математическое моделирование, рабочий процесс, трохойдная роторная машина, трохойдный компрессор

There is a proposal of a method for the profiling the end windows of trochoid rotary machines according to the given geometric parameters for constructing the trochoid and the degree of gas pressure increase. Its area of application is rotary piston engines and trochoid compressors and pumps. Verification of the mathematical model was carried out on the basis of gas flow simulation data in a three-dimensional setting in the AVL Fire software package. The model of the working process of a trochoid machine is based on the fundamental equations of momentum, energy, diffusion and continuity, written in the Reynolds form and supplemented by the $k-\zeta-f$ turbulence model. The developed method makes it possible to estimate quickly the throughput of the windows of a trochoid rotary machine with less computing resources than in a three-dimensional calculation.

Keywords: mathematical modeling, working process, trochoid rotary machine, trochoid compressor

Трохоидная роторная машина (ТРМ) состоит из двух основных деталей — охватывающей и охватываемой, первую из которых обычно называют корпусом, вторую — ротором. Эти

детали имеют цилиндрические поверхности, образующие рабочие камеры ТРМ, расположенные соответственно между наружной поверхностью ротора и внутренней — корпуса.

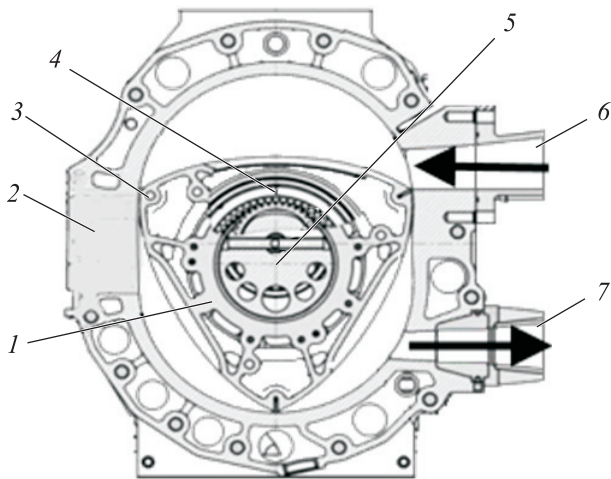


Рис. 1. Конструктивная схема ТРМ:
1 — ротор; 2 — корпус; 3 — радиальные уплотнения;
4 — зубчатая передача внутреннего зацепления;
5 — эксцентриковый вал; 6 — выпускной канал;
7 — впускной канал

Таким образом, ТРМ являются внутриосными машинами [1].

В качестве примера на рис. 1 показана конструктивная схема одной из ТРМ, где ротор 1 совершает планетарное движение внутри корпуса 2.

В основу создания рабочих профилей ТРМ положены циклоидальные кривые — трохоиды и их огибающие [2, 3]. Особенность этих кривых заключается в том, что огибающая семейства трохоид имеет точки самопересечения, лежащие на соответствующей трохоиде.

При определенном относительном движении трохоиды и огибающей эти точки безот-

рывно скользят по трохоиде. Благодаря этому при конструктивной разработке ТРМ в точках самопересечения огибающей можно установить контактные радиальные уплотнения, обеспечивающие герметичность рабочих камер [3].

Преимущества ТРМ перед аналогами — простая кинематика (все детали равномерно вращаются), оптимальные условия работы радиальных уплотнений, возможность полного уравнивания и технологичность — делают их перспективными для создания современных конструкций двигателей внутреннего сгорания, компрессоров и насосов. Эти преимущества становятся очевидными после сравнения с другими машинами по основным конструктивным, технологическим и эксплуатационным показателям.

Цель статьи — разработка метода профилирования торцевых окон ТРМ [4, 5], обеспечивающей заданный газообмен, при использовании 0–1-мерного моделирования рабочего процесса.

Для верификации предлагаемого метода использованы результаты трехмерного моделирования, выполненного в апробированных программных комплексах (ПК).

Математическое описание профиля торцевого окна. Трохоида представляет собой траекторию некоторой точки A (образующей точки), связанной с производящим кругом, который катится без скольжения по другому неподвижному кругу с центром O (рис. 2). В общем случае эта точка может не лежать на производя-

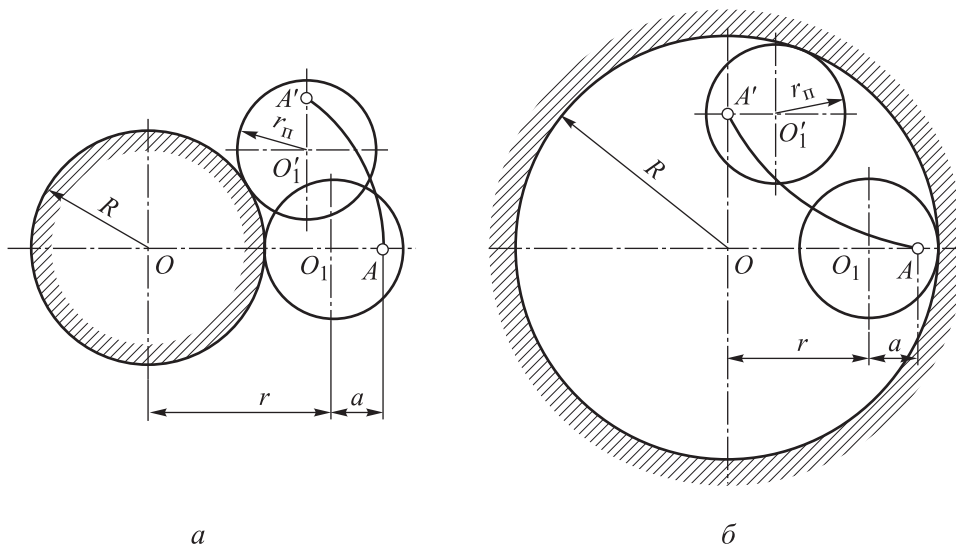


Рис. 2. Схемы образования трохоиды при движении производящего круга снаружи (а) и внутри (б) другого круга

щем круге. В зависимости от того, катится ли производящий круг снаружи (рис. 2, а) или внутри (рис. 2, б) другого круга, трохоиды подразделяют на эпи- и гипотрохоиды.

Трохоиду называют укороченной, если образующая точка A лежит внутри производящего круга и удлиненной — если вне его. На рис. 2 введены следующие обозначения: r_n и R — радиус производящего и неподвижного круга; a — расстояние от центра производящего круга O_1 до образующей точки A (образующий радиус); r — эксцентриситет; O'_1 — смещение центра окружности O_1 ; A'_1 — смещение точки A_1 .

Для профилирования ТРМ можно применять замкнутые трохоиды, не имеющие петель в точках возврата.

В отличие от схемы получения трохоид, показанной на рис. 2, в работе [3] предложена другая схема образования трохоид, где она является траекторией конца вектора O_1A , вращающегося вокруг точки O_1 с угловой скоростью ω_2 (рис. 3). Вектор OO_1 (далее отрезок $r = |OO_1|$) в свою очередь вращается вокруг неподвижной точки O_1 со скоростью ω_1 . При образовании эпитрохоиды векторы OO_1 и O_1A вращаются в одном направлении, при формировании гипотрохоиды — в противоположных [6].

Рассмотрим три плоскости (рис. 3, а):

- неподвижную G , связанную с системой координат xOy ;
- подвижную R , жестко соединенную с вектором OO_1 и связанную с системой координат $x_rO_1y_r$;
- подвижную H , скрепленную с вектором O_1A и связанную с системой координат $x_1O_1y_1$, где ось абсцисс O_1x_1 расположена вдоль вектора O_1A .

Предполагаем, что в исходном положении оси Ox , O_1x_r , O_1x_1 трех систем координат совпадают. Когда вектор O_1A поворачивается на угол ψ , плоскость H и связанная с ней система координат $x_1O_1y_1$ также совершают поворот вокруг точки O_1 на угол $\psi = \omega_2 t$, где t — время.

В то же время вектор OO_1 и связанные с ним плоскость R и система координат $x_rO_1y_r$ поворачиваются вокруг точки O на угол

$$z\psi = \omega_1 t,$$

где z — передаточное отношение, $z = \omega_1/\omega_2$.

Вектор OA в неподвижной плоскости G можно представить в виде

$$OA = OO_1 + O_1A.$$

Пусть плоскости G , R , H — комплексные. Тогда уравнение трохоиды, описанной в непо-

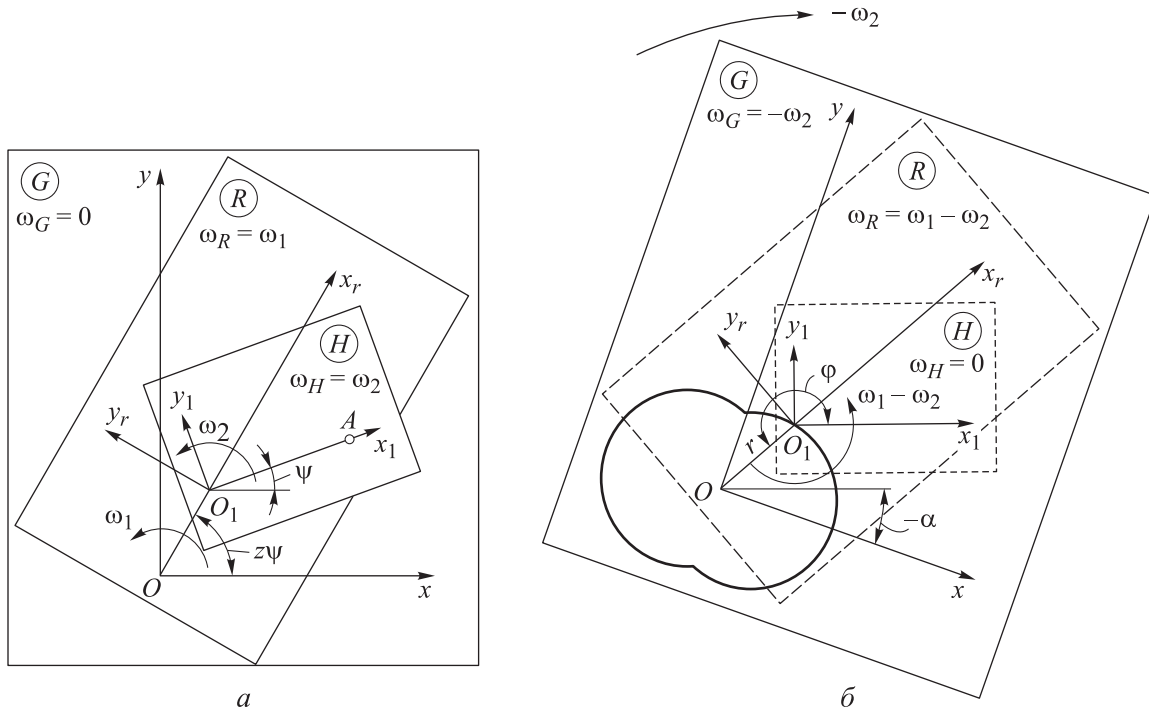


Рис. 3. Схемы образования трохоид (а) и их семейства (б): ω_G , ω_R и ω_H — угловая скорость вращения плоскости G , R и H соответственно

движной плоскости G точки A , в комплексной форме имеет вид

$$G(\psi) = re^{iz\psi} + ae^{i\psi},$$

или

$$G(\psi) = r(e^{iz\psi} + ke^{i\psi}), \quad (1)$$

где i — мнимая единица; k — коэффициент формы, $k = a/r$.

Знак передаточного отношения определяет тип кривой:

- при $z > 0$ — эпитрохоида,
- при $z < 0$ — гипотрохоида.

Уравнение семейства трохойд. Семейство трохойд образуется при инверсии, когда всей системе сообщается дополнительная угловая скорость $-\omega_2$ (рис. 3, б). Тогда плоскость H станет неподвижной, отрезок r и связанная с ним плоскость R получат скорость $\omega_1 - \omega_2$, а плоскость G и лежащая на ней трохойда $G(\psi)$ будут вращаться с угловой скоростью $-\omega_2$ относительно неподвижной плоскости H .

В общем случае уравнение огибающей семейства кривых, заданных параметрически и в комплексной форме, можно получить следующим образом.

Пусть кривая задана параметрически в виде

$$x = F_1(\varphi, \alpha); \quad (2)$$

$$y = F_2(\varphi, \alpha), \quad (3)$$

где φ и α — независимая переменная, определяющая точку кривой и кривую семейства соответственно.

Огибающую находим в виде, аналогичном выражениям (2) и (3), исключив одну из переменных с помощью уравнения связи между независимыми переменными φ и α . Это уравнение получаем с учетом того, что касательная к огибающей в каждой точке составляет с осью абсцисс угол, тангенс которого равен отношению dy/dx :

$$\begin{aligned} dx &= \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} d\alpha; \\ dy &= \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} d\alpha; \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{\frac{\partial F_2}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} d\alpha}{\frac{\partial F_1}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} d\alpha}. \end{aligned} \quad (4)$$

В то же время для каждой кривой семейства α есть постоянная величина

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial F_2}{\partial \varphi} d\varphi}{\frac{\partial F_1}{\partial \varphi} d\varphi} = \frac{\partial F_2}{\partial F_1}. \quad (5)$$

Огибающая семейства представляет собой геометрическое место точек, удовлетворяющих условиям (4) и (5). Касательная к огибающей в каждой точке должна совпадать с касательной к одной из кривых семейства, поэтому должно выполняться равенство

$$\frac{\frac{\partial F_2}{\partial \varphi}}{\frac{\partial F_1}{\partial \varphi}} = \frac{\frac{\partial F_2}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} d\alpha}{\frac{\partial F_1}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} d\alpha}. \quad (6)$$

Соотношение (6) запишем в виде

$$\frac{\partial F_2}{\partial \varphi} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} = \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} \frac{\partial F_1}{\partial \varphi}. \quad (7)$$

Раскрывая выражение (7) и исключая из формул (2), (3) одну из двух величин (α или φ), получаем уравнение огибающей кривых в параметрической форме

$$\dot{F}_{2\varphi} \dot{F}_{1\alpha} = \dot{F}_{2\alpha} \dot{F}_{1\varphi}.$$

Если кривая, определяемая уравнениями (2) и (3), задана в комплексной форме

$$L(\alpha, \varphi) = x + iy = F_1(\varphi, \alpha) + iF_2(\varphi, \alpha), \quad (8)$$

то сопряженное к формуле (8) выражение будет иметь вид

$$\bar{L}(\alpha, \varphi) = F_1(\varphi, \alpha) - iF_2(\varphi, \alpha).$$

Составим выражение

$$\dot{L}_\alpha(\dot{\alpha}, \varphi) \dot{\bar{L}}_\varphi(\dot{\alpha}, \varphi) - \dot{\bar{L}}_\alpha(\dot{\alpha}, \varphi) \dot{L}_\varphi(\dot{\alpha}, \varphi).$$

Связь между независимыми переменными α и φ представим как

$$L_\alpha(\dot{\alpha}, \varphi) \bar{L}_\varphi(\dot{\alpha}, \varphi) - \bar{L}_\alpha(\dot{\alpha}, \varphi) L_\varphi(\dot{\alpha}, \varphi) = 0. \quad (9)$$

Таким образом, уравнение огибающей в комплексной форме можно вывести при совместном рассмотрении уравнения (8) и условия (9).

Уравнения семейства трохойд и их огибающей на плоскости H получим следующим образом. Пусть плоскость G поворачивается относительно плоскости H на угол $-\alpha = -\omega_2 t$ (см. рис. 3, б).

Тогда отрезок r и плоскость R повернутся вокруг точки O_1 относительно неподвижной плоскости H на угол $(\omega_1 - \omega_2)t$. При этом от-

резок r составляет с осью O_1x_1 системы координат $x_1O_1y_1$ угол (см. рис. 3, б)

$$\varphi = \pi + (\omega_1 - \omega_2)t.$$

С учетом того, что $\omega_1 = z\omega_2$, запишем

$$\varphi = \pi + (z - 1)\omega_2 t$$

или

$$\varphi = \pi + (z - 1)\alpha. \tag{10}$$

Уравнение семейства трохойд, образованно-го в плоскости H , имеет вид

$$H(\alpha, \psi) = re^{i\varphi} + G(\psi)e^{-i\alpha}. \tag{11}$$

После подстановки выражения (10) в формулу (11) получаем

$$H(\alpha, \psi) = re^{i[\pi+(z-1)\alpha]} + G(\psi)e^{-i\alpha}.$$

Здесь $G(\psi)$ определяется выражением (1), а угол ψ является независимой переменной уравнения трохойды.

С учетом соотношения

$$e^{i\pi} = \cos(\pi) + i \sin(\pi) = -1$$

имеем

$$H(\alpha, \psi) = -re^{i(z-1)\alpha} + G(\psi)e^{-i\alpha}.$$

Уравнение огибающей семейства $H(\alpha, \psi)$ получаем, решая совместно уравнения (11) и аналогичное выражению (9):

$$\dot{H}_\alpha(\alpha, \psi) \dot{\bar{H}}_\psi(\alpha, \psi) - \dot{\bar{H}}_\alpha(\alpha, \psi) \dot{H}_\psi(\alpha, \psi) = 0,$$

где \bar{H} — сопряженное с (11) выражение.

Введем следующие обозначения:

$$\lambda = (z - 1)\psi; \quad \theta = \arctg \frac{k \sin \lambda}{z + k \cos \lambda}. \tag{12}$$

С учетом соотношений (12) и $e^{i(\pi+a)} = -e^{ia}$ запишем

$$H(\psi) = r \left\{ e^{i\left(\frac{\pi}{z} - \frac{2n\pi}{z}\right)} \left[e^{i\left(\lambda + \frac{2\theta}{z}\right)} + e^{i\left(\lambda - \frac{2(z-1)\theta}{z}\right)} + ke^{i\frac{2\theta}{z}} \right] \right\}; \tag{13}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, |z|.$$

Каждому значению n соответствует одна ветвь огибающей. При $n = 0$ из выражения (13) получаем уравнение для ветви огибающей

$$H_0(\psi) = re^{i\frac{\pi}{z}} \left[e^{i\left(\lambda + \frac{2\theta}{z}\right)} + e^{i\left(\lambda - \frac{2(z-1)\theta}{z}\right)} + ke^{i\frac{2\theta}{z}} \right]. \tag{14}$$

Анализ выражения (13) показывает следующее:

- ветви огибающей при повороте на угол $2\pi/z$ относительно начала O_1 системы координат $x_1O_1y_1$ плоскости H накладываются друг на друга; в связи с этим достаточно рассматривать одну ветвь при $n = 0$, т. е. формулу (14); независимая переменная ψ уравнения огибающей входит в его состав в виде $\lambda = (z - 1)\psi$, поэтому здесь и далее за независимую переменную уравнения огибающей также принимаем λ ;

- для ветви огибающей, описываемой выражением (14), переменная величина λ изменяется в пределах $0 \dots z\pi$ и $0 \dots 2z\pi$ при четном и нечетном передаточном отношении z соответственно;

- огибающая самопересекается, образуя две замкнутые кривые; одна содержит участки с максимальным радиусом, другая — с минимальным; точки самопересечения огибающей представляют собой точки перехода от одного участка к другому; их число равно $|z|$;

- огибающая состоит из одной ветви, если передаточное отношение z нечетное, и из двух (одна сдвинута относительно другой на угол $2\pi/z$), если оно четное.

Значение переменной в точке самопересечения $\lambda_{\text{сам}}$ находим следующим образом.

Вывод уравнений границ контура окна. Рассмотрим планетарную схему с подвижной деталью, спрофилированной по участкам внутренней или наружной огибающей. Конфигурация окна планетарной схемы с вращением огибающей показана на рис. 4, где R_1, R_2 — радиусы скругления контура окна.

Границы 1 и 2 представляют собой части рассматриваемой грани в начале и конце от-

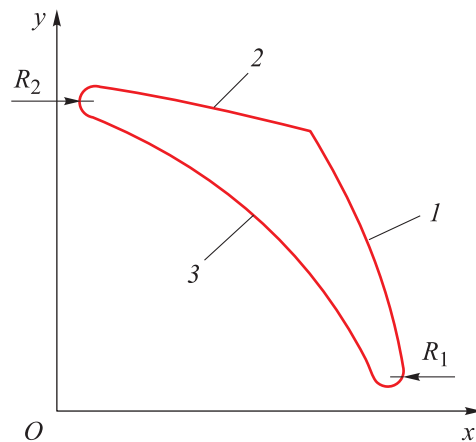


Рис. 4. Конфигурация окна планетарной схемы с вращением огибающей

крытия окна. Граница 3 есть огибающая семейства положений грани движущейся детали при ее переходе из положения 1 в 2.

Неподвижной является плоскость G . Плоскость R жестко связана с отрезком r , а плоскость H — с огибающей $H_0(\psi)$. Уравнение семейства огибающих $H_0(\psi)$, образованного на плоскости G (рис. 5), определяется из выражения

$$D(\varphi_{ог}, \psi) = re^{iz\varphi_{ог}} + H_0(\psi)e^{i\varphi_{ог}}, \quad (15)$$

где $\varphi_{ог}$ — параметр вращения огибающей $H_0(\psi)$ и связанной с ней плоскости H вокруг точки.

Уравнение огибающей соответствующего семейства $H_0(\psi)$ в плоскости G получаем из выражения (15):

$$\begin{aligned} \dot{D}_{\varphi_{ог}}(\varphi_{ог}, \psi) \dot{\bar{D}}_{\psi}(\varphi_{ог}, \psi) - \\ - \dot{\bar{D}}_{\varphi_{ог}}(\varphi_{ог}, \psi) \dot{D}_{\psi}(\varphi_{ог}, \psi) = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где \bar{D} — сопряженное с формулой (15) выражение; $\dot{\bar{D}}_{\psi}(\varphi_{ог}, \psi)$ и $\dot{\bar{D}}_{\varphi_{ог}}(\varphi_{ог}, \psi)$ — частные производные \bar{D} по $\varphi_{ог}$ и ψ соответственно; $\dot{D}_{\varphi_{ог}}(\varphi_{ог}, \psi)$ и $\dot{D}_{\psi}(\varphi_{ог}, \psi)$ — частные производные D по $\varphi_{ог}$ и ψ соответственно.

В выражении (16):

$$\begin{aligned} \dot{D}_{\varphi_{ог}}(\varphi_{ог}, \psi) &= irze^{iz\varphi_{ог}} + iH_0(\psi)e^{i\varphi_{ог}}; \\ \dot{D}_{\psi}(\varphi_{ог}, \psi) &= \dot{H}_{0\psi}(\psi)e^{i\varphi_{ог}}; \\ \dot{\bar{D}}_{\varphi_{ог}}(\varphi_{ог}, \psi) &= -irze^{-iz\varphi_{ог}} - iH_0(\psi)e^{-i\varphi_{ог}}; \\ \dot{\bar{D}}_{\psi}(\varphi_{ог}, \psi) &= \dot{\bar{H}}_{0\psi}(\psi)e^{-i\varphi_{ог}}. \end{aligned} \quad (17)$$

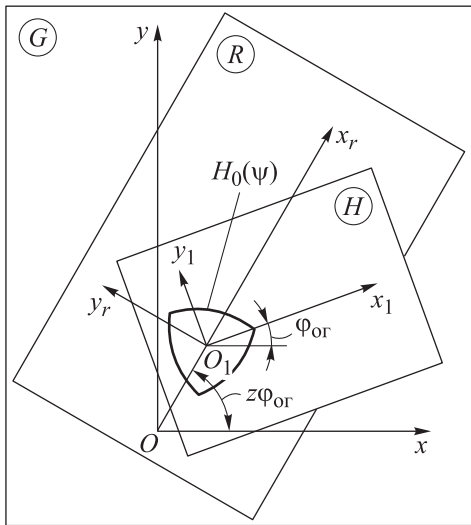


Рис. 5. Схема движения детали в планетарной схеме с вращением огибающей

После подстановки формулы (17) в выражение (15) получаем

$$\begin{aligned} rz\dot{\bar{H}}_{0\psi}(\psi)e^{-i(z-1)\varphi_{ог}} + \dot{\bar{H}}_{0\psi}(\psi)H_0(\psi) + \\ + \bar{H}_0(\psi)\dot{H}_{0\psi}(\psi) + rz\dot{H}_{0\psi}(\psi)e^{-i(z-1)\varphi_{ог}} = 0. \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{\lambda} &= \frac{kz \cos \lambda + k^2}{k^2 + z^2 + 2kz \cos \lambda}; \\ Q &= 1 + \frac{2}{z}\dot{\theta}_{\lambda}; \\ P &= 1 - \frac{2(z-1)}{z}\dot{\theta}_{\lambda}; \\ \eta &= \arctg \frac{P \sin(\lambda - 2\theta) + Q \sin \lambda}{P \cos(\lambda - 2\theta) + Q \cos \lambda + \frac{2k}{z}\dot{\theta}_{\lambda}}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \cos \sigma = \\ = \frac{k(1 - 2\dot{\theta}_{\lambda}) \sin(2\theta - \lambda) - 2\dot{\theta}_{\lambda} \sin 2\theta - k \sin \lambda}{\sqrt{Z}}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\dot{\theta}_{\lambda}$ — производная θ по λ ; $Q = 1 + 2\dot{\theta}_{\lambda}/z$;

$$\begin{aligned} Z &= z^2(P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta) + 4k\dot{\theta}_{\lambda} \times \\ &\times \{k\dot{\theta}_{\lambda} + z[Q \cos \lambda + P \cos(\lambda - 2\theta)]\}. \end{aligned}$$

В результате математических преобразований получаем [7]

$$\varphi_{ог} = \frac{1}{z-1} \left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{z} + \frac{2\theta}{z} + \eta \pm \sigma \right). \quad (20)$$

По физическому смыслу угол поворота $\varphi_{ог}$ (см. рис. 5) должен быть положительным при всех значениях независимой переменной ψ уравнения огибающей $H_0(\psi)$.

С учетом того, что $\varphi_{ог} > 0$ и $\sigma > 0$ при $\sigma > 0$ выражение (20) принимает вид

$$\varphi_{ог} = \frac{1}{z-1} \left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{z} + \frac{2\theta}{z} + \eta + \sigma \right). \quad (21)$$

Здесь параметры θ , η и σ определяются выражениями (12), (18) и (19).

Тогда уравнение огибающей соответствующего семейства (15) принимает вид

$$D_0(\psi) = re^{iz\varphi_{ог}(\psi)} + H_0(\psi)e^{i\varphi_{ог}(\psi)}, \quad (22)$$

где $\varphi_{ог}(\psi)$ определяется выражением (21).

Решим следующую задачу: по известному значению параметра вращения $\varphi_{ог} = \varphi_{ог.зад}$ огибающей $H_0(\psi)$ (см. рис. 5) найдем значение переменной $\psi_{зад}$ (или $\lambda_{зад} = (z-1)\psi_{зад}$) огиба-

ющей $H_0(\psi)$ и огибающей положений грани движущейся детали $D_0(\psi)$ с учетом выражения (21).

Это требуется, когда надо найти точки пересечения участков кривых 1–3 (см. рис. 4), по которым построены границы торцевого окна. При этом известны углы поворота, соответствующие началу открытия $\varphi_{ог}^{откр}$ и концу закрытия $\varphi_{ог}^{закр}$ торцевого окна. Искомые значения ψ (или λ) соответствуют таким положениям движущейся детали, в которых его грани 1 и 2 соприкасаются с границей 3, т. е. с огибающей семейства кривых, по которым выполнены эти грани.

Формула (21) позволяет определить параметр вращения $\varphi_{ог}$ движущейся детали через переменную ψ (или λ) огибающих $H_0(\psi)$ и $D_0(\psi)$. Однако в явном виде невозможно получить зависимость ψ от $\varphi_{ог}$.

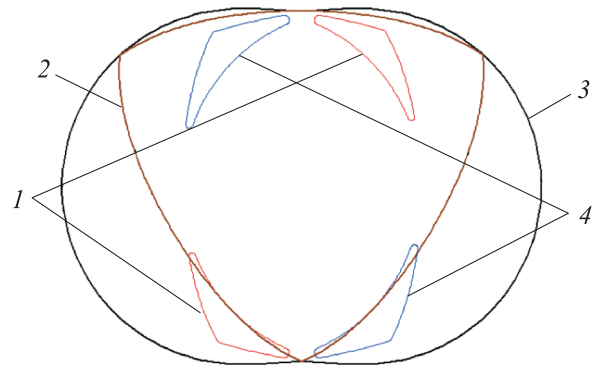


Рис. 6. Конфигурация торцевых окон: 1 и 4 — выпускные и впускные окна; 2 — ротор; 3 — корпус

Для решения поставленной задачи находим приближенное значение ψ (или λ) следующим образом. По выражению (21) вычисляем $\varphi_{ог}$ для данного значения ψ , изменяя ψ от 0

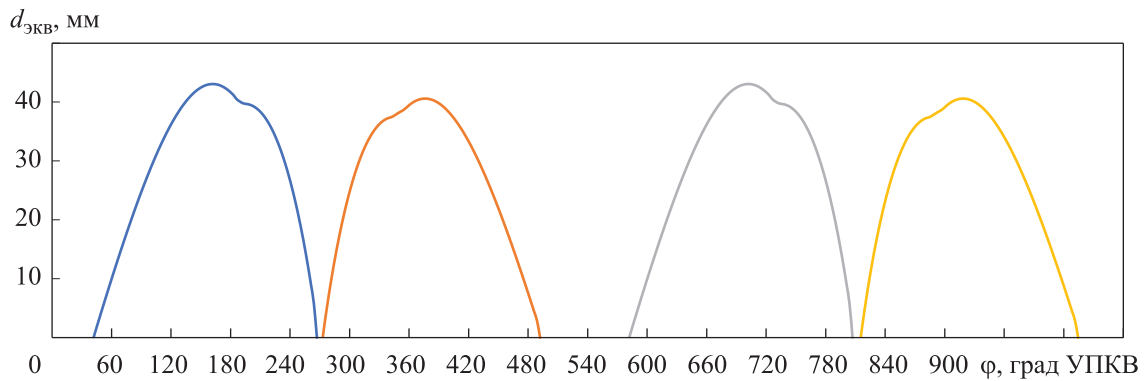


Рис. 7. Зависимости эквивалентного гидравлического диаметра $d_{эКВ}$ от угла поворота выходного вала φ для различных каналов первой рабочей камеры: — и — — первого и второго впускного канала; — и — — первого и второго выпускного канала

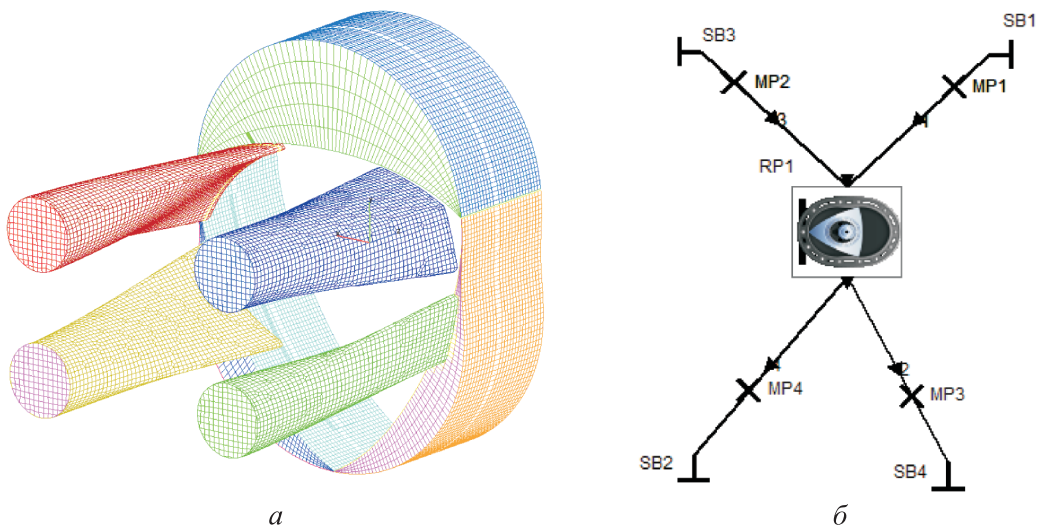


Рис. 8. Расчетные области трехмерной (а) и 0–1-мерной (б) моделей

с некоторым шагом. Полученное значение $\varphi_{ог}$ сравниваем с заданным $\varphi_{ог.зад}$.

Так как значение параметра $\varphi_{ог}$, являющегося углом поворота огибающей $H_0(\psi)$, должно быть монотонно изменяющимся, разность $\varphi_{ог} - \varphi_{ог.зад}$ меняет знак только при переходе $\varphi_{ог}$ через значение $\varphi_{ог.зад}$. Наблюдая за знаком этой разности, принимаем в качестве $\psi_{зад}$ значение ψ , при котором происходит изменение знака. Точность определения $\psi_{зад}$ зависит от выбранного шага, поэтому ее можно задавать заранее.

Для вычисления координат точек контура окна воспользуемся:

- формулой (15) с заменой $\varphi_{ог}$ на $\varphi_{ог}^{откр}$ и $\varphi_{ог}^{закр}$ при определении границ 1 и 2 соответственно (см. рис. 4);
- выражением (22) при расчете границы 3.

Для нахождения координат точек контура торцевого окна (конфигурации) и его полной площади будем последовательно определять следующие параметры (рис. 6):

- независимую переменную уравнений кривых 1–3 в точках их пересечения;
- координаты точек контура окна;
- полную площадь окна $S_{полн}$ в каждом положении ротора;
- полный периметр окна $P_{полн}$ в каждом положении ротора;
- эквивалентный гидравлический диаметр в каждом положении ротора $d_{эkv} = 4S_{полн}/P_{полн}$ (рис. 7).

Указанная последовательность решения поставленной задачи реализована в программном коде, позволяющем получить геометрические характеристики каналов ТРМ при заданных

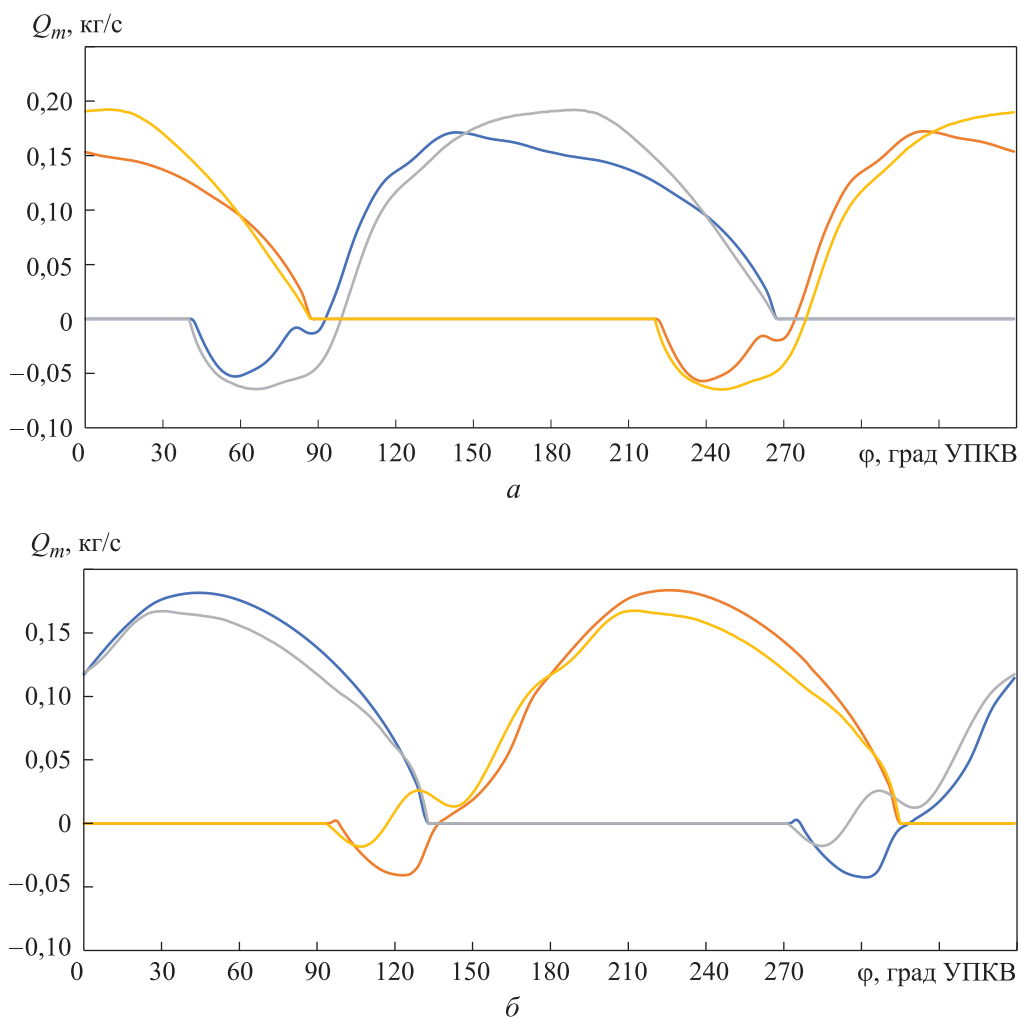


Рис. 9. Зависимости массового расхода воздуха Q_m во впускных (а) и выпускных (б) торцевых окнах от угла поворота коленчатого вала φ :

- и — 0–1- и трехмерный расчет для первого торцевого окна;
- и — 0–1- и трехмерный расход для второго торцевого окна

параметрах трохоиды (эксцентриситете r , коэффициенте формы k , передаточном отношении z) и углах открытия $\varphi_{от}^{откр}$ и закрытия $\varphi_{от}^{закр}$ торцевых окон.

Сопоставление результатов математического моделирования рабочего процесса. Для верификации расчетной модели построена трехмерная модель ТРМ с двумя впускными и двумя выпускными патрубками в ПК AVL Fire (рис. 8, а) [8], геометрические параметры которой соответствуют 0–1-мерной модели, разработанной в ПК AVL Boost (рис. 8, б). Такой подход позволяет экономить вычислительные ресурсы и быстрее оценивать эффективность технических решений.

Граничные условия в обоих случаях моделирования задавались эквивалентными: температуры стенок, площади стенок, давления и температуры на концах впускных и выпускных органов, а также режим работы ТРМ. Для 0–1-мерной модели вводился местный коэффициент расхода потока μ_f при втекании через окно. В первом приближении выбран $\mu_f = 0,60$ [9–11], его значение соответствует параметрам газообмена в двухтактных двигателях с петлевой продувкой.

Подробная последовательность построения расчетной области для расчета рабочего процесса ТРМ в ПК AVL Fire описана в публикациях [12–15].

После первого приближения сопоставлялись результаты трех- и 0–1-мерных расчетов. Сред-

ние массовые расходы воздуха для впускных и выпускных окон в ПК AVL Boost оказались завышенными на 9 %, а формы графиков — сопоставимыми.

Во втором приближении местный коэффициент расхода был скорректирован до $\mu_f = 0,55$. В результате средние массовые расходы воздуха за цикл сошлись с трехмерным результатом. Зависимости массового расхода воздуха для впускных и выпускных торцевых окон от угла поворота коленчатого вала (УПКВ) приведены на рис. 9.

Выводы

1. Предложен метод профилирования торцевых окон ТРМ с использованием функций комплексной переменной. Для объекта исследования подобраны геометрические параметры трохоиды, обеспечивающие заданные массовые расходы воздуха при требуемом перепаде давления.

2. Проведен расчет, позволивший получить геометрические характеристики торцевых окон ТРМ при заданных размерности и фазах газораспределения.

3. Подобраны значения местного коэффициента расхода для истечения потока из торцевого окна ТРМ, которые позволили с точностью до 1 % определить средние массовые расходы на впуске и выпуске.

Литература

- [1] Сухомлинов Р.М., Любинец В.Д., Автономова И.В. *Классификация объемных ротационных компрессоров и анализ их схем*. Цинтихимнефтемаш, 1974. 20 с.
- [2] Бениович В.М., Аназиди Г.Д., Бойко А.М. *Ротопоршневые двигатели*. Москва, Машиностроение, 1968. 152 с.
- [3] Сухомлинов Р.М., Кобзарь Н.Т., Нго К.Н. *Геометрия и кинематика трохоидных роторно-поршневых машин*. Изд-во Харьковского университета, 1973, с. 131–145.
- [4] Yamamoto K. *Rotary engine*. Society of Automotive Engineers, 1981. 67 p.
- [5] Hege J.B. *The Wankel rotary engine*. McFarland & Co, 2006. 174 p.
- [6] Hoeschek J. Über Gleitkurven von Radlinien 2. Stufe. *Math. Nachr.*, 1963, vol. 27, no. 4, pp. 1–8, doi: <https://doi.org/10.1002/mana.19630270102>
- [7] Нго К.Н. *Исследование торцевого распределения трохоидных роторных компрессоров*. Дисс. ... канд. тех. наук. Харьков, Харьковский политехнический институт, 1974. 221 с.
- [8] AVL FIRE™. [сайт]. URL: <https://www.avl.com/fire> (дата обращения: 25.09.2021).
- [9] Орлин А.С. *Двухтактные быстроходные двигатели*. Москва, Машгиз, 1947. 184 с.
- [10] Орлин А.С. *Процессы выхлопа и продувки в двухтактных быстроходных двигателях*. Москва, Оборонгиз, 1940. 100 с.
- [11] Орлин А.С. *Расчет сечений органов распределения двухтактных быстроходных двигателей*. Москва, Оборонгиз, 1939. 92 с.

- [12] Finkelberg L., Kostuchenkov A., Zelentsov A. et al. Improvement of combustion process of spark-ignited aviation wankel engine. *Energies*, 2019, vol. 12, no. 12, art. 2292, doi: <https://doi.org/10.3390/en12122292>
- [13] Кавтарадзе Р.З., Касько А.А., Зеленцов А.А. Расчетно-экспериментальное исследование рабочего процесса перспективного роторно-поршневого двигателя. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 4, с. 22–33, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2022-4-23-33>
- [14] Poojitganont T., Izweik H.T., Berg H.P. The simulation of flow field inside the wankel combustion chamber. *Proc. 20th Conf. of Mechanical Engineering Network of Thailand*, 2006, 6 p.
- [15] Костюченков А.Н., Зеленцов А.А., Семенов П.В. и др. Разработка односекционного роторно-поршневого двигателя-демонстратора на основе современной комплексной методики расчета. *Вестник СГАУ*, 2014, № 5–2, с. 173–181.

References

- [1] Sukhomlinov R.M., Lyubinets V.D., Avtonomova I.V. *Klassifikatsiya ob'emnykh rotatsionnykh kompressorov i analiz ikh skhem*. Tsintikhimneftemash, 1974. 20 p. (In Russ.).
- [2] Beniovich V.M., Anazidi G.D., Boyko A.M. *Rotoporzshnevye dvigateli* [Rotary engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968. 152 p. (In Russ.).
- [3] Sukhomlinov R.M., Kobzar' N.T., Ngo K.N. *Geometriya i kinematika trokhoidnykh rotornoporzshnevnykh mashin*. Izd-vo Khar'kovskogo universiteta, 1973, pp. 131–145. (In Russ.).
- [4] Yamamoto K. *Rotary engine*. Society of Automotive Engineers, 1981. 67 p.
- [5] Hege J.B. *The Wankel rotary engine*. McFarland & Co, 2006. 174 p.
- [6] Hoschek J. Über Gleitkurven von Radlinien 2. Stufe. *Math. Nachr.*, 1963, vol. 27, no. 4, pp. 1–8, doi: <https://doi.org/10.1002/mana.19630270102>
- [7] Ngo K.N. *Issledovanie tortseвого raspredeleniya trokhoidnykh rotornykh kompressorov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Study on end distribution of trochoidal rotor compressors. KAnd. tech. sci. diss.]. Khar'kov, Khar'kovskiy politekhnicheskii institut, 1974. 221 p. (In Russ.).
- [8] AVL FIRE™. [sayt]. URL: <https://www.avl.com/fire> (data obrashcheniya: 25.09.2021).
- [9] Orlin A.S. *Dvukhtaknyye bystrokhodnyye dvigateli* [Double-contact high-speed engines]. Moscow, Mashgiz, 1947. 184 p. (In Russ.).
- [10] Orlin A.S. *Protsessy vykhlopa i produvki v dvukhtaknykh bystrokhodnykh dvigatelyakh* [Emission and blow-down processes in double-contact high-speed engines]. Moscow, Oborongiz Publ., 1940. 100 p. (In Russ.).
- [11] Orlin A.S. *Raschet secheniy organov raspredeleniya dvukhtaknykh bystrokhodnykh dvigateley* [Analysis of distribution parts sections in double-contact high-speed engines]. Moscow, Oborongiz Publ., 1939. 92 p. (In Russ.).
- [12] Finkelberg L., Kostuchenkov A., Zelentsov A. et al. Improvement of combustion process of spark-ignited aviation wankel engine. *Energies*, 2019, vol. 12, no. 12, art. 2292, doi: <https://doi.org/10.3390/en12122292>
- [13] Kavtaradze R.Z., Kas'ko A.A., Zelentsov A.A. Computational and experimental study of the working process of a promising rotary piston engine. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2022, no. 4, pp. 22–33, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2022-4-23-33> (in Russ.).
- [14] Poojitganont T., Izweik H.T., Berg H.P. The simulation of flow field inside the wankel combustion chamber. *Proc. 20th Conf. of Mechanical Engineering Network of Thailand*, 2006, 6 p.
- [15] Kostyuchenkov A.N., Zelentsov A.A., Semenov P.V. et al. Development of a single-section demonstrator rotary engine on the basis of a modern complex design procedure. *Vestnik SGAU* [Vestnik of the Samara State Aerospace University], 2014, no. 5–2, pp. 173–181. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 31.03.2022

Информация об авторах

КАСЬКО Антон Александрович — младший научный сотрудник отдела 306 «Авиационные поршневые двигатели». ЦИАМ им. П.И. Баранова (111116, Москва, Российская Федерация, ул. Авиамоторная, д. 2, e-mail: kasko_73@mail.ru).

ЗЕЛЕНЦОВ Андрей Александрович — кандидат технических наук, научный сотрудник отдела 306 «Авиационные поршневые двигатели». ЦИАМ им. П.И. Баранова (111116, Москва, Российская Федерация, ул. Авиамоторная, д. 2, e-mail: zelentsov.aa@gmail.com).

МИНИН Владимир Петрович — специалист, инженер первой категории отдела 306 «Авиационные поршневые двигатели». ЦИАМ им. П.И. Баранова (111116, Москва, Российская Федерация, ул. Авиамоторная, д. 2, e-mail: vpmimin@gmail.com).

Information about the authors

KASKO Anton Aleksandrovich — Master of Science, Junior Researcher of Aviation Piston Engines Department. Central Institute of Aviation Motors (111116, Moscow, Russian Federation, Aviamotornaya St., Bldg. 2, e-mail: kasko_73@mail.ru).

ZELENTSOV Andrei Aleksandrovich — Doctor of Science, Research Engineer of Aviation Piston Engines Department. Central Institute of Aviation Motors (111116, Moscow, Russian Federation, Aviamotornaya St., Bldg. 2, e-mail: zelentsov.aa@gmail.com).

MININ Vladimir Petrovich — Specialist, Engineer of Aviation Piston Engines Department. Central Institute of Aviation Motors (111116, Moscow, Russian Federation, Aviamotornaya St., Bldg. 2, e-mail: vpmimin@gmail.com).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Касько А.А., Зеленцов А.А., Минин В.П. Профилирование торцевых окон трохоидной машины. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 11, с. 47–57, doi: 10.18698/0536-1044-2022-11-47-57

Please cite this article in English as:

Kasko A.A., Zelentsov A.A., Minin V.P. End Window Profiling of a Trochoid Machine. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 11, pp. 47–57, doi: 10.18698/0536-1044-2022-11-47-57



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям учебное пособие «Инновационное развитие территорий. Модуль 1. Формирование инновационных территориальных образований»

Авторы: С.Н. Ефимушкин, И.Н. Омельченко

Учебное пособие содержит материалы для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Инновационное развитие территорий» с целью ознакомления обучающихся с теоретическим материалом курса лекций по формированию инновационных территориальных образований. Содержание учебного пособия соответствует требованиям СУОС ВО МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов бакалавриата кафедры «Промышленная логистика» факультета «Инженерный бизнес и менеджмент» МГТУ им. Н.Э. Баумана, обучающихся по направлению подготовки «Инноватика» (направленность «Управление инновациями в наукоемких производствах»).

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, к. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://bmstu.press>