

Авиационная и ракетно-космическая техника

УДК 629.7.023:539.3

doi: 10.18698/0536-1044-2022-8-84-95

Нелинейное деформирование и устойчивость композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении изгибающим моментом и краевой поперечной силой

Л.П. Железнов

ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина»

Nonlinear Deformation and Stability of a Composite Cylindrical Shell under a Combined Loading by a Bending Moment and an Edge Transverse Force

L.P. Zheleznov

Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation

Полимерные композиционные материалы получили широкое распространение в современных летательных аппаратах. Их применение существенно снижает массу конструкции при сохранении ее прочностных и жесткостных характеристик. Несмотря на то, что опубликовано большое количество работ по исследованию прочности таких конструкций, остаются нерешенными вопросы прочности и устойчивости при их нелинейном деформировании. Последнее особенно важно для тонкостенных конструкций фюзеляжей самолетов, в которых потеря устойчивости композитной оболочки недопустима. Имеется небольшое число работ по исследованию прочности и устойчивости тонкостенных оболочек, выполненных из полимерного композиционного материала. Тем не менее до сих пор не решена задача определения влияния порядка укладки монослоев в обшивке на прочность и устойчивость оболочки из композиционных материалов при нелинейном деформировании. Методы расчета на прочность и устойчивость тонкостенных композитных конструкций с учетом нелинейности исходного напряженно-деформированного состояния недостаточно развиты. Поэтому разработка надежных и эффективных методов расчета оболочек из композиционных материалов является актуальной задачей. Методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича решена задача прочности и устойчивости цилиндрических композитных оболочек при произвольном нагружении. Критические нагрузки определены в процессе решения геометрически нелинейной задачи с использованием критерия Сильвестра. Исследована устойчивость круговой цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала, при комбинированном нагружении изгибающим моментом и краевой поперечной силой. Определено влияние способов укладки монослоев в обшивке оболочки и нелинейности деформирования на критические нагрузки.

Ключевые слова: композитные цилиндрические оболочки, полимерные композиционные материалы, нелинейное деформирование, формы потери устойчивости, метод конечных элементов

Currently, polymer composite materials are widely used in the modern aircraft structures. Their application significantly reduces the weight of the structure, while maintaining its strength and stiffness characteristics. A large number of works have been published on the study of the strength of such structures, but the issues of strength and stability during their nonlinear deformation remain unresolved. There is a small number of works on the study of strength and stability of thin-walled shells made of polymer composite materials. The latter is especially necessary for thin-walled aircraft fuselage structures, where the loss of composite skin stability is unacceptable. The problem of determining the influence of the stacking order of monolayers in a skin on the strength and stability of composite material shells under nonlinear deformation remains unsolved. Methods for calculating the strength and stability of thin-walled composite structures, regarding the nonlinearity of the initial stress-strain state, are not well developed. Therefore, the development of reliable and efficient methods for calculating shells made of composite materials is an urgent task. The article describes solving the problem of strength and stability of cylindrical composite shells under arbitrary loading using finite element methods and Newton-Kantorovich linearization. Critical loads have been determined in the course of solving a geometrically nonlinear problem using the Sylvester criterion. The stability of a circular cylindrical shell made of a polymer composite material has been studied under combined loading by a bending moment and a transverse force. The influence of the nonlinearity of deformation, methods of stacking monolayers on the shell critical loads has been determined.

Keywords: cylindrical composite shells, polymer composite materials, nonlinear deformation, buckling mode, finite element method

В современных летательных аппаратах нашли широкое применение полимерные композиционные материалы (ПКМ), что существенно снижает массу конструкции при сохранении ее прочностных и жесткостных характеристик. Основополагающий вклад в разработку методов расчета конструкций из ПКМ внесла школа В.В. Васильева [1, 2].

Несмотря на достаточно большое количество работ по исследованию прочности таких конструкций, остаются нерешенными вопросы их прочности и устойчивости в условиях нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния (НДС). Последнее особенно важно для конструкций фюзеляжей самолетов, в которых потеря устойчивости обшивки недопустима.

Авторы большинства опубликованных работ рассматривают устойчивость оболочек при безмоментном или линейном исходном НДС [3–6]. Существует небольшое число трудов, в частности [7–9], где приведены результаты исследования композитных оболочек при нелинейном исходном НДС.

Однако до сих пор не решены многие задачи, связанные с прочностью и устойчивостью конструкций из ПКМ при их нелинейном де-

формировании и комбинированном воздействии нагрузок разного вида.

Цель работы — определение влияния способа укладки монослоев на устойчивость оболочки из ПКМ, выявление степени влияния нелинейности деформирования на критические нагрузки и нахождение так называемой весовой эффективности композитной оболочки с позиции ее устойчивости по сравнению с металлической оболочкой при комбинированном нагружении.

Задача прочности и устойчивости цилиндрических оболочек из ПКМ при произвольном нагружении решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича. Используются разработанные на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы (КЭ) композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены жесткие перемещения КЭ.

Исследовано влияние порядка укладки монослоев и нелинейности деформирования круговой цилиндрической оболочки из ПКМ на ее устойчивость при действии изгибающего момента и краевой поперечной силы. Результаты исследования получены с помощью программ-

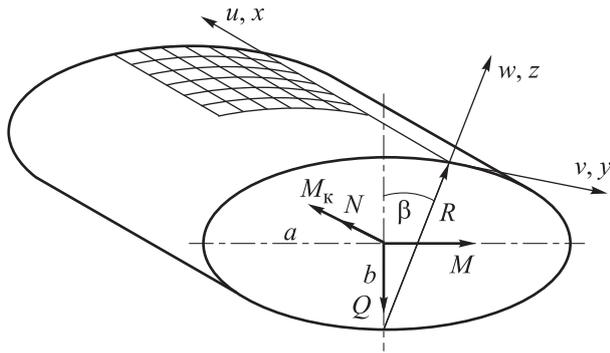


Рис. 1. Расчетная схема некруговой композитной цилиндрической оболочки:
 a и b — большая и малая ось эллипса;
 β — угол поворота радиуса кривизны R поперечного сечения оболочки относительно вертикальной оси

ного комплекса, зарегистрированного в ОФАП (свидетельство о государственной регистрации № 2013615613).

Рассмотрим некруговую композитную цилиндрическую оболочку, находящуюся под действием неоднородной краевой нагрузки в виде продольной силы N , изгибающего M и крутящего M_k моментов, краевой поперечной силы Q и внутреннего (внешнего) давления q (рис. 1).

Кратко изложим основные соотношения для КЭ некруговой цилиндрической оболочки, выполненной из ПКМ. Обшивку оболочки будем рассматривать как ортотропную. При выводе основных соотношений воспользуемся ранее разработанным алгоритмом [10–12].

Разобьем цилиндрическую оболочку линиями главных кривизн по образующей на m , а по направляющей на n частей, тем самым представив ее набором $m \times n$ криволинейных прямоугольных КЭ естественной кривизны. Основные соотношения для КЭ цилиндрической оболочки из ПКМ приведены в работе [12].

Выражение для полной потенциальной энергии КЭ цилиндрической оболочки имеет вид [12]

$$\begin{aligned} \Pi &= W - V; \\ W &= \frac{1}{2} \iint_s \mathbf{T}^T \mathbf{e} ds = \frac{1}{2} \iint_s (\mathbf{T}^T \mathbf{e}_l + \mathbf{T}^T \mathbf{e}_n) ds = \\ &= \frac{1}{2} \iint_s (\mathbf{e}_l^T \mathbf{D} \mathbf{e}_l + \mathbf{e}_l^T \mathbf{D} \mathbf{e}_n + \mathbf{e}_n^T \mathbf{D} \mathbf{e}_l + \mathbf{e}_n^T \mathbf{D} \mathbf{e}_n) ds; \\ V &= \iint_s \mathbf{q}^T \mathbf{u} ds + \int_{l_k} \mathbf{R}_k^T \mathbf{u}_k dl_k + \mathbf{R}_l^T \bar{\mathbf{u}}_l; \\ \mathbf{u} &= \{u, v, w\}^T; \end{aligned}$$

$$\mathbf{u}_k = \{u, v, w, \vartheta_1, \vartheta_2, w_{xy}\}^T;$$

$$\bar{\mathbf{u}}_l = \{u_l, v_l, w_l, \vartheta_{1l}, \vartheta_{2l}, w_{xyl}\}^T;$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & K_{21} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & K_{31} & K_{32} & K_{33} & 0 & 0 \\ K_{11} & K_{21} & K_{31} & D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{22} & K_{32} & D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{22} \end{bmatrix};$$

$$C_{11} = C_{22} = 5/6Gh,$$

где W — энергия деформации КЭ; V — работа внешних сил, действующих на КЭ оболочки; \mathbf{T} — вектор внутренних усилий, s — площадь КЭ; \mathbf{e} , \mathbf{e}_l и \mathbf{e}_n — вектор деформаций и его линейная и нелинейная составляющие соответственно; \mathbf{D} — матрица упругих жесткостей; B_{ij} , K_{ij} , D_{ij} — приведенные к срединной поверхности оболочки коэффициенты мембранной и изгибной жесткостей композитной оболочки; \mathbf{q} — вектор неоднородной поверхностной нагрузки, $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3\}^T$; \mathbf{u} — вектор перемещений КЭ; u, v, w — перемещения точек срединной поверхности КЭ в направлении осей x, y, z соответственно; ϑ_1, ϑ_2 — углы поворота нормали КЭ; w_{xy} — смешанная производная прогиба w ; \mathbf{R}_k — вектор контурных сил, $\mathbf{R}_k = \{P_{1k}, P_{2k}, P_{3k}, M_{1k}, M_{2k}, M_{3k}\}^T$; l_k — ширина КЭ по окружности; \mathbf{R}_l — вектор локальных сил и моментов, $\mathbf{R}_l = \{P_{1l}, P_{2l}, P_{3l}, M_{1l}, M_{2l}, M_{3l}\}^T$; $\bar{\mathbf{u}}_l$ — вектор узловых перемещений l -го узла КЭ; индексы «1», «2», «3» соответствуют направлениям осей x, y, z ; G — модуль сдвига; h — приведенная толщина оболочки.

Вариационное уравнение Лагранжа для КЭ оболочки имеет вид

$$\delta \Pi = \delta W - \delta V = 0, \quad (1)$$

где δ — знак вариации.

Варьируя уравнение (1) по узловым перемещениям КЭ, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений КЭ. С учетом условия совместности узловых перемещений КЭ и граничных условий систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений оболочки представим как

$$Ku' - Q = 0, \tag{2}$$

где K — матрица жесткости оболочки, получаемая суммированием матриц жесткости отдельных КЭ с использованием матрицы индексов [13]; u' — вектор узловых перемещений; Q — вектор обобщенных узловых сил оболочки.

Для решения системы (2) воспользуемся методом Ньютона — Канторовича [14], уравнение которого имеет вид

$$H(u'_n)\Delta = Q - G; \quad u'_{n+1} = u'_n + \Delta, \tag{3}$$

где H — матрица Гессе системы, элементами которой являются элементы второй вариации потенциальной энергии деформации оболочки; u'_n и Δ — вектор перемещений оболочки на n -й итерации и его приращение; G — градиент потенциальной энергии деформации.

Решение системы (3) получаем с помощью метода последовательных приближений и шагового метода по нагрузке. Задаем небольшое значение параметра нагрузки. За нулевое приближение принимаем решение линейной задачи. Выполняем итерационный процесс, обеспечивающий сходимость решения с заданной точностью. Увеличиваем нагрузку. За нулевое приближение берем решение от предыдущего шага по нагрузке. Осуществляем итерационный процесс и т. д.

На каждой итерации решение системы линейных алгебраических уравнений отыскиваем методом Краута [15] с использованием разложения матрицы Гессе $H = L^TDL$ на одну диагональную D и две треугольные матрицы L .

Определив компоненты вектора узловых перемещений u' , находим все компоненты НДС оболочки. Критическую нагрузку определяем как предельную по расходимости итерационного процесса при резком возрастании перемещений в отдельных узлах конечно-элементной сетки или как бифуркационную с использованием энергетического критерия устойчивости, согласно которому равновесное состояние устойчиво если $\delta^2\Pi > 0$.

Это условие требует положительной определенности матрицы Гессе H или согласно критерию Сильвестра положительности всех диагональных элементов матрицы D в разложении этой матрицы L^TDL . Определив критическую нагрузку, находим форму потери устойчивости оболочки из решения системы $H\ddot{u} = 0$, где \ddot{u} — вектор бифуркационных узловых перемещений. В случае предельной точки форма потери

устойчивости оболочки определяется из нелинейного исходного НДС для нагрузки, близкой к предельному значению.

Исследование влияния порядка укладки монослоев на устойчивость цилиндрической оболочки. Рассмотрим круговую консольно-закрепленную ($u = v = w = w_x = 0$) цилиндрическую оболочку, выполненную из ПКМ и находящуюся под действием краевой нагрузки в виде изгибающего момента M и краевой поперечной силы Q , приложенных к свободному краю оболочки (рис. 2).

Нагруженный край оболочки подкреплен жестким в своей плоскости шпангоутом. Действие изгибающего момента заменим действием неоднородных по направляющей оболочки осевых усилий

$$T_1 = Mz_1/J,$$

где z_1 — расстояние от точек контура оболочки до горизонтальной оси; J — момент инерции площади поперечного сечения относительно горизонтальной оси.

Действие краевой поперечной силы заменим статически эквивалентными ей касательными усилиями

$$T_3 = QS/J,$$

где S — статический момент отсеченной части поперечного сечения.

Оболочка выполнена из 18-слойного ПКМ Torayca T700 (полотно), имеет длину $L = 2000$ мм, толщину $h = 3,456$ мм и радиус $R = 2000$ мм.

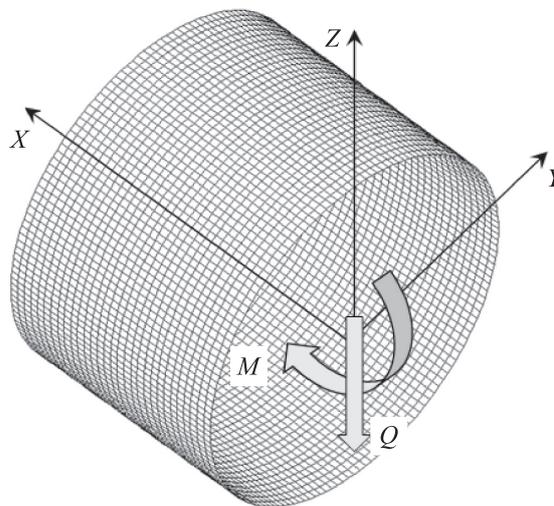


Рис. 2. Расчетная схема круговой консольно-закрепленной цилиндрической оболочки

**Механические характеристики
монослоя ПКМ Torayca T700**

Модуль упругости, МПа, в продольном направлении:	
на растяжение E_1^+	125 510
на сжатие E_1^-	114 380
Модуль упругости, МПа, в поперечном направлении:	
на растяжение E_2^+	8780
на сжатие E_2^-	8670
Модуль сдвига G_{12} , МПа	4740
Разрушающее продольное напряжение, МПа:	
на растяжение σ_{1B}^+	2340
на сжатие σ_{1B}^-	1240
Разрушающее поперечное напряжение, МПа:	
на растяжение σ_{2B}^+	51,7
на сжатие σ_{2B}^-	211,2
Касательное напряжение τ_{12B} , МПа	71,4
Коэффициент Пуассона μ_{21}	0,34
Толщина монослоя δ_m , мкм	192

Оболочка рассмотрена как ортотропная. Жесткостные характеристики материала обшивки получены с использованием формул, приведенных в работе [16].

В силу симметрии нагрузки рассмотрена 1/2 часть оболочки, получаемая продольным разрезом. Для расчета по линии разреза установлены условия симметрии ($v = 0, w_\phi = 0$). Оболочку разбивали конечно-элементной сеткой $m \times n = 15 \times 90$, что обеспечивало сходимость решения по числу КЭ с погрешностью, не превышающей 5 %.

Введем следующие обозначения параметров критических нагрузок:

$$R_m = k_m/k_{m0} = M^*/M_0^*;$$

$$R_\tau = k_\tau/k_{\tau0} = Q^*/Q_0^*;$$

$$k_m = M^*/M_0; \quad k_\tau = Q^*/Q_0;$$

$$k_{m0} = M_0^*/M_0; \quad k_{\tau0} = Q_0^*/Q_0.$$

Здесь R_m и R_τ — отношения критических изгибающего момента M^* и краевой поперечной силы Q^* при комбинированном нагружении оболочки к таковым при их раздельном нагружении M_0^* и Q_0^* ; M_0 и Q_0 — верхние критические значения изгибающего момента и краевой поперечной силы круговой цилиндрической изотропной оболочки [17],

$$M_0 = \pi ERh^2 / \sqrt{3(1-\nu^2)};$$

$$Q_0 = \pi RCS_b,$$

где E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона металлической оболочки; $C = 0,953$;

$$S_b = 0,74 \frac{Eh}{(1-\nu^2)^{5/8}} \left(\frac{h}{R}\right)^{5/4} \left(\frac{R}{L}\right)^{1/2}.$$

Рассмотрены семь вариантов укладки монослоев в обшивке композитной оболочки (далее варианты укладки монослоев), приведенных в табл. 1, а также (для сравнения) вариант металлической оболочки из алюминиевого сплава.

Все расчеты проводили при условии пропорционального нагружения. Задавали значения нагрузок M и Q , определяемые процентными значениями верхних критических значений изгибающего момента $M_{пр}$ (% M_0) и краевой поперечной силы $Q_{пр}$ (% Q_0), и находили для них значения параметров критических нагрузок k_n, k_m и k_τ , где $k_n = M^*/M = Q^*/Q$.

Варианты комбинированного нагружения оболочки изгибающим моментом и краевой поперечной силой для различных вариантов укладки монослоев приведены в табл. 2.

Значения параметра k_n для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки при раз-

Таблица 1

Варианты укладки монослоев

Вариант	Схема укладки
1	$0^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ, 0^\circ$
2	$0^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ, 90^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ, 90^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ, 0^\circ$
3	$\pm 45^\circ, \pm 45^\circ$
4	$\pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ$
5	$\pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, -45^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 45^\circ, -45^\circ, 45^\circ$
6	$0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 90^\circ$
7	$0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ$

Таблица 2

Варианты комбинированного нагружения оболочки изгибающим моментом и краевой поперечной силой для различных вариантов укладки монослоев

Вариант укладки монослоев	$Q_{пр}, \%$	$M_{пр}, \%$
1	0	100
2	26	97
3	50	87
4	71	71
5	87	50
6	97	26
7	100	0

личных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$ приведены в табл. 3. Здесь и далее вариант 8 соответствует металлической оболочке из алюминиевого сплава. Жирным шрифтом выделены варианты оболочек с наибольшими значениями параметра k_n .

Таблица 3

Значения параметра k_n при различных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$

$Q_{пр}, \%$	Параметр k_n для варианта укладки монослоев							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0,67/0,57	0,63/0,58	0,5/0,32	0,56/0,37	0,56/0,36	0,4/0,39	0,57/0,57	0,87/0,61
26	0,67/0,58	0,62/0,58	0,5/0,32	0,57/0,38	0,57/0,37	0,4/0,4	0,57/0,57	0,89/0,71
50	0,67/0,67	0,62/0,63	0,52/0,33	0,63/0,42	0,63/0,42	0,42/0,39	0,57/0,57	1,01/0,74
71	0,68/0,67	0,63/0,63	0,6/0,38	0,75/0,51	0,75/0,51	0,45/0,43	0,57/0,58	1,11/0,97
87	0,68/0,66	0,62/0,6	0,73/0,47	0,81/0,58	0,85/0,58	0,51/0,48	0,57/0,55	1,14/1,13
97	0,68/0,66	0,62/0,6	0,73/0,73	0,81/0,79	0,85/0,82	0,55/0,53	0,56/0,54	1,14/1,13
100	0,7/0,67	0,62/0,6	0,73/0,71	0,81/0,79	0,85/0,84	0,56/0,55	0,56/0,57	1,17/1,13

Примечание. В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС, в знаменателе — для нелинейного.

Таблица 4

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС оболочки на параметр k_n при различных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$

$Q_{пр}, \%$	Нелинейность $\Delta_1, \%$ для варианта укладки монослоев							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-14,7	-8,2	-35,0	-33,4	-36,6	-3,5	-1,1	-30,0
26	-12,6	-5,9	-35,0	-33,4	-35,0	-1,1	-1,1	-20,8
50	1,4	1,3	-36,6	-33,4	-33,4	-8,2	-1,1	-26,5
71	-1,1	-1,1	-36,6	-31,7	-31,7	-5,9	1,3	-13,4
87	-3,5	-3,5	-36,6	-28,3	-31,7	-5,9	-3,5	-1,0
97	-3,5	-3,5	-1,1	-2,6	-3,9	-3,5	-3,5	-1,0
100	-3,5	-3,5	-3,5	-2,6	-1,5	-1,1	1,3	-3,5

Влияние нелинейности исходного НДС оболочки на параметр k_n определяется выражением

$$\Delta_1 = (k_{н.н} - k_{н.л}) / k_{н.л} \cdot 100 \%,$$

где $k_{н.н}$ и $k_{н.л}$ — параметр критической нагрузки для нелинейного и линейного исходного НДС соответственно.

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС оболочки на параметр k_n при различных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$ приведены в табл. 4. Жирным шрифтом выделены варианты оболочек с наибольшим влиянием нелинейности на критические значения параметра k_n .

Анализ данных, приведенных в табл. 4, показывает, что при параметре $Q_{пр} \leq 50 \%$ наиболее эффективными являются варианты укладки монослоев 1 и 2, при $Q_{пр} > 50 \%$ — варианты 4 и 5. Для варианта укладки 7 параметр k_n практически не зависит от соотношений внешних нагрузок.

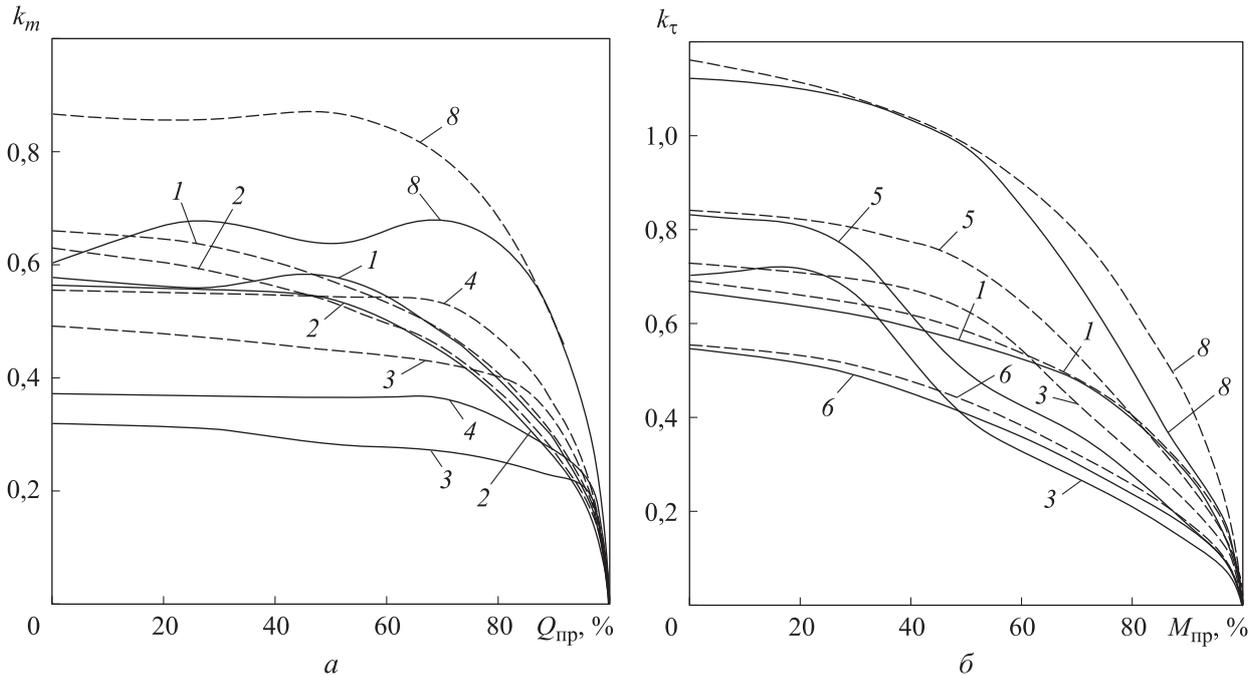


Рис. 3. Зависимости параметра k_m от параметров $Q_{пр}$ (а) и $M_{пр}$ (б) для линейного (---) и нелинейного (—) исходных НДС оболочки и различных вариантов укладки монослоев

Критические нагрузки металлической оболочки всегда выше, чем у композитной. Из табл. 4 следует, что нелинейность снижает критические значения параметра k_n . Наибольшее влияние нелинейности исходного НДС оболочки на параметр k_n (до 37 %) наблюдалось у вариантов укладки 3–5 и металлической оболочки.

Зависимости параметра k_m от параметра $Q_{пр}$ для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки и различных вариантов укладки монослоев приведены на рис. 3. Здесь и далее номера кривых 1–8 на рисунках соответствуют вариантам укладки монослоев.

Анализ рис. 3, а показывает, что нелинейность, как правило, снижает параметр критического изгибающего момента k_m во всем диапазоне изменения параметра краевой поперечной силы $Q_{пр}$ для всех вариантов укладки монослоев. Для вариантов укладки 3, 4, 5, 8 нелинейность оболочки оказывает значительное влияние на параметр k_m (около 35 %), для остальных вариантов — небольшое (около 3...15%).

Зависимости параметра k_τ от параметра $M_{пр}$ для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки и различных вариантов укладки монослоев приведены на рис. 3, б. Видно, что нелинейность оболочки, как правило, уменьшает критические значения краевой поперечной силы k_τ во всем диапазоне изменения параметра $M_{пр}$ при всех вариантах укладки монослоев.

Влияние нелинейности на параметр k_τ небольшое (около 3...5 %), за исключением вариантов укладки 3 и 5 при параметре $M_{пр} > 30$ %.

Кривые взаимодействия критических значений изгибающего момента R_m и краевой поперечной силы R_τ для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки и различных вариантов укладки монослоев приведены на рис. 4, а и б.

Как видно из рис. 4, а, кривые взаимодействия преимущественно носят выпуклый характер, что в первую очередь относится к линейному исходному НДС оболочки.

Кривые для нелинейного исходного НДС оболочки (см. рис. 4, б) — сложные, что зависит от соотношения нагрузок и вида укладки монослоев. Так, на отдельных участках выпуклость кривых сменяется вогнутостью, например, для вариантов укладки 3, 5 и 8. Нелинейность исходного НДС оболочки в большинстве случаев увеличивает выпуклость кривых.

Зависимости параметров k_m и k_τ от параметров $M_{пр}$ и $Q_{пр}$ для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки и различных вариантов укладки монослоев приведены на рис. 5, а и б.

Как видно из рис. 5, а и б, наиболее эффективной укладкой монослоев являются варианты 1 и 2, а наименее эффективной — 3 и 6. Кривые при линейном и нелинейном решениях качественно совпадают.

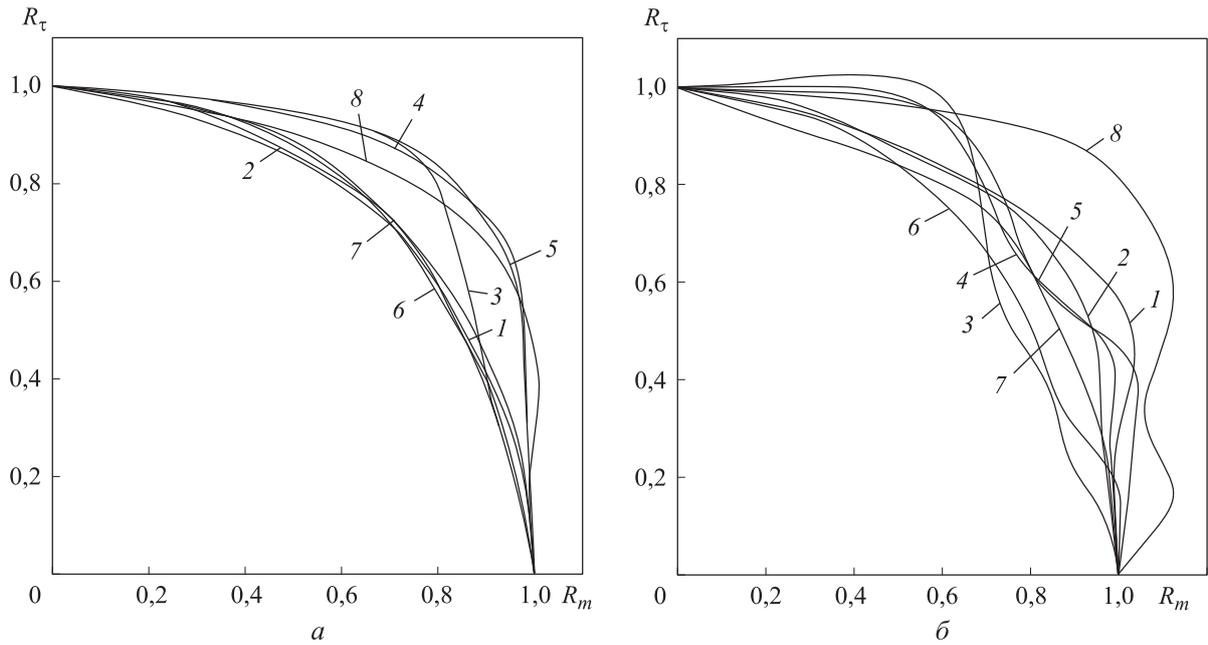


Рис. 4. Кривые взаимодействия критических значений изгибающего момента R_m и краевой поперечной силы R_τ для линейного (а) и нелинейного (б) исходных НДС оболочки и различных вариантов укладки монослоев

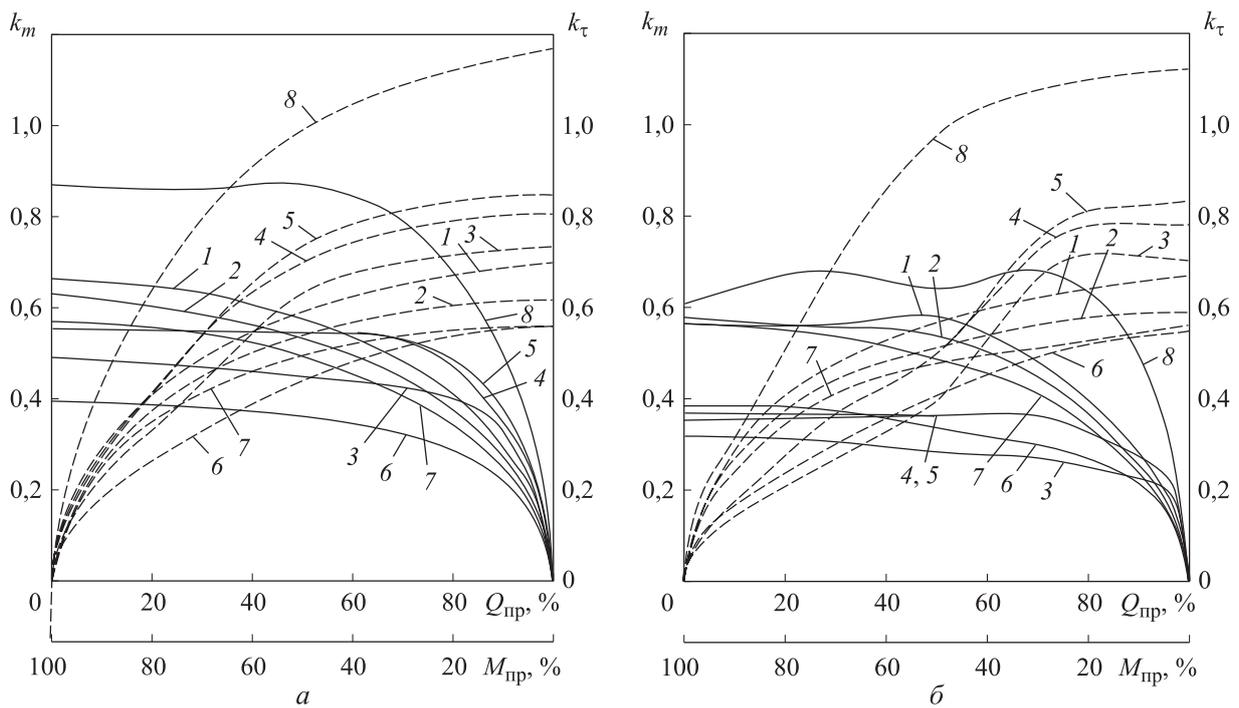


Рис. 5. Зависимости параметров k_m (—) и k_τ (---) от параметров $M_{пр}$ и $Q_{пр}$ для линейного (а) и нелинейного (б) исходных НДС оболочки и различных вариантов укладки монослоев

Весовая эффективность оболочки определяется выражением

$$\bar{k}_н = \frac{k_н}{k_{н.э} G_p / G_э},$$

где G_p — расчетная масса отсека; $k_{н.э}$ и $G_э$ — параметр критической нагрузки и

масса эталонного отсека (металлической оболочки).

Значения параметра $\bar{k}_н$ для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки при различных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$ приведены в табл. 5.

Нелинейность исходного НДС оболочки вычисляется как

$$\Delta_2 = (\bar{k}_{н.н} - \bar{k}_{н.л}) / \bar{k}_{н.л} \cdot 100 \%,$$

где $\bar{k}_{н.н}$ и $\bar{k}_{н.л}$ — весовая эффективность для нелинейного и линейного исходного НДС оболочки соответственно.

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС композитной оболочки на весовую эффективность при различных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$ приведены в табл. 6. Жирным шрифтом выделены варианты оболочки с наибольшим влиянием нелинейности на параметр k_n .

Анализ табл. 5 и 6 показывает, что весовая эффективность композитной оболочки существенно зависит от способа укладки монослоев и соотношения внешних нагрузок — изгибающего момента и краевой поперечной силы.

Наиболее эффективной (выделено жирным шрифтом) в весовом отношении является укладка монослоев для вариантов 1, 4, 5 практически при любых значениях изгибающего момента и краевой поперечной силы.

Весовая эффективность композитной оболочки выше, чем у металлической, и может достигать 70 %. У вариантов 3–5 нелинейность исходного НДС оболочки снижает весовую эффективность (до 35 %), у вариантов 1, 2, 6, 7 — повышает при $Q_{пр} < 71$ %.

Формы потери устойчивости композитной оболочки для пятого варианта укладки монослоев при различных соотношениях параметров нагрузок приведены на рис. 6, а–в. Формы потери устойчивости показаны на половине оболочки.

Причинами потери устойчивости оболочки, как правило, являются максимальные сжима-

Таблица 5

Значения параметра \bar{k}_n для линейного и нелинейного исходных НДС композитной оболочки при различных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$

$Q_{пр}, \%$	Параметр \bar{k}_n для варианта укладки монослоев						
	1	2	3	4	5	6	7
0	1,37/1,66	1,30/1,70	1,02/0,94	1,15/1,09	1,15/1,04	0,82/1,13	1,18/1,66
26	1,33/1,47	1,24/1,47	0,99/0,81	1,15/0,97	1,15/0,94	0,80/1,00	1,15/1,43
50	1,18/1,62	1,09/1,51	0,92/0,80	1,12/1,02	1,12/1,02	0,74/0,93	1,02/1,37
71	1,09/1,25	1,02/1,16	0,97/0,71	1,21/0,95	1,21/0,95	0,73/0,79	0,92/1,08
87	1,07/1,04	0,97/0,94	1,15/0,74	1,27/0,92	1,33/0,92	0,8/0,76	0,90/0,88
97	1,07/1,04	0,97/0,94	1,15/1,15	1,27/1,25	1,33/1,29	0,86/0,83	0,88/0,86
100	1,07/1,07	0,94/0,94	1,12/1,12	1,24/1,25	1,3/1,33	0,86/0,88	0,86/0,90

Примечание. В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС, в знаменателе — для нелинейного.

Таблица 6

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС композитной оболочки на весовую эффективность при различных вариантах укладки монослоев и значениях параметра $Q_{пр}$

$Q_{пр}, \%$	Нелинейность $\Delta_2, \%$ для вариантов укладки монослоев						
	1	2	3	4	5	6	7
0	21,9	31,2	-7,1	-4,8	-9,4	37,9	41,3
26	10,4	18,9	-17,9	-15,9	-17,9	24,9	24,9
50	37,9	37,8	-13,8	-9,4	-9,4	24,9	34,5
71	14,2	14,2	-26,8	-21,2	-21,2	8,7	17,0
87	-2,5	-2,5	-35,9	-27,5	-31,0	-4,9	-2,5
97	-2,5	-2,5	-0,1	-1,6	-2,9	-2,5	-2,5
100	-0,1	-0,1	-0,1	0,9	2,0	2,4	5,0

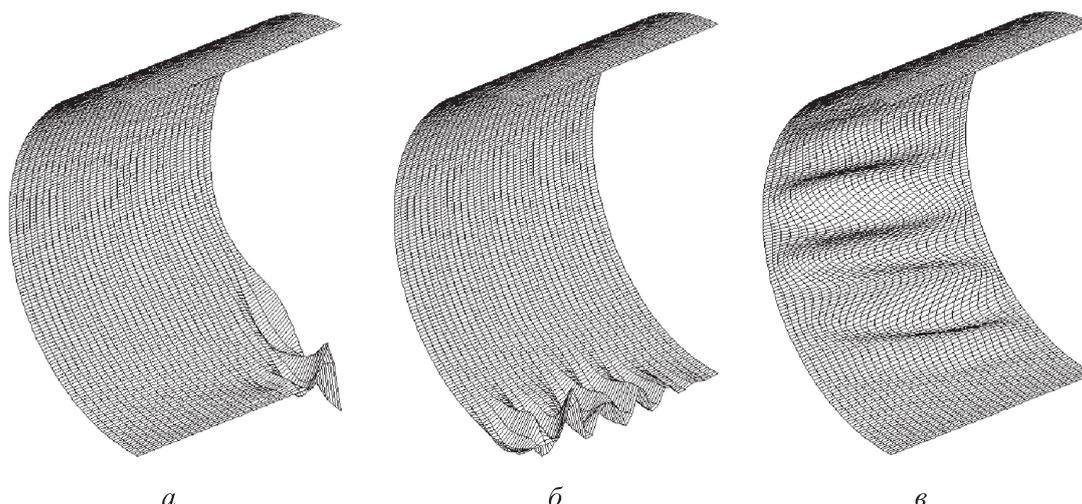


Рис. 6. Формы потери устойчивости при различных соотношениях параметров нагрузок:
 a — 100 % M_0 ; b — 71 % M_0 и 71 % Q_0 ; c — 100 % Q_0

ющие усилия при преимущественном действии изгибающего момента в виде локальных вмятин в нижней части оболочки или максимальные касательные силы при преимущественном действии краевой поперечной силы в виде наклонных продольных волн на боковой поверхности.

Выводы

1. Степень влияния нелинейности исходного НДС композитной оболочки на критические нагрузки существенно зависит от способа укладки монослоев и соотношения внешних нагрузок. Наибольшее влияние нелинейности исходного НДС (37 %) наблюдалось для вари-

антов укладки 3–5 и металлической оболочки при действии только изгибающего момента.

2. С позиции устойчивости весовая эффективность оболочки существенно зависит от способа укладки монослоев и соотношения изгибающего момента и краевой поперечной силы. Так, весовая эффективность композитной оболочки для вариантов укладки монослоев 1, 4, 5 выше, чем у металлической оболочки при любых соотношениях внешних нагрузок, и может достигать 70 %.

3. Нелинейность исходного НДС композитной оболочки может как повышать весовую эффективность (варианты укладки 1, 2, 6, 7 при параметре $Q_{пр} < 70$ %), так и снижать (варианты укладки 3–5).

Литература

- [1] Васильев В.В. *Механика конструкций из композитных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988. 272 с.
- [2] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Elsevier, 2018. 882 p.
- [3] Сапунов В.Т. Устойчивость композитных элементов конструкции в трактовке теории надежности. *Композиты и наноструктуры*, 2017, т. 9, № 1, с. 45–51.
- [4] Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1984. 264 с.
- [5] Бакулин В.Н., Гусев Е.Л., Марков В.Г. *Оптимальное проектирование конструкций из композиционных и традиционных материалов*. Москва, Физматлит, 2008. 256 с.
- [6] Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И. и др. *Статика и динамика оболочечных конструкций*. Москва, Машиностроение, 1975. 376 с.
- [7] Железнов Л.П., Серьезнов А.Н. Нелинейное деформирование и устойчивость композитного отсека фюзеляжа самолета при кручении. *Полет*, 2021, № 3, с. 11–20.
- [8] Железнов Л.П., Серьезнов А.Н. Нелинейное деформирование и устойчивость композитного отсека фюзеляжа самолета при чистом изгибе. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*, 2021, № 3, с. 22–30.

- [9] Железнов Л.П. Исследование влияния углов укладки монослоев на устойчивость композитной цилиндрической оболочки. *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2021, т. 27, № 3, с. 382–395.
- [10] Кабанов В.В., Железнов Л.П. К расчету цилиндрической оболочки методом конечных элементов. *Прикладная механика*, 1985, т. 21, № 9, с. 35–38.
- [11] Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении. *СО РАН. ПМТФ*, 2002, т. 43, № 4, с. 161–169.
- [12] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно-подкрепленных овальных цилиндрических композитных оболочек при поперечном изгибе и внутреннем давлении. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2014, № 6, с. 23–30.
- [13] Постнов В.А., Хархурим И.Я. *Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций*. Ленинград, Судостроение, 1974. 341 с.
- [14] Канторович Л.В., Акилов Г.П. *Функциональный анализ в нормированных пространствах*. Москва, Физматгиз, 1959. 684 с.
- [15] Уилкинсон Д., Райнш К. *Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра*. Москва, Машиностроение, 1976. 390 с.
- [16] Олегин И.П., Максименко В.Н. *Теоретические основы методов расчета прочности элементов конструкций из композитов*. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2006. 240 с.
- [17] Кабанов В.В. *Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек*. Москва, Машиностроение, 1982. 256 с.

References

- [1] Vasil'yev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitnykh materialov* [Mechanics of composite constructions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 272 p. (In Russ.).
- [2] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Elsevier, 2018. 882 p.
- [3] Sapunov V.T. Stability analysis of composite structural components using a safety approach. *Kompozity i nanostruktury* [Composites and Nanostructures], 2017, vol. 9, no. 1, pp. 45–51. (In Russ.).
- [4] Alfutov N.A., Zinov'yev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of multilayer composite plates and shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 264 p. (In Russ.).
- [5] Bakulin V.N., Gusev E.L., Markov V.G. *Optimal'noe proektirovanie konstruksiy iz kompozitsionnykh i traditsionnykh materialov* [Optimum design of constructions from composites and traditional materials]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008. 256 p. (In Russ.).
- [6] Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I. et al. *Statika i dinamika obolocheknykh konstruksiy* [Statics and dynamics of shell constructions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 376 p. (In Russ.).
- [7] Zheleznov L.P., Ser'yev A.N. Nonlinear deformation and stability of the aircraft fuselage composite compartment in torsion. *Polet* [Flight], 2021, no. 3, pp. 11–20. (In Russ.).
- [8] Zheleznov L.P., Ser'yev A.N. Nonlinear deformation and stability of the aircraft fuselage composite section under pure bending. *Izvestiya VUZov. Aviatsionnaya tekhnika*, 2021, no. 3, pp. 22–30. (In Russ.).
- [9] Zheleznov L.P. Study of the effect of the monolayers lay-up angles on the composite cylindrical shell stability. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksiy* [Mechanics of Composite Materials and Structures], 2021, vol. 27, no. 3, pp. 382–395. (In Russ.).
- [10] Kabanov V.V., Zheleznov L.P. On calculation of cylinder shell using infinite elements method. *Prikladnaya mekhanika*, 1985, vol. 21, no. 9, pp. 35–38. (In Russ.).
- [11] Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of noncircular cylindrical shells under internal pressure and axial compression. *SO RAN. PMTF*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 161–169. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 617–621).

- [12] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of discretely-supported egg-shaped cylindrical composite shells under transversal bending and internal pressure. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2014, no. 6, pp. 23–30. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2014, vol. 43, no. 6, pp. 470–476, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618814060181>)
- [13] Postnov V.A., Kharkhurim I.Ya. *Metod konechnykh elementov v raschetakh sudovykh konstruksiy* [Finite elements method in calculation of ship constructions]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1974. 341 p. (In Russ.).
- [14] Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktional'nyy analiz v normirovannykh prostranstvakh* [Function analysis in normalized spaces]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 684 p. (In Russ.).
- [15] Wilkinson J.H., Reinsch C. *Handbook for automatic computation*. Vol. II. Linear algebra. Springer, 1971. 441 p. (*Spravochnik algoritmov na yazyke Algol. Lineynaya algebra*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976. 390 p.)
- [16] Olegin I.P., Maksimenko V.N. *Teoreticheskie osnovy metodov rascheta prochnosti elementov konstruksiy iz kompozitov* [Theoretical foundations of strength calculation for composite elements of constructions]. Novosibirsk, Izd-vo NGTU Publ., 2006. 240 p. (In Russ.).
- [17] Kabanov V.V. *Ustoychivost' neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek* [Stability of non-uniform cylinder shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 256 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 17.03.2022

Информация об авторе

ЖЕЛЕЗНОВ Лев Петрович — доктор технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника отделения усталостной и статической прочности, начальник аспирантуры. ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина» (630051, Новосибирск, Российская Федерация, ул. Ползунова, д. 21, e-mail: Zgeleznov@sibnia.ru).

Information about the author

ZHELEZNOV Lev Petrovich — Doctor of Science (Eng.), Senior Researcher, Deputy Head of Department of Fatigue and Static Strength, Head of the Postgraduate Department. Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation (630051, Novosibirsk, Russian Federation, Polzunova St., Bldg. 21, e-mail: Zgeleznov@sibnia.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении изгибающим моментом и краевой поперечной силой. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 8, с. 84–95, doi: [10.18698/0536-1044-2022-8-84-95](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-8-84-95)

Please cite this article in English as:

Zheleznov L.P. Nonlinear Deformation and Stability of a Composite Cylindrical Shell under a Combined Loading by a Bending Moment and an Edge Transverse Force. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 8, pp. 84–95, doi: [10.18698/0536-1044-2022-8-84-95](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2022-8-84-95)