

УДК 621.165:534

doi: 10.18698/0536-1044-2021-11-75-80

Способ расчета динамических напряжений в лопатке переменного сечения турбомашин

А.А. Сидоров, А.С. Голиков

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана

Method for Dynamic Stress Design in a Variable Section Blade of a Turbo Machine

A.A. Sidorov, A.S. Golikov

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch

Оценка динамических напряжений, возникающих при колебаниях лопаток турбомашин, влияет на ее надежность, вследствие чего является актуальной и значительной задачей. Ее решение требует математического исследования и физического эксперимента для определения интенсивности воздействия потока газа на лопатку и ее реакции. Однако в научной литературе сравнительно мало сведений по этому вопросу. Рассмотрен полуэмпирический способ расчета динамических напряжений в корне лопатки переменного сечения при резонансных колебаниях первого тона. Эти колебания можно считать самыми опасными вследствие максимальной амплитуды. Суть расчета заключалась в замене реальной лопатки расчетной, составленной из отдельных частей с постоянным профилем, и в определении доли, которую вносит каждая часть в напряжение в корневом сечении. Приведен пример вычисления динамического напряжения предлагаемым способом при резонансных колебаниях первого тона лопатки постоянного сечения. Расчет показал, что решение сложной задачи можно представить в виде суммы решений более простых задач. Способ расчета можно использовать при проектировании лопаточного аппарата турбин и компрессоров.

Ключевые слова: лопатка переменного сечения, лопатка постоянного сечения, вибрирующая лопатка, резонансные колебания первого тона, динамические напряжения, надежность работы турбомашин

The problem of assessing the dynamic stresses arising from vibrations of the blades of turbo machines is an urgent and significant problem affecting the overall reliability of the turbo machine. Its solution requires a mathematical study and a physical experiment to determine the intensity of the gas flow impact and the blade reaction. However, there is relatively little information in the scientific publications on this issue. The article considers a semi-empirical method for calculating dynamic stresses at the base of a variable cross-section blade at the first tone resonant vibrations. These vibrations can be considered as the most dangerous because of the maximum amplitude. To perform the calculation a real blade was replaced with a calculated one, composed of separate portions with a constant profile, and the contribution of each part to the stress in the base section was determined. An example of calculating the dynamic stress by the proposed method with a resonant vibration of the first tone of a constant-section blade is given. The calculation showed that the solution to a complex problem can be represented as a sum of solutions to simpler problems. The calculation method can be used in the design of turbine and compressor blades.

Keywords: variable section blade, constant section blade, blade vibration, the first tone of resonant vibration, vibration dynamic stresses, turbomachinery reliable operation

Увеличение динамической прочности рабочих лопаток турбин и компрессоров на протяжении многих лет остается актуальной задачей [1–3]. Это обусловлено тем, что при обтекании лопаток неравномерными потоками газа они испытывают вынужденные колебания. В ряде случаев эти колебания переходят в резонансные с большой амплитудой, что и приводит к их разрушению.

Компьютерные технологии, нашедшие широкое применение при вычислениях, существенно упрощают решение этой задачи. Тем не менее специалист обязан иметь в своем арсенале не только прикладные программы расчета, но и современные инженерные методы определения динамических напряжений в лопатках.

Цель работы — разработка способа оценки динамических напряжений в корне лопатки переменного профиля. Это важно с практической точки зрения и полезно при подготовке студентов технических вузов, обучающихся по направлению «Энергетическое машиностроение».

Известно, что для увеличения эффективности работы лопаток их профилируют (закручивают) по определенным законам. В ряде случаев эта закрутка достигает $45...60^\circ$. При вибрации такие лопатки испытывают изгибно-крутильные колебания, что существенно усложняет определение динамических напряжений, возникающих в них [4–7].

В предлагаемом способе для лопаток со слабой закруткой, у которых отношение среднего диаметра рабочего колеса турбомшины к полной длине лопатки d/l лежит в пределах $6...7 \leq d/l \leq 10...12$, будем предполагать, что крутильная компонента колебаний отсутствует, и наблюдаются только чисто изгибные колеба-

ния лопатки в тангенциальном или осевом направлениях.

Характеристики лопатки заметно изменяются по высоте, профили поперечных сечений преобразуются от активного в корне до имеющего повышенную реактивность на вершине. Учитывая это, при подготовке к расчету разделим лопатку по высоте на несколько частей с характерным (постоянным) профилем сечения. Естественно, что характеристики этих профилей должны быть известны. Количество частей может быть выбрано произвольно.

В турбине происходит силовое взаимодействие лопатки и потока. Каждая ее часть вносит свою долю в изгибающий момент, развивающийся в корневом сечении вибрирующей лопатки. Суть предлагаемого способа заключается в том, чтобы выяснить какова эта доля при колебаниях лопатки с резонансной амплитудой.

Будем последовательно заменять реальную лопатку лопатками постоянного сечения с профилем, начиная с верхнего сечения и продвигаясь далее вниз к заделке (или в противоположном направлении), сохраняя первоначальную длину лопатки. Назовем их лопатками-моделями, колеблющимися с одинаковой амплитудой.

Дальнейший ход расчета поясним на примере, для чего рассмотрим рис. 1, где лопатка для простоты разделена на три части. Предположим, что вся лопатка-модель длиной l имеет профиль сечения № 3 (т. е. постоянное сечение) и колеблется по первому тону одного из указанных типов. Это позволяет для определения изгибающего динамического момента в корне лопатки-модели использовать формулу, предложенную в работе [8],

$$M(0) = \frac{EI_3}{l} X''(0) \frac{\delta_1}{\delta_2 + \delta_3}, \quad (1)$$

где E — модуль упругости материала лопатки; I_3 — минимальный момент инерции профиля № 3; $X''(0)$ — вторая производная главной формы в корне лопатки при колебаниях по первому тону, $X''(0) = 3,516$ [9, 10]; δ_1 — коэффициент аэродинамического возбуждения колебаний лопатки (интегральная величина по высоте лопатки-модели); δ_2 — коэффициент аэродинамического демпфирования (интегральная величина по высоте лопатки-модели); δ_3 — коэффициент механического демпфирования.

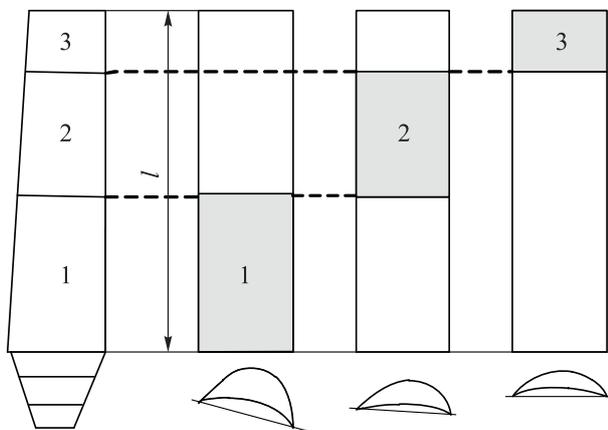


Рис. 1. Схемы лопатки, разделенной на части, и лопаток-моделей с расчетными профилями

Значения коэффициентов δ_1 и δ_2 определяются по формулам, указанным в работе [11], для чего требуется достаточно большой объем исходных данных, связанных как с решеткой лопаток, так и с потоком. В данной задаче эти вычисления не приведены, чтобы оттенить основную методику расчета. Отметим лишь, что отношение $\delta_1/(\delta_2 + \delta_3)$ определяет амплитуду колебаний лопатки и фиксировано, так как весь расчет идет при постоянной амплитуде.

После вычисления момента, действующего на всю лопатку-модель, надо найти ту его часть, которая связана с участком № 3. Предполагаем, что сила давления газа равномерно распределена по поверхности лопатки, поэтому эта доля определяется размером выделенного участка по отношению к размерам всей лопатки. Проще всего эту долю выразить через относительную площадь боковой поверхности лопатки, которую назовем коэффициентом μ . Тогда

$$M_3(0) = \mu M(0),$$

где $M_3(0)$ — доля момента, определяемая участком № 3.

Таким образом, доля участка № 3 в первом приближении определена. Далее необходимо уточнить найденную величину. Это можно сделать с помощью следующих параметров:

- коэффициента влияния k_1 , учитывающего расстояние участка от корневого сечения лопатки; он определяется отклонением участка от нейтрального положения h по сравнению с таковым для участка № 3; будем считать, что кривая прогибов лопатки при колебаниях известна, следовательно, для участка № 3 коэффициент $k_1 = h_3/h_3$, где h_3 — отклонение третьего участка от нейтрального положения;

- коэффициента формы k_2 , учитывающего изменение кривизны поверхности участка по сравнению с кривизной участка № 3; в качестве измерителя кривизны может выступать угол поворота потока газа в разных частях по высоте рабочей лопатки: $\Delta\beta = 180 - (\beta_1 + \beta_2)$, где β_1 и β_2 — углы входа и выхода потока из лопатки; следовательно, для участка № 3 коэффициент $k_2 = \Delta\beta_3/\Delta\beta_3$, где $\Delta\beta_3$ — угол поворота потока третьего участка.

Тогда

$$M_3(0) = k_1 k_2 \mu M(0). \quad (2)$$

Очевидно, что в первом расчете $k_1 = 1$, $k_2 = 1$ для участка № 3.

Далее полученное значение $M_3(0)$ и всех последующих моментов необходимо спроектировать на главную центральную ось симметрии сечения № 1 (см. рис. 1).

Следующий этап — расчет динамического момента $M_1(0)$, действующего на лопатку-модель длиной l с постоянным профилем № 2. Для этого применяем формулу (1), в которой использован момент инерции профиля № 2 I_2 :

$$M_1(0) = \frac{EI_2}{l} X''(0) \frac{\delta_1}{\delta_2 + \delta_3}.$$

Выполняя последовательно те же действия, что и в предыдущем случае, получаем

$$M_4(0) = k_1 k_2 \mu M_1(0); \quad (3)$$

$$k_1 = h_2/h_3; \quad k_2 = \Delta\beta_2/\Delta\beta_3,$$

где $M_4(0)$ — доля момента, определяемая участком № 2; h_2 — отклонение второго участка от нейтрального положения.

Завершаем расчет определением момента $M_2(0)$, действующего на лопатку-модель длиной l с постоянным профилем № 1, для чего применяем формулу (1), в которой использован момент инерции профиля № 1. Окончательное выражение имеет вид

$$M_5(0) = k_1 k_2 \mu M_2(0); \quad (4)$$

$$k_1 = h_1/h_3; \quad k_2 = \Delta\beta_1/\Delta\beta_3,$$

где $M_5(0)$ — доля момента, определяемая участком № 1; h_1 — отклонение первого участка от нейтрального положения, определяемое по верхней стороне участка.

Целью расчета является определение резонансного напряжения в корне вибрирующей лопатки $\sigma(0)$. Находим его, используя результаты вычислений по формулам (2)–(4):

$$\sigma(0) = \frac{M_3(0)}{W_3} + \frac{M_4(0)}{W_2} + \frac{M_5(0)}{W_1}, \quad (5)$$

где W_3 , W_2 и W_1 — минимальные моменты сопротивления третьего, второго и первого профилей лопаток-моделей соответственно.

Следует отметить, что в расчете по формуле (5) использованы проекции моментов на главную центральную ось симметрии участка № 1.

После уточнения коэффициентов k_1 и k_2 необходимо внести поправку в результат расчета по формуле (5).

Пример применения предложенного способа расчета. Выполним расчет динамического напряжения в лопатке постоянного сечения с заземленным хвостовиком и свободной вершиной (см. рис. 2), колеблющейся в резонансе по первому тону.

Исходные данные: длина лопатки $l = 100$ мм; хорда лопатки $b = 25,43$ мм [12]; минимальный момент инерции профиля $I = 1,474 \cdot 10^3$ мм⁴; минимальный момент сопротивления профиля $W = 244,837 \cdot 10^3$ мм³; вторая производная главной формы в корне лопатки $X''(0) = 3,516$; собственная частота тангенциальных колебаний первого тона $f = 882$ Гц; полученные из предварительных расчетов аэродинамические коэффициенты $\delta_1 = 5,097 \cdot 10^{-5}$, $\delta_2 = 1,446 \cdot 10^{-3}$; коэффициент механического демпфирования $\delta_3 = 0,02$ [11]; коэффициент $\mu = 0,33$; коэффициент влияния $k_1 = 1$; коэффициент формы $k_2 = 1$.

Согласно предложенному способу, определяем изгибающий динамический момент в корневом сечении лопатки

$$M(0) = \frac{EI}{l} X''(0) \frac{\delta_1}{\delta_2 + \delta_3} = \frac{2,4 \cdot 10^{11} \cdot 1,474 \cdot 10^{-12}}{0,1} \cdot 3,516 \cdot \frac{5,097 \cdot 10^{-5}}{1,446 \cdot 10^{-3} + 0,02} = 29,558 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Так как расчетная лопатка имеет постоянное сечение, найденное значение момента является для нее точным решением.

Лопатку предварительно разбиваем на три одинаковые части и, соответственно, на три лопатки-модели. Доля момента, приходящаяся на одно сечение лопатки,

$$M_i(0) = k_1 k_2 \mu M(0) = 1 \cdot 1 \cdot 0,33 \cdot 29,588 = 9,754 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Сечения и высоты моделей одинаковы, поэтому доли изгибающего момента остаются постоянными по высоте лопатки.

Сумма моментов по трем сечениям лопатки

$$\sum M_i(0) = 9,754 + 9,754 + 9,754 = 29,263 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

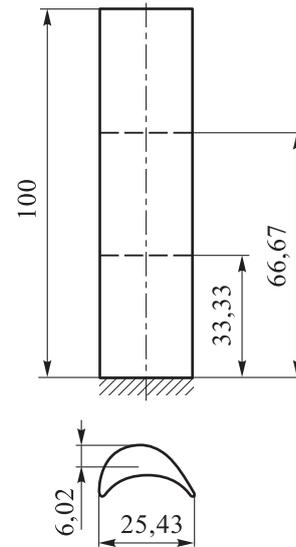


Рис. 2. Схема расчета динамического напряжения в лопатке постоянного сечения с заземленным хвостовиком и свободной вершиной

Искомое динамическое напряжение в корне лопатки

$$\sigma(0) = \frac{\sum M_i(0)}{W} = \frac{29,263}{244,837 \cdot 10^{-9}} = 119,519 \text{ МПа}.$$

Точное решение

$$\sigma(0) = \frac{M(0)}{W} = \frac{29,558}{244,837 \cdot 10^{-9}} = 120,726 \text{ МПа}.$$

Относительная ошибка

$$\Delta\sigma(0) = \frac{120,726 - 119,519}{120,726} = 9,9 \cdot 10^{-3}.$$

Это показывает, что уточнения результатов расчета не требуется [13, 14].

Выводы

1. Предложен способ расчета динамических напряжений в лопатках переменного сечения, который можно применять при проектировании лопаточного аппарата турбин и компрессоров, так как он обладает относительной простотой, компактностью, сокращает сроки проектирования и уменьшает его стоимость.

2. Разработанный способ можно считать полумпирическим, так как он не свободен от использования экспериментальных данных.

Литература

- [1] Герасимов Е.А., Ласкин А.С. Определение коэффициента формы для случая резонансных колебаний рабочей лопатки переменного по высоте сечения. *Неделя науки СПбПУ*. Санкт-Петербург, СПбПУ, 2018, с. 101–103.
- [2] Гнесин В.И., Колодяжная Л.В., Жандковски Р. и др. Численный анализ аэроупругого поведения лопаточного венца осевой турбомшины. *Вестник Национального технического университета ХПИ. Серия: Информатика и моделирование*, 2014, № 62, с. 13–21.
- [3] Meng L., Yang Ch., Zhuhai Zh., et al. Numerical tests on the effect factors of the last stage blade for low pressure exhaust hood simulation. *ASME Turbo Expo*, 2017, no. GT2017-63964, doi: <https://doi.org/10.1115/GT2017-63964>
- [4] Mohan R.S., Sarkar A., Sekhar A.S. Vibration analysis of a steam turbine blade. *Proc. INTER-NOISE NOISE-CON Cong. Conf.*, 2014, vol. 249, no. 7, pp. 1055–1064.
- [5] Елисеев Ю.С., Манушин Э.А., Михальцев В.Е. и др. *Теория и проектирование газотурбинных и комбинированных установок*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 640 с.
- [6] Benaroya H., Nagurka M., Han S. *Mechanical vibration: analysis, uncertainties, and control*. CRC Press, 2017.
- [7] Осипов М.И., ред. *Конструирование и расчет на прочность турбомашин газотурбинных и комбинированных установок*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 520 с.
- [8] Самойлович Г.С. *Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин*. Москва, Наука, 1969. 442 с.
- [9] Костюк А.Г. *Динамика и прочность турбомашин*. Москва, МЭИ, 2020. 480 с.
- [10] Костюк А.Г. *Деформация, прочность и износ материалов турбомашин*. Москва, Изд-во МЭИ, 1998. 108 с.
- [11] Самойлович Г.С. *Возбуждение колебаний лопаток турбомашин*. Москва, Машиностроение, 1975. 287 с.
- [12] Gribin V.G., Tishchenko A.A., Alekseev R.A., et al. A method for parametrically representing the aerodynamic profiles of axial turbine machinery blades. *Therm. Eng.*, 2020, vol. 67, no. 7, pp. 422–429, doi: <https://doi.org/10.1134/S0040601520070022>
- [13] Горожанкин А.А. *Теория погрешностей*. Самара, АСТ, 2004. 338 с.
- [14] Малинин Н.Н. *Прочность турбомашин*. Москва, Юрайт, 2019. 294 с.

References

- [1] Gerasimov E.A., Laskin A.S. [Determination of shape coefficient in case of resonance oscillations of working blade with height-variable cross-section]. *Nedelya nauki SPbPU* [Science Week of SPbPU]. Sankt-Petersburg, SPbPU Publ., 2018, pp. 101–103. (In Russ.).
- [2] Gnesin V.I., Kolodyazhnaya L.V., Zhandkovski R., et al. Numerical analysis of blade row aeroelastic behaviour of axial turbomachine. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta KhPI. Seriya: Informatika i modelirovanie* [Herald of the National Technical University «KhPI». Series Informatics and Modeling], 2014, no. 62, pp. 13–21. (In Russ.).
- [3] Meng L., Yang Ch., Zhuhai Zh., et al. Numerical tests on the effect factors of the last stage blade for low pressure exhaust hood simulation. *ASME Turbo Expo*, 2017, no. GT2017-63964, doi: <https://doi.org/10.1115/GT2017-63964>
- [4] Mohan R.S., Sarkar A., Sekhar A.S. Vibration analysis of a steam turbine blade. *Proc. INTER-NOISE NOISE-CON Cong. Conf.*, 2014, vol. 249, no. 7, pp. 1055–1064.
- [5] Eliseev Yu.S., Manushin E.A., Mikhail'tsev V.E., et al. *Teoriya i proektirovanie gazoturbinykh i kombinirovannykh ustanovok* [Theory and design of gas-turbine and integrated plants]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 640 p. (In Russ.).
- [6] Benaroya H., Nagurka M., Han S. *Mechanical vibration: analysis, uncertainties, and control*. CRC Press, 2017.
- [7] Osipov M.I., ed. *Konstruirovaniye i raschet na prochnost' turbomashin gazoturbinykh i kombinirovannykh ustanovok* [Design and structural analysis of turbomachines for gas-turbine and integrated plants]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2009. 520 p. (In Russ.).

- [8] Samoylovich G.S. *Nestatsionarnoe obtekanie i aerouprugie kolebaniya reshetok turbomashin* [Nonstationary flow and aeroelastic oscillations of turbomachine lattice]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 442 p. (In Russ.).
- [9] Kostyuk A.G. *Dinamika i prochnost' turbomashin* [Dynamics and strength of turbomachines]. Moscow, MEI Publ., 2020. 480 p. (In Russ.).
- [10] Kostyuk A.G. *Deformatsiya, prochnost' i iznos materialov turbomashin* [Deformation, strength and wearing of turbomachine materials]. Moscow, Izd-vo MEI Publ., 1998. 108 p. (In Russ.).
- [11] Samoylovich G.S. *Vozbuzhdenie kolebaniy lopatok turbomashin* [Excitation of turbomachine blades oscillations]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 287 p. (In Russ.).
- [12] Gribin V.G., Tishchenko A.A., Alekseev R.A., et al. A method for parametrically representing the aerodynamic profiles of axial turbine machinery blades. *Therm. Eng.*, 2020, vol. 67, no. 7, pp. 422–429, doi: <https://doi.org/10.1134/S0040601520070022>
- [13] Gorozhankin A.A. *Teoriya pogreshnostey* [Error theory]. Samara, AST Publ., 2004. 338 p. (In Russ.).
- [14] Malinin N.N. *Prochnost' turbomashin* [Strength of turbomachines]. Moscow, Yurayt Publ., 2019. 294 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 11.05.2021

Информация об авторах

СИДОРОВ Альберт Александрович — кандидат технических наук, доцент кафедры «Тепловые двигатели и теплофизика». Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана (248600, Калуга, Российская Федерация, Баженова д. 2, e-mail: alb.sidoroff2017@yandex.ru).

ГОЛИКОВ Андрей Сергеевич — старший преподаватель кафедры «Тепловые двигатели и гидромашин». Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана (248600, Калуга, Российская Федерация, Баженова д. 2, e-mail: gas@bmstu.ru).

Information about the authors

SIDOROV Albert Aleksandrovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor Department of Heat Engines and Thermal Physics. Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch (248600, Kaluga, Russian Federation, Bazhenova St., Bldg. 2, e-mail: alb.sidoroff2017@yandex.ru).

GOLIKOV Andrey Sergeevich — Senior Lecturer, Department of Heat Engines and Hydraulic Machinery. Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch. (248600, Kaluga, Russian Federation, Bazhenova St., Bldg. 2, e-mail: gas@bmstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Сидоров А.А., Голиков А.С. Способ расчета динамических напряжений в лопатке переменного сечения турбомашин. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 11, с. 75–80, doi: 10.18698/0536-1044-2021-11-75-80

Please cite this article in English as:

Sidorov A.A., Golikov A.S. Method for Dynamic Stress Design in a Variable Section Blade of a Turbo Machine. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 11, pp. 75–80, doi: 10.18698/0536-1044-2021-11-75-80