

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.865.8; 62-503.5

doi: 10.18698/0536-1044-2022-8-3-12

Динамика и синтез управляющих сигналов манипулятора параллельно-последовательной структуры

В.В. Жога¹, В.В. Дяшкин-Титов², Н.С. Воробьева², А.В. Дяшкин²¹ ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет»² ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный аграрный университет»

Parallel-Serial Structure Manipulator Control Signals Dynamics and Synthesis

V.V. Zhoga¹, V.V. Dyashkin-Titov², N.S. Vorobyeva², A.V. Dyashkin²¹ Volgograd State Technical University² Volgograd State Agricultural University

Выполнен синтез динамического алгоритма формирования управляющих сигналов исполнительных электродвигателей, обеспечивающих реализацию требуемых траекторий и законов движения рабочего органа манипулятора параллельно-последовательной структуры. Получены аналитические выражения для управляющих сигналов приводных электродвигателей. Алгоритм построен с помощью нелинейных уравнений динамики механизма манипулятора параллельно-последовательной структуры и характеристик его приводов. Предложенный алгоритм вычисления управляющих усилий относится к алгоритмам компенсирующего типа. Приведен численный пример реализации, полученных законов управления.

Ключевые слова: манипулятор параллельно-последовательной структуры, уравнения динамики, синтез управляющих сигналов

The article describes synthesis of a dynamic algorithm for generating control signals of executive motors ensuring the implementation of the required trajectories and laws of motion of the parallel structure manipulator working body. Analytical expressions for the control signals of drive electric motors are obtained. The algorithm is constructed using nonlinear equations of the manipulator mechanism dynamics and the characteristics of its drives. The proposed algorithm for calculating control forces is one of the algorithms of the compensating type. A numerical example of the implementation of the obtained control laws is given.

Keywords: parallel-serial structure manipulator, equations of dynamics, control signal synthesis

При выполнении технологических процессов, где необходимо управлять рабочим органом при высоких скорости перемещения и ускорения,

все большее применение находят манипуляторы параллельно-последовательной структуры (МППС). Благодаря большой скорости

перемещения МППС время выполнения операций может составлять меньше одной секунды [1, 2]. Поэтому МППС можно использовать в технологических процессах сортировки и упаковки продукции, сборки микросхем и т. д.

При разработке МППС основной задачей является синтез алгоритмов управления, обеспечивающих перемещение захватного устройства (ЗУ) по программной траектории [3–6]. При решении этой задачи необходимо учитывать динамическое поведение системы, определяемое инерционностью звеньев, нагрузкой ЗУ и наличием внешних возмущений.

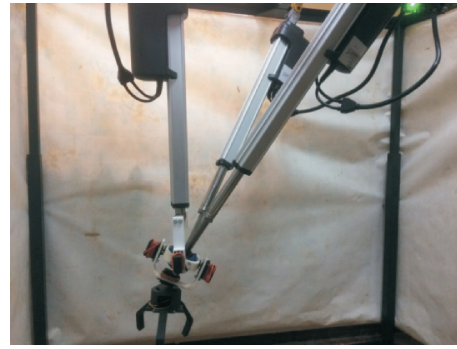
Цель работы — синтез динамического алгоритма формирования управляющих сигналов исполнительных двигателей, обеспечивающих реализацию требуемых траекторий и законов движения ЗУ МППС.

Определим законы формирования управляющих усилий и моментов исполнительных приводов, обеспечивающих перемещение ЗУ в заданное положение за заданное время по программной траектории. Для решения этой задачи воспользуемся математической моделью динамики МППС.

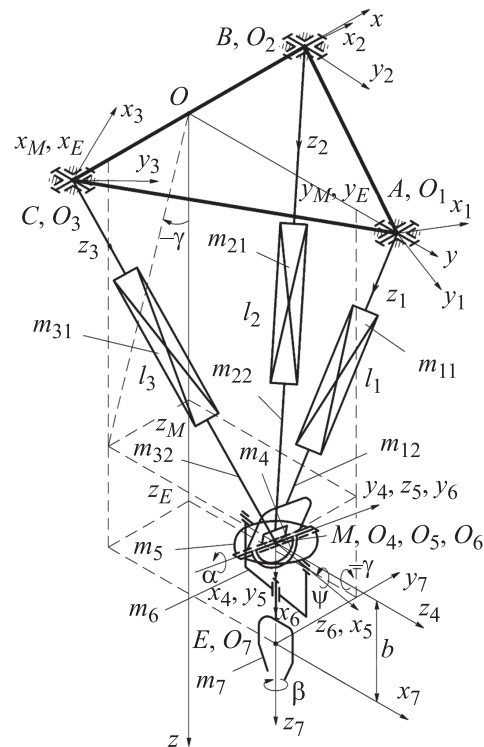
Описание объекта исследования. МППС (рис. 1, а) представляет собой пространственный механизм в виде треугольной пирамиды, боковыми ребрами которой служат исполнительные звенья переменной длины l_1, l_2, l_3 (рис. 1, б) [7]. Корпуса этих звеньев соединены с неподвижным основанием ABC двухподвижными шарнирами.

В качестве исполнительных звеньев выступают актуаторы (звенья с электрическим приводом постоянного тока). Все актуаторы имеют встроенный аналоговый датчик перемещения (потенциометр). Конструкция МППС предусматривает, что геометрические оси штоков актуаторов пересекаются в точке M с помощью пятиподвижного шарнирного узла. Это позволяет устранить изгибающие моменты со стороны ЗУ от внешних нагрузок.

На пятиподвижном шарнирном узле установлено управляемое ЗУ (рис. 2), которое состоит из трех звеньев, соединенных друг с другом вращательными кинематическими парами пятого класса. Число степеней свободы МППС равно шести. Конфигурация МППС однозначно зависит от длины исполнительных звеньев l_i ($i = 1, 2, 3$) и углов относительных поворотов звеньев ЗУ α, ψ, β . Пространственное положение



а



б

Рис. 1. Внешний вид (а) и кинематическая схема (б) МППС на неподвижном основании

ние звеньев МППС (см. рис. 1, б и 2) определяется относительно абсолютной системы координат $Oxyz$.

Геометрические соотношения. Введены подвижные системы координат $O_i x_i y_i z_i$ ($i = 1, \dots, 7$), связанные с корпусами актуаторов (см. рис. 1, б) и звеньями ЗУ (см. рис. 2) [8]. Положение каждой из них относительно абсолютной системы координат $Oxyz$ задано углом φ_i при повороте вокруг неподвижной оси Ox и углом δ_i при повороте вокруг подвижной оси $O_i y_i$ (рис. 3).

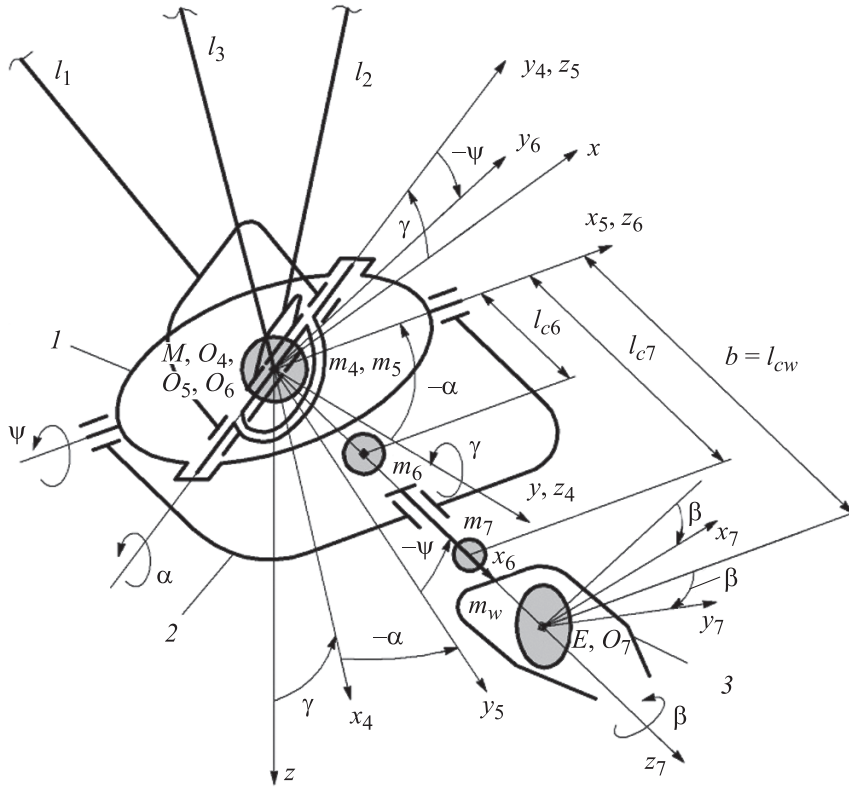


Рис. 2. Кинематическая схема ЗУ с тремя степенями свободы:
1-3 — звенья ЗУ

Ориентация этих систем координат относительно неподвижных координатных осей определяется направляющими косинусами:

$$\begin{aligned} \alpha_{11i} &= \cos \delta_i; & \alpha_{12i} &= \sin \varphi_i \sin \delta_i; \\ \alpha_{13i} &= -\sin \delta_i \cos \varphi_i; & \alpha_{21i} &= 0; \\ \alpha_{22i} &= \cos \varphi_i; & \alpha_{23i} &= \sin \varphi_i; & \alpha_{31i} &= \sin \delta_i; \\ \alpha_{32i} &= -\cos \delta_i \sin \varphi_i; & \alpha_{33i} &= \cos \delta_i \cos \varphi_i. \end{aligned} \tag{1}$$

Конструкция МППС обеспечивает голономные связи между длинами актуаторов l_i и координатами центра масс (расположенного в точке M) x_M, y_M, z_M пятиподвижного шарнира (см. рис. 1, б)

$$\begin{aligned} \sqrt{x_M^2 + (y_M - OA)^2 + z_M^2} - l_1 &= 0; \\ \sqrt{(x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2} - l_2 &= 0; \\ \sqrt{(x_M + OB)^2 + y_M^2 + z_M^2} - l_3 &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

и конструктивным углом

$$\gamma - \operatorname{arctg} \frac{x_M}{z_M} = 0. \tag{3}$$

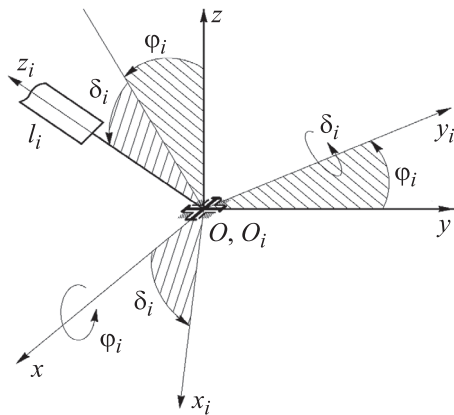


Рис. 3. Схема расположения подвижной системы координат исполнительных звеньев относительно абсолютной системы координат

Математическая модель динамики МППС. В качестве координат МППС приняты следующие параметры в функции времени t : длины актуаторов $l_i(t)$, углы поворота их корпусов относительно абсолютной системы координат $\delta_i(t), \varphi_i(t)$, углы относительных поворотов звеньев ЗУ $\alpha(t), \psi(t), \beta(t)$, конструктивный угол $\gamma(t)$ и координаты центра масс пятиподвижного сферического шарнира $x_M(t), y_M(t), z_M(t)$.

Шесть координат являются независимыми. На все координаты наложены десять голо-

номных связей, формируемых уравнениями (1)–(3):

$$\begin{aligned} f_1 &= \varphi_2 - \varphi_3 = 0; \\ f_2 &= l_3 \cos \delta_3 - l_2 \cos \delta_2 = 0; \\ f_3 &= l_1 \cos \delta_1 \cos \varphi_1 - l_2 \cos \delta_2 \cos \varphi_2 = 0; \\ f_4 &= l_3 \sin \delta_3 - l_2 \sin \delta_2 - 2OB = 0; \\ f_5 &= l_1 \sin \delta_1 - l_2 \sin \delta_2 - OB = 0; \\ f_6 &= l_1 \cos \delta_1 \sin \varphi_1 - l_2 \cos \delta_2 \sin \varphi_2 - OA = 0; \quad (4) \\ f_7 &= \sqrt{x_M^2 + (y_M - OA)^2 + z_M^2} - l_1 = 0; \\ f_8 &= \sqrt{(x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2} - l_2 = 0; \\ f_9 &= \sqrt{(x_M + OB)^2 + y_M^2 + z_M^2} - l_3 = 0; \\ f_{10} &= \gamma - \arctg \frac{x_M}{z_M} = 0. \end{aligned}$$

Для описания динамики перемещения звеньев МППС воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода с дополнительными голономными связями (4) [9–11]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + Q^\Phi - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \sum_{j=1}^{10} \lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial q_i}, \quad (5)$$

$i = 1, \dots, 16,$

где T — кинетическая энергия МППС; q_i — i -я обобщенная координата; Q_i — обобщенная сила, соответствующая i -й координате; Q^Φ — обобщенная сила сил сопротивления; λ_j — множители Лагранжа; $\partial \Pi / \partial q_i$ — обобщенная сила потенциальных сил, соответствующая i -й координате.

Кинетическая энергия МППС

$$T = \sum_{i=1}^3 T_{ia} + \sum_{i=1}^3 T_{ir} + T_4 + T_5 + T_6 + T_7 + T_W,$$

где T_{ia} — кинетическая энергия корпусов исполнительных звеньев при сферическом движении; T_{ir} — кинетическая энергия штоков при переносном движении вместе с корпусами и при прямолинейном поступательном движении относительно корпусов; T_4 — кинетическая энергия сферического шарнира; T_5 , T_6 , T_7 — кинетическая энергия звеньев ЗУ манипулятора; T_W — кинетическая энергия груза.

Обобщенные координаты

$$q_i = \delta_i, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$q_i = \varphi_i, \quad i = 4, 5, 6;$$

$$q_7 = x_M; \quad q_8 = y_M; \quad q_9 = z_M;$$

$$q_{10} = \gamma; \quad q_{11} = \psi; \quad q_{12} = \alpha; \quad q_{13} = \beta;$$

$$q_i = l_{i-13}, \quad i = 14, 15, 16.$$

В силу осевой симметрии исполнительных звеньев центробежные моменты инерции равны нулю. Принимаем, что моменты инерции штоков исполнительных звеньев относительно собственных центральных осей инерции $I_{zci} = 0$, $I_{xci} = I_{yci} = I_r$.

Тогда кинетическая энергия МППС принимает вид

$$\begin{aligned} T &= 0,5 \left\{ m_{12} \dot{l}_1^2 + \left[I_k + I_r + m_{12} \left(l_1 - \frac{1}{2} l_{10} \right)^2 \right] \times \right. \\ &\quad \times (\dot{\delta}_1^2 + \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \delta_1) + m_{22} \dot{l}_2^2 + \\ &\quad \left. + \left[I_k + I_r + m_{22} \left(l_2 - \frac{1}{2} l_{20} \right)^2 \right] \times \right. \\ &\quad \times (\dot{\delta}_2^2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos^2 \delta_2) + m_{32} \dot{l}_3^2 + \\ &\quad \left. + \left[I_k + I_r + m_{32} \left(l_3 - \frac{1}{2} l_{30} \right)^2 \right] (\dot{\delta}_3^2 + \dot{\varphi}_3^2 \cos^2 \delta_3) \right\} + \\ &\quad + 0,5 I_\gamma \dot{\gamma}^2 + 0,5 I_\alpha \dot{\alpha}^2 + 0,5 I_\psi \dot{\psi}^2 + 0,5 I_\beta \dot{\beta}^2 + \\ &\quad + 0,5 (m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_w) (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2) + \\ &\quad + [(\dot{x}_M \cos \gamma - \dot{z}_M \sin \gamma) \cos \psi \cos \alpha - \\ &\quad - (\dot{x}_M \sin \gamma + \dot{z}_M \cos \gamma) \sin \psi] I_l \dot{\gamma} - \\ &\quad - [(\dot{x}_M \sin \gamma + \dot{z}_M \cos \gamma) \sin \alpha + \cos \alpha \dot{y}_M] I_l \cos \psi \dot{\alpha} + \\ &\quad + [(\dot{x}_M \cos \gamma - \dot{z}_M \sin \gamma) \cos \psi - (\dot{x}_M \sin \gamma + \\ &\quad + \dot{z}_M \cos \gamma) \sin \psi \cos \alpha + \sin \psi \sin \alpha \dot{y}_M] I_l \dot{\psi} + \\ &\quad + [(m_6 l_{c6}^2 + m_7 l_{c7}^2 + m_w l_{cw}^2 + I_{6y} - I_{6x} + I_{\beta x} \cos^2 \beta - \\ &\quad - I_{\beta z}) \sin \alpha \sin \psi - I_{\beta y} \cos \alpha \cos \beta \sin \beta] \cos \psi \dot{\alpha} \dot{\gamma} + \\ &\quad + [(m_6 l_{c6}^2 + m_7 l_{c7}^2 + m_w l_{cw}^2 + I_{6z}) \cos \alpha + \\ &\quad + (I_{\beta x} \sin \psi \sin \alpha \sin \beta + I_{\beta y} \cos \alpha \cos \beta) \cos \beta] \dot{\gamma} \dot{\psi} + \\ &\quad + [I_{\beta x} - I_{\beta y}] \cos \psi \cos \beta \sin \beta \dot{\psi} \dot{\alpha} - \\ &\quad - I_{\beta z} \cos \psi \sin \alpha \dot{\gamma} \dot{\beta} + I_{\beta z} \sin \psi \dot{\alpha} \dot{\beta}, \quad (6) \end{aligned}$$

где m_{12} , m_{22} , m_{32} — массы штоков исполнительных звеньев; I_k — моменты инерции корпусов исполнительных звеньев относительно осей подвижных систем координат, $I_k = I_{ix} = I_{iy}$, $I_{iz} = 0$ ($i = 1, 2, 3$); $\dot{\gamma}$ — угловая скорость вращения пятиподвижного сферического шарнирного узла вокруг оси Oz ; l_{10} , l_{20} , l_{30} — начальные длины исполнительных звеньев; I_γ , I_α , I_ψ , I_β , I_l , $I_{\beta x}$, $I_{\beta z}$, $I_{\beta y}$ — приведенные моменты инерции МППС; m_4 и m_w — масса пятиподвижного сферического шарнирного узла и груза; m_5 , m_6 , m_7 — массы звеньев ЗУ; I_{6x} , I_{6y} , I_{6z} — главные центральные моменты инерции звеньев ЗУ относительно собственных координатных осей; l_{c6} и l_{c7} — рас-

стояние от центра масс сферического шарнира до центра масс второго и третьего звена ЗУ соответственно; l_{cw} — расстояние от центра масс груза до центра масс сферического шарнира.

Приведенные моменты инерции, входящие в состав выражения (6), определяются выражениями

$$I_{\psi} = I_{6z} + m_6 l_{c6}^2 + m_7 l_{c7}^2 + m_w l_{cw}^2 + I_{\beta x} \sin^2 \beta + I_{\beta y} \cos^2 \beta;$$

$$I_{\gamma} = I_{4z} + (m_6 l_{c6}^2 + m_7 l_{c7}^2 + m_w l_{cw}^2) (\cos^2 \psi \cos^2 \alpha + \sin^2 \psi) + [(I_{6x} + I_{7z} + I_{wz}) \cos^2 \psi + I_{6y} \sin^2 \psi + I_{5y}] \sin^2 \alpha + (I_{6z} + I_{5x}) \cos^2 \alpha + [I_{\beta x} \sin^2 \alpha \sin^2 \psi + I_{\beta y} \cos^2 \alpha] \cos^2 \beta;$$

$$I_{\alpha} = I_{5z} + (I_{6x} + I_{7z} + I_{wz}) \sin^2 \psi + (m_6 l_{c6}^2 + m_7 l_{c7}^2 + m_w l_{cw}^2 + I_{6y} + I_{\beta y} \sin^2 \beta + I_{\beta x} \cos^2 \beta) \cos^2 \psi;$$

$$I_{\beta x} = (I_{7x} + I_{wx}) = \text{const}; I_{\beta y} = (I_{7y} + I_{wy}) = \text{const};$$

$$I_{\beta z} = I_{7z} + I_{wz} = \text{const}; I_l = (m_6 l_{c6} + m_7 l_{c7} + m_w l_{cw}),$$

где I_{4z} — момент инерции пятиподвижного сферического шарнирного узла относительно собственной оси z_4 ; I_{7z} , I_{5y} , I_{5x} , I_{5z} , I_{7x} , I_{7y} — главные центральные моменты инерции звеньев ЗУ относительно собственных координатных осей; I_{wz} , I_{wx} , I_{wy} — главные центральные моменты инерции.

Потенциальная энергия МППС имеет вид

$$P(q_i) = (m_6 l_{c6} + m_7 l_{c7} + m_w l_{cw}) (\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \times \cos \alpha \cos \gamma) g - (m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_w) g z_M - \sum_{n=1}^3 (0,5 m_{n1} l_{n0} + m_{n2} z_{cn}) g \cos \delta_n \cos \varphi_n,$$

где g — ускорение свободного падения; z_{cn} — координата центра масс штока исполнительного звена, $z_{cn} = l_n - 0,5 l_{n0}$ ($n = 1, 2, 3$); m_{n1} , m_{n2} — массы корпусов исполнительных звеньев.

С помощью уравнений Лагранжа (5) можно получить шестнадцать дифференциальных уравнений, описывающих динамику перемещения звеньев МППС [12–14], которые вместе с десятью уравнениями голономных связей (4) позволяют решать основные задачи динамики МППС.

Динамический алгоритм синтеза управляющих сигналов при перемещении ЗУ по программным траекториям. Для реализации технологических процессов необходимо определить законы формирования управляющих усилий $F_i(t)$ и моментов $T_{\psi}(t)$, $T_{\alpha}(t)$, $T_{\beta}(t)$, обеспечивающих перемещение ЗУ по программной

траектории. Однако сложность общих уравнений движения МППС затрудняет решение задач динамического анализа и синтеза.

Анализ производственных процессов показывает, что большинство технологических операций можно выполнить манипулятором с тремя управляемыми степенями свободы с помощью следующих частных видов перемещения ЗУ:

- перемещение из исходного положения в положение начала выполнения технологического процесса;
- вертикальное поступательное прямолинейное движение;
- прямолинейное движение под любым углом в вертикальной плоскости при неизменной конфигурации МППС;
- движение по заданной траектории в вертикальной плоскости при неизменной конфигурации МППС;
- горизонтальное поступательное прямолинейное движение МППС;
- прямолинейное движение под любым углом в горизонтальной плоскости при неизменной конфигурации МППС;
- движение по заданной траектории в горизонтальной плоскости при неизменной конфигурации МППС;
- движение по произвольной заданной траектории при неизменной конфигурации МППС;
- ориентация ЗУ в пространстве при неподвижной точке его крепления к МППС.

Для каждого частного вида движения манипулятора можно сформировать более простые динамические модели МППС, с помощью которых решать поставленные задачи.

В качестве примера решения задачи синтеза управляющих сигналов рассмотрено функционирование МППС в составе автоматической линии по упаковке продуктов при переносе груза из контейнера на конвейер. Такую операцию можно осуществить, перемещая центр масс груза по параболе в вертикальной плоскости ($x_E(t) = x_M(t)$, $y_E = y_M = \text{const}$), сохраняя пространственную ориентацию ЗУ: $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = 0$, $\beta = 0$ (см. рис. 1, б).

Параметрические уравнения параболы для характерной точки E захвата имеют вид

$$x_E^{pr}(t) = x_E^{pr}(0) + [x_E^{pr}(\tau) - x_E^{pr}(0)] \left(\frac{t}{\tau} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi t}{\tau} \right);$$

$$z_E^{pr}(t) = a (x_E^{pr}(t))^2 + c x_E^{pr}(t) + z_E^{pr}(0). \quad (7)$$

Эти функции дважды дифференцируемы по времени и в начальный момент времени определяются соотношениями

$$\begin{aligned} x_E(0) &= x_{E0}; \quad y_E(0) = y_{E0}; \quad z_E(0) = z_{E0}; \\ \dot{x}_E(0) &= \dot{y}_E(0) = \dot{z}_E(0) = 0. \end{aligned}$$

Тогда дифференциальные уравнения динамики движения МППС (5) приобретают вид

$$\begin{aligned} (\ddot{\delta}_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \delta_i \sin \delta_i) I_{ipr} + 2m_{i2} \dot{\delta}_i (l_i - 0,5l_{i0}) + \\ + (0,5m_{i1}l_{i0} + m_{i2}z_{ci}) g \sin \delta_i \cos \varphi_i = b_i; \quad (8) \end{aligned}$$

$$I_{ipr} = I_i + I_{ir} + m_{2i} (l_i - 0,5l_{i0})^2;$$

$$b_1 = -\lambda_3 l_1 \cos \varphi_1 \sin \delta_1 + \lambda_5 l_1 \cos \delta_1 - \lambda_6 l_1 \sin \varphi_1 \sin \delta_1;$$

$$\begin{aligned} b_2 = \lambda_2 l_2 \sin \delta_2 + \lambda_3 l_2 \cos \varphi_2 \sin \delta_2 - \lambda_4 l_2 \cos \delta_2 - \\ - \lambda_5 l_2 \cos \delta_2 + \lambda_6 l_2 \sin \varphi_2 \sin \delta_2; \end{aligned}$$

$$b_3 = -\lambda_2 l_3 \sin \delta_3 + \lambda_4 l_3 \cos \delta_3;$$

$$\begin{aligned} (\ddot{\varphi}_i \cos^2 \delta_i - 2\dot{\varphi}_i \dot{\delta}_i \cos \delta_i \sin \delta_i) I_{ipr} + \\ + 2m_{i2} \dot{\varphi}_i \cos^2 \delta_i (l_i - 0,5l_{i0}) + \end{aligned}$$

$$+ (0,5m_{i1}l_{i0} + m_{i2}z_{ci}) g \cos \delta_i \sin \varphi_i = b_{i+3}; \quad (9)$$

$$b_4 = -\lambda_3 l_1 \cos \delta_1 \sin \varphi_1 + \lambda_6 l_1 \cos \varphi_1 \cos \delta_1;$$

$$b_5 = \lambda_1 + \lambda_3 l_2 \cos \delta_2 \sin \varphi_2 - \lambda_6 l_2 \cos \varphi_2 \cos \delta_2;$$

$$b_6 = -\lambda_1;$$

$$\begin{aligned} M \ddot{x}_M = \frac{\lambda_7 x_M}{l_1} + \frac{\lambda_8 (x_M - OB)}{l_2} + \\ + \frac{\lambda_9 (x_M + OB)}{l_3} - \frac{\lambda_{10} z_M}{x_M^2 + z_M^2}; \quad (10) \end{aligned}$$

$$M = m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_W;$$

$$\frac{\lambda_7 (y_M - OA)}{l_1} + \frac{\lambda_8 y_M}{l_2} + \frac{\lambda_9 y_M}{l_3} = 0; \quad (11)$$

$$M \ddot{z}_M = \frac{\lambda_7 z_M}{l_1} + \frac{\lambda_8 z_M}{l_2} + \frac{\lambda_9 z_M}{l_3} + \frac{\lambda_{10} x_M}{x_M^2 + z_M^2} + Mg; \quad (12)$$

$$\lambda_{10} = 0; \quad (13)$$

$$(I_{4z} + I_{5x} + I_{6z}) \ddot{\psi} = T_\psi; \quad T_\alpha = 0; \quad T_\beta = 0;$$

$$m_{i2} \ddot{l}_i + \frac{1}{2} m_{i2} (\dot{\varphi}_i^2 \cos^2 \delta_i + \dot{\delta}_i^2) (l_{i0} - 2l_i) -$$

$$- m_{i2} g \cos \delta_i \cos \varphi_i + \xi \dot{l}_i - F_i = b_{i+13}; \quad (14)$$

$$b_{14} = \lambda_3 \cos \varphi_1 \cos \delta_1 + \lambda_5 \sin \delta_1 + \lambda_6 \cos \delta_1 \sin \varphi_1 - \lambda_7;$$

$$\begin{aligned} b_{15} = -\lambda_2 \cos \delta_2 - \lambda_3 \cos \varphi_2 \cos \delta_2 - \lambda_4 \sin \delta_2 - \\ - \lambda_5 \sin \delta_2 - \lambda_6 \cos \delta_2 \sin \varphi_2 - \lambda_8; \end{aligned}$$

$$b_{16} = \lambda_2 \cos \delta_3 + \lambda_4 \sin \delta_3 - \lambda_9,$$

где $i = 1, 2, 3$; ξ — постоянный коэффициент сопротивления.

В уравнениях (14) учтены силы линейного вязкого сопротивления. Обобщенная сила сопротивления имеет вид [9]

$$Q^\Phi = -\xi \dot{l}_i.$$

Уравнения связи (4) — линейно независимые, а подматрица, составленная из коэффициентов при множителях Лагранжа первых десяти уравнений (8)–(13), является транспонированной относительно матрицы (размером 10×10) системы (4). Поэтому из этих уравнений можно выразить множители Лагранжа λ_i ($i = 1, \dots, 10$) [9], используя метод Крамера [15] для решения линейной системы алгебраических уравнений

$$\lambda_i (q_s, \dot{q}_s, \ddot{q}_s) = D_i / D, \quad i = 1, \dots, 10, \quad (15)$$

где D_i — вспомогательный определитель, полученный из главного определителя D при замене его i -го столбца столбцом из свободных членов (левые части уравнений (8)–(13)).

Зависимости программных управляющих усилий находим из соотношений (14) после подстановки в них выражений (15):

$$\begin{aligned} F_1 = m_{12} \ddot{l}_1 + 0,5m_{12} (\dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \delta_1 + \dot{\delta}_1^2) (l_{10} - 2l_1) - \\ - m_{12} g \cos \delta_1 \cos \varphi_1 - \xi \dot{l}_1 - \lambda_3 \cos \varphi_1 \cos \delta_1 - \\ - \lambda_5 \sin \delta_1 - \lambda_6 \cos \delta_1 \sin \varphi_1 + \lambda_7; \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 = m_{22} \ddot{l}_2 + 0,5m_{22} (\dot{\varphi}_2^2 \cos^2 \delta_2 + \dot{\delta}_2^2) (l_{20} - 2l_2) - \\ - m_{22} g \cos \delta_2 \cos \varphi_2 + \xi \dot{l}_2 + \\ + \lambda_2 \cos \delta_2 + \lambda_3 \cos \varphi_2 \cos \delta_2 + \\ + \lambda_4 \sin \delta_2 + \lambda_5 \sin \delta_2 + \lambda_6 \cos \delta_2 \sin \varphi_2 + \lambda_8; \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_3 = m_{32} \ddot{l}_3 + 0,5m_{32} (\dot{\varphi}_3^2 \cos^2 \delta_3 + \dot{\delta}_3^2) (l_{30} - 2l_3) - \\ - m_{32} g \cos \delta_3 \cos \varphi_3 - \lambda_2 \cos \delta_3 - \lambda_4 \sin \delta_3 + \lambda_9. \quad (18) \end{aligned}$$

В состав формул (16)–(18) входят программные законы изменения длин l_i^{pr} актуаторов и конструктивный угол γ^{pr} , которые определяются из выражений (2) и (3) после подстановки в них $x_E^{pr}(t)$, $y_E^{pr}(t)$, $z_E^{pr}(t)$.

Программные законы изменения углов поворотов актуаторов φ_i^{pr} , δ_i^{pr} ($i = 1, 2, 3$), выраженные через длины исполнительных звеньев, находим, решая систему уравнений (4):

$$\delta_1 = \arcsin \left(\frac{l_2^2 - l_3^2}{4OB l_1} \right);$$

$$\delta_2 = \arcsin \left(\frac{l_2^2 - l_3^2 + 4OB^2}{4OB l_2} \right);$$

$$\delta_3 = \arcsin\left(\frac{l_2^2 - l_3^2 - 4OB^2}{4OB l_3}\right);$$

$$\varphi_1 = \arcsin\left[\frac{OA^2 + OB^2 - (l_2^2 + l_3^2)}{2OA l_1 \cos \delta_1}\right];$$

$$\varphi_2 = \arcsin\left[\frac{-OA^2 + OB^2 - (l_2^2 + l_3^2)}{2OA l_2 \cos \delta_2}\right].$$

Алгоритм формирования управляющих усилий F_i^{pr} актуаторов МППС получаем из условия, что отклонения $\Delta l_i(t) = l_i^{pr}(t) - l_i(t)$ отвечают решению дифференциальных уравнений второго порядка [16]

$$\Delta \ddot{l}_i(t) + b_{i1} \Delta \dot{l}_i(t) + b_{i2} \Delta l_i(t) = 0, \quad (19)$$

где b_{i1}, b_{i2} — постоянные положительные коэффициенты, определяющие характер переходного процесса.

Алгоритм (19) будет выполнен, если ускорения изменения длин актуаторов определяются зависимостями

$$\ddot{l}_i(t) = \ddot{l}_i^{pr}(t) + b_{i1} [\dot{l}_i^{pr}(t) - \dot{l}_i(t)] + b_{i2} [l_i^{pr}(t) - l_i(t)]. \quad (20)$$

Искомые законы изменения управляющих усилий, реализующих движение по траектории (7), определяются из уравнений (16)–(18) после подстановки в них (20). Параметры, входящие в состав этих зависимостей, дают возможность изменять динамические характеристики управляемых движений ЗУ манипулятора.

Устойчивость алгоритма обеспечивает выбор коэффициентов [17] b_{i1}, b_{i2} в уравнении (19). Обратная связь в контурах управления приводными двигателями актуаторов выполняется по переменным $l_i(t), \dot{l}_i(t)$. Значения этих переменных используют при вычислении по выражени-

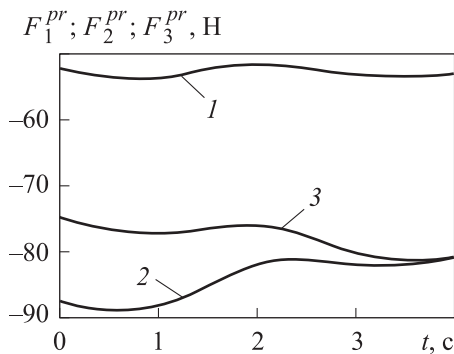


Рис. 4. Зависимости управляющих усилий первого F_1^{pr} (1), второго F_2^{pr} (2), третьего F_3^{pr} (3) электродвигателей ЗУ от времени t

ям (16)–(18), а также при расчете отклонений по положению $\Delta l_i(t)$ и скорости $\Delta \dot{l}_i(t)$.

Алгоритмы определения управляющих напряжений u_i , поступающих на входы электродвигателей актуаторов МППС, находим с учетом статической характеристики электроприводов [10, 16]

$$u_i = \frac{1}{r} (F_i^{pr} + s \dot{l}_i), \quad (21)$$

где r, s — коэффициенты, зависящие от параметров двигателя и механической передачи; \dot{l}_i — скорость штока исполнительного звена.

Численная реализация алгоритма управления перемещением ЗУ по назначенной траектории.

Для модели движения вычисляем ускорения (20) законов изменения ускорений длин исполнительных звеньев $\ddot{l}_i(t)$, при которых реализуется назначенная траектория перемещения ЗУ (7). Затем определяем управляющие усилия F_i^{pr} , по которым находим законы изменения управляющих напряжений (21).

Зависимости управляющих усилий первого F_1^{pr} , второго F_2^{pr} и третьего F_3^{pr} электродвигателей ЗУ от времени приведены на рис. 4, а зависимость крутящего момента привода поворота угла ψ от времени — на рис. 5. Расчеты проведены для следующих параметров актуаторов Linac LA36: нагрузка — до 500 Н, максимальная скорость 160 мм/с, ход штока — 350 мм. Электродвигатели трехступенного ЗУ — сервоприводы (крутящий момент — 3,5 Н·м, максимальная угловая скорость — 2,8 рад/с, рабочий диапазон — 180°).

Параметры МППС: $m_{11} = 2,7$ кг; $m_{12} = 6,3$ кг; $m_4 = 0,5$ кг; $I_k = 0,683$ кг·м²; $I_r = 1,027$ кг·м². Начальные координаты: $x_{M0} = 34,7$ мм; $y_{M0} = 69,6$ мм; $z_{M0} = 868$ мм. Конечные координаты: $x_{Mk} = 250$ мм; $y_{Mk} = 69,6$ мм; $z_{Mk} = 1010$ мм.

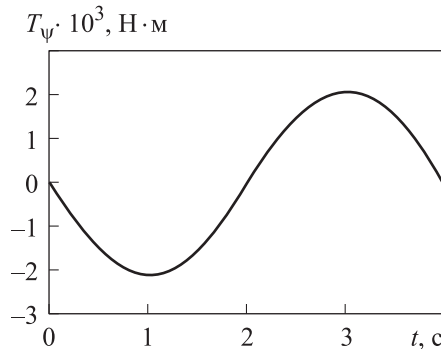


Рис. 5. Зависимость крутящего момента привода поворота угла ψ T_ψ (б) от времени t

Выводы

1. Рассмотрен МППС с шестью степенями свободы. Предложен алгоритм синтеза управляющих сигналов объектом, описываемым нелинейными уравнениями динамики движения системы твердых тел.

2. На основе полных уравнений динамики движения МППС получен алгоритм формирования управляющих напряжений с учетом его кинематических параметров по всем степеням

свободы. Форма уравнений, определяющих характер изменения отклонений, допускает изменять динамические характеристики управляемых движений МППС.

3. Предложенный алгоритм позволяет сформировать интеллектуальную систему управления на основе технологии ассоциативной памяти, для чего необходимо создать базу моделей и управлений программных траекторий (лингвистический аппроксиматор) конкретных технологических процессов.

Литература

- [1] Liu N., Wu J. Kinematics and application of a hybrid industrial robot Delta-RST. *Sens. Transducers*, 2014, vol. 169, no. 4, pp. 186–192.
- [2] Tanev T.K. Kinematics of a hybrid (parallel-serial) robot manipulator. *Mech. Mach. Theory*, 2000, vol. 35, no. 9, pp. 1183–1196, doi: [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(99\)00073-7](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(99)00073-7)
- [3] Tsai L.-W., Joshi S. Kinematics analysis of 3-DOF position mechanisms for use in hybrid kinematic machines. *J. Mech. Des.*, 2002, vol. 124, no. 2, pp. 245–253, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1468860>
- [4] Ibrahim O., Khalil W. Inverse and direct dynamic models of hybrid robots. *Mech. Mach. Theory*, 2010, vol. 45, no. 4, pp. 627–640, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2009.11.007>
- [5] Staicu S. Dynamics modelling of a Stewart-based hybrid parallel robot. *Adv. Robot.*, 2015, vol. 29, no. 14, pp. 929–938, doi: <https://doi.org/10.1080/01691864.2015.1023219>
- [6] Li Y., Xu Q. Kinematics and inverse dynamics analysis for a general 3-PRS spatial parallel mechanism. *Robotica*, 2005, vol. 23, no. 2, pp. 219–229, doi: <https://doi.org/10.1017/S0263574704000797>
- [7] Жога В.В., Дяшкин-Титов В.В., Дяшкин А.В. и др. *Манипулятор-трипод промышленного назначения*. Патент РФ 2651781. Заявл. 12.04.2017, опублик. 23.04.2018.
- [8] Жога В.В., Дяшкин-Титов В.В., Несмиянов И.А. и др. Задача позиционирования манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2016, т. 17, № 8, с. 525–530, doi: <https://doi.org/10.17587/mau.17.525-530>
- [9] Лурье А.И. *Аналитическая механика*. Москва, Физматгиз, 1961. 824 с.
- [10] Коловский М.З., Слоущ А.В. *Основы динамики промышленных роботов*. Москва, Наука, 1988. 240 с.
- [11] Nesmiyanov I., Zhoga V., Skakunov V. et al. Synthesis of control algorithm and computer simulation of robotic manipulator-tripod. In: *Creativity in intelligent technologies and data science*. Springer, 2015, pp. 391–403.
- [12] Dyashkin-Titov V.V., Zhoga V.V., Nesmiyanov I.A. et al. Dynamics of the manipulator parallel-serial structure. In: *Advances in mechanical engineering. lecture notes in mechanical engineering*. Springer, 2018, pp. 33–43.
- [13] Zhoga V., Dyashkin-Titov V., Nesmiyanov I. et al. Algorithm to synthesize control force for tripod manipulator drives. In: *Proc. 14th Int. Conf on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Springer, 2020, pp. 223–235.
- [14] Zhoga V.V., Gerasun V.M., Nesmiyanov I.A. et al. Dynamic creation of the optimum program motion of a manipulator-tripod. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2015, vol. 44, no. 2, pp. 180–185, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618815020168>
- [15] Журавлев В.Ф. *Основы теоретической механики*. Москва, Физматлит, 2001. 320 с.
- [16] Хейло С.В., Глазунов В.А., Палочкин С.В. *Манипуляционные механизмы параллельной структуры*. Москва, МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2011. 153 с.
- [17] Хапкина И.К. Алгоритм управления манипуляционными роботами, построенный на уравнениях динамики. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2016, № 2, с. 296–304.

References

- [1] Liu N., Wu J. Kinematics and application of a hybrid industrial robot Delta-RST. *Sens. Transducers*, 2014, vol. 169, no. 4, pp. 186–192.
- [2] Tanev T.K. Kinematics of a hybrid (parallel-serial) robot manipulator. *Mech. Mach. Theory*, 2000, vol. 35, no. 9, pp. 1183–1196, doi: [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(99\)00073-7](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(99)00073-7)
- [3] Tsai L.-W., Joshi S. Kinematics analysis of 3-DOF position mechanisms for use in hybrid kinematic machines. *J. Mech. Des.*, 2002, vol. 124, no. 2, pp. 245–253, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1468860>
- [4] Ibrahim O., Khalil W. Inverse and direct dynamic models of hybrid robots. *Mech. Mach. Theory*, 2010, vol. 45, no. 4, pp. 627–640, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2009.11.007>
- [5] Staicu S. Dynamics modelling of a Stewart-based hybrid parallel robot. *Adv. Robot.*, 2015, vol. 29, no. 14, pp. 929–938, doi: <https://doi.org/10.1080/01691864.2015.1023219>
- [6] Li Y., Xu Q. Kinematics and inverse dynamics analysis for a general 3-PRS spatial parallel mechanism. *Robotica*, 2005, vol. 23, no. 2, pp. 219–229, doi: <https://doi.org/10.1017/S0263574704000797>
- [7] Zhoga V.V., Dyashkin-Titov V.V., Dyashkin A.V. et al. *Manipulyator-tripod promyshlennogo naznacheniya* [Industrial purpose tripod manipulator]. Patent RU 2651781. Appl. 12.04.2017, publ. 23.04.2018.
- [8] Zhoga V.V., Dyashkin-Titov V.V., Nesmiyanov I.A. et al. Manipulator of a parallel-series structure with a controlled gripper positioning task. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 525–530, doi: <https://doi.org/10.17587/mau.17.525-530> (in Russ.).
- [9] Lur'ye A.I. *Analiticheskaya mekhanika* [Analytical mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1961. 824 p. (In Russ.).
- [10] Kolovskiy M.Z., Sloushch A.V. *Osnovy dinamiki promyshlennykh robotov* [Fundamentals of industrial robots mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 240 p.
- [11] Nesmiyanov I., Zhoga V., Skakunov V. et al. Synthesis of control algorithm and computer simulation of robotic manipulator-tripod. In: *Creativity in intelligent technologies and data science*. Springer, 2015, pp. 391–403.
- [12] Dyashkin-Titov V.V., Zhoga V.V., Nesmiyanov I.A. et al. Dynamics of the manipulator parallel-serial structure. In: *Advances in mechanical engineering. lecture notes in mechanical engineering*. Springer, 2018, pp. 33–43.
- [13] Zhoga V., Dyashkin-Titov V., Nesmiyanov I. et al. Algorithm to synthesize control force for tripod manipulator drives. In: *Proc. 14th Int. Conf on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. Springer, 2020, pp. 223–235.
- [14] Zhoga V.V., Gerasun V.M., Nesmiyanov I.A. et al. Dynamic creation of the optimum program motion of a manipulator-tripod. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2015, vol. 44, no. 2, pp. 180–185, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618815020168>
- [15] Zhuravlev V.F. *Osnovy teoreticheskoy mekhaniki* [Fundamentals of theoretical mechanics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001. 320 p. (In Russ.).
- [16] Kheylo S.V., Glazunov V.A., Palochkin S.V. *Manipulyatsionnye mekhanizmy parallel'noy struktury* [Parallel handling mechanisms]. Moscow, MGTU im. A.N. Kosygina Publ., 2011. 153 p. (In Russ.).
- [17] Khapkina I.K. The control algorithm for manipulation robots, built on the equations of dynamics. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula state university. Technical sciences], 2016, no. 2, pp. 296–304. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 30.06.2022

Информация об авторах

ЖОГА Виктор Викторович — доктор физико-математических наук, профессор, старший научный сотрудник, Центр технологий компонентов робототехники и мехатроники, Университет Иннополис; профессор кафедры «Теоретическая механика». ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» (400005, Южный федеральный округ, Волгоградская обл., Волгоград, Российская Федерация, пр. им. Ленина, д. 28, e-mail: viczhoga@gmail.com).

ДЯШКИН-ТИТОВ Виктор Владимирович — кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика». ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный аграрный университет» (400002, Южный федеральный округ, Волгоградская обл., Волгоград, Российская Федерация, пр. Университетский, д. 26, e-mail: c_43.52.00@mail.ru).

ВОРОБЬЕВА Наталья Сергеевна — кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой «Механика». ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный аграрный университет» (400002, Южный федеральный округ, Волгоградская обл., Волгоград, Российская Федерация, пр. Университетский, д. 26, e-mail: vgsxa@mail.ru).

ДЯШКИН Андрей Владимирович — кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика». ФГБОУ «Волгоградский государственный аграрный университет» (400002, Южный федеральный округ, Волгоградская обл., Волгоград, Российская Федерация, пр. Университетский, д. 26, e-mail: andrejdyashkin@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Жога В.В., Дяшкин-Титов В.В., Воробьева Н.С., Дяшкин А.В. Динамика и синтез управляющих сигналов манипулятора параллельно-последовательной структуры. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 8, с. 3–12, doi: 10.18698/0536-1044-2022-8-3-12

Please cite this article in English as:

Zhoga V.V., Dyashkin-Titov V.V., Vorobyeva N.S., Dyashkin A.V. Parallel-Serial Structure Manipulator Control Signals Dynamics and Synthesis. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 8, pp. 3–12, doi: 10.18698/0536-1044-2022-8-3-12

Information about the authors

ZHOGA Victor Victorovich — Doctor of Science (Phys.-Math.), Professor, Senior Researcher, Center for Robotics and Mechatronics Component Technologies. Innopolis University; Professor of the Department of Mechanics. Volgograd state technical university (400005, Southern Federal District, Volgograd region, Volgograd, Lenin Ave., Bldg. 28, e-mail: viczhoga@gmail.com).

DYASHKIN-TITOV Victor Vladimirovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Mechanics. Volgograd State Agricultural University (400002, Volgograd, Universitetsky Ave., Bldg. 26, e-mail: c_43.52.00@mail.ru).

VOROBYEVA Natalya Sergeevna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Mechanics. Volgograd State Agricultural University (400002, Volgograd, Universitetsky Ave., Bldg. 26, e-mail: vgsxa@mail.ru).

DYASHKIN Andrey Vladimirovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor of the Department of Mechanics. Volgograd State Agricultural University (400002, Volgograd, Universitetsky Ave., Bldg. 26, e-mail: andrejdyashkin@mail.ru).