

**ГАВРЮШИН****Сергей Сергеевич**

доктор технических наук,
профессор, заведующий
кафедрой «Компьютерные
системы автоматизации
производства»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Анализ и синтез тонкостенных элементов робототехнических устройств с предписанным законом деформирования

С.С. Гаврюшин

Рассмотрена численная методика и практический опыт в области расчетов и проектирования нового поколения функциональных и исполнительных элементов робототехнических устройств и приводов, созданных на базе упругодеформируемых тонкостенных механических конструкций. К отличительным особенностям этих элементов следует отнести выполнение принципа управляемой деформации, позволяющего реализовать предписанный закон перемещения. Проанализированы результаты анализа и синтеза реальных конструкций.

Ключевые слова: актюатор, большие перемещения, нелинейное деформирование, робототехника, синтез конструкции, тонкостенный элемент, управляемая деформация, численный анализ.

The article considers a numerical method and a practical experience in the field of analysis and designing of a new generation of functional and executive elements of robotic devices and drives created on the basis of thin-walled mechanical structures. The distinctive features of the examined elements involve a realization of the guided deformation principle, allowing to implement the prescribed law of motion. The results of analysis and synthesis of real designs have been investigated.

Keywords: actuator, large displacements, nonlinear deformation, robotics, structures synthesis, thin-walled component, guided deformation, numerical analysis.

Ведущие специалисты в области робототехники и микротехнологий отмечают, что имеющийся задел в подходах к созданию подсистем для сбора информации (сенсоры) и воздействия на объект (актюаторы) является сегодня слабейшим звеном систем управления в микроэлектромеханических системах. Это заставляет переосмыслить традиционные подходы к разработке механической части робототехнических систем и активизировать работы по созданию и внедрению новых механических функциональных устройств, в том числе устройств, использующих принцип управляемой упругой деформации. Обсуждаемые в работе устройства в определенной степени предназначены восполнить возникший пробел.

В традиционных робототехнических приводах, электродвигателях, сервоприводах, гидравлических, пневматических и других устройствах, как правило, подразумевается наличие движущих как жесткое целое узлов и деталей, что влечет сопутствующие проблемы обеспечения герметичности, уменьшения трения, смазки контактируемых поверх-

ностей и т. д. В этой связи в качестве особого класса движителей (актюаторов) можно рассматривать деформируемые конструкции, т. е. конструкции способные существенно изменять свою исходную форму без нарушения целостности. Такие элементы оказались незаменимыми при конструировании *белых роботов*, выводов движения в вакуум, для работы в агрессивных и сверхчистых средах, в том числе внутри человеческого организма [1–3]. Актюаторная компонента, с помощью которой осуществляется преобразование внешнего воздействия в механическое движение, наряду с логической и сенсорной компонентами, составляет триаду свойств, присущих устройству в целом, и является основой для его создания и последующей интеллектуализации.

Поскольку основное свойство актюаторов, использующих принцип управляемой деформации — реализация движения, деформационные процессы должны обеспечивать большие перемещения, т. е. перемещения, соизмеримые с характерными размерами конструкции [4]. Традиционные расчеты в рамках предположения малых перемещений, принципа неизменности начальных размеров оказываются далеко не всегда применимыми.

Известно, что в тонкостенных конструкциях большие перемещения можно реализовать за счет малых деформаций. Деформирование таких элементов может быть вызвано действием давления, температуры или происходить благодаря эффекту памяти формы. При реализации предлагаемой в статье численной методики проектирования используются конструкции, подпадающие под две, по мнению автора, весьма перспективные расчетные схемы: расчетную схему пространственного стержня и расчетную схему осесимметричной тонкостенной оболочки.

Обе схемы позволяют свести задачу анализа процесса деформирования к решению нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений в обыкновенных производных. Анализ выполняется с использованием лагранжевого способа описания движения, позволяющего наглядно описывать процесс де-

формирования конструкции при больших перемещениях.

Многопараметрический подход к исследованию процессов нелинейного деформирования тонкостенных конструкций

Для обеспечения требуемых эксплуатационных характеристик в процессе численного моделирования и проектирования деформируемого элемента требуется провести своеобразное *программирование* свойств будущей конструкции, при котором закладывается возможность реализации требуемых нелинейных деформационных процессов, в том числе процессов, происходящих посредством хлопков или перескоков. Для описания текущего деформированного состояния используется векторная функция состояния $X(s^0, q)$, зависящая от лагранжевой координаты s^0 и параметра q , имеющего смысл параметра продолжения [5–7].

Предлагаемая методика расчета и проектирования элементов с управляемой упругой деформацией базируется на идее мультипараметрического подхода [5] при математическом моделировании на ЭВМ существенно нелинейных процессов. Для получения релейной характеристики, реализующей дискретный отклик на монотонное измерение внешнего воздействия, в проектируемый процесс деформирования тонкостенного оболочечного элемента закладывается эффект упругого перескока.

При численном моделировании используется стратегия последовательного исследования однопараметрических нелинейных задач, принадлежащих многопараметрическому семейству, в которое *погружена* анализируемая задача, что позволяет выйти на решение задачи численного синтеза конструкции. Алгоритм численного исследования основан на использовании метода продолжения решения по параметру в сочетании с приемом *смены подпространства управляющих параметров* [5].

Переход от задачи анализа к задаче синтеза конструкции реализуется в рамках многопараметрического подхода, суть которого заключа-

ется в следующем. Представим разрешающие соотношения в операторном виде:

$$F(X^{(1)}, X^{(2)})=0. \quad (1)$$

Предполагается, что в общем случае, система (1), имеющая порядок m , содержит m неизвестных, являющихся *внутренними* параметрами, характеризующими состояние системы, и зависит от переменных, которые трактуются, как *внешние* параметры или параметры управления. Количество независимых внешних параметров n определяет так называемую *коразмерность* задачи.

Параметрами управления в отдельно взятом случае могут быть конструкторские параметры, т. е. параметры, которыми варьирует разработчик. Разделение параметров на две группы в определенной степени субъективно. Конечной целью задачи синтеза является нахождение рациональных значений параметров, а в случае наличия целевой функции — их оптимальных значений.

Исследование процессов деформирования в механике деформируемого твердого тела традиционно рассматривается как некоторый процесс, зависящий от внешнего возмущения, компоненты которого и составляют $X^{(2)}$. Если все компоненты функционального вектора $X^{(2)}$ удастся выразить только через один независимый параметр q , процесс называют однопараметрическим или процессом с коразмерностью равной единице:

$$X^{(2)} = X^{(2)}(q). \quad (2)$$

Совокупность всех решений (1) для заданного числа $m+n$ внешних и внутренних параметров для наглядности можно интерпретировать как некоторую поверхность (гиперповерхность) равновесных состояний, построенную в евклидовом пространстве параметров R^{m+n} , а каждый однопараметрический процесс (2), как некоторую траекторию, принадлежащую этой поверхности.

При анализе однопараметрических процессов управляющий параметр q удобно считать равноправным с остальными параметрами задачи, рассматривая его как $(m+1)$ -ю неизвестную расширенного вектора X_{ext} и записывать

систему уравнений, описывающих однопараметрический процесс, в следующем виде:

$$r(X_{\text{ext}}) = 0. \quad (3)$$

Отметим, что порядок системы (3) равен m , и ее решение проводят с использованием дополнительного соотношения, содержащего независимую величину λ , называемую параметром продолжения:

$$f(X_{\text{ext}}, \lambda) = 0. \quad (4)$$

Известно, что в нелинейных механических системах даже при простых видах возмущения могут возникнуть сложные и трудно предсказуемые переходы. В современной математике эта проблема изучается в рамках направления, получившего название теория катастроф [8]. В случае однопараметрического семейства систем общего положения (3) могут иметь место неустранимые особенности только типа складки. Процедура реализации счета при прохождении окрестности предельных точек предложена в 1968 г. Н.В. Валишвили и известна как прием *смены параметра* [9]. Проблема выбора оптимального параметра для однопараметрических задач подробно рассмотрена в работе [6].

Особенности коразмерности два и выше можно устранить посредством *шевеления* параметров системы, что принципиально позволяет выбрать траекторию процесса, проходящую мимо окрестностей таких особых точек. Обход выполняется с помощью приема численного счета, названного нами *приемом смены подпространства управляющих параметров* [5]. Суть приема заключается в следующем: при подходе к окрестности особой точки следует перейти к другой однопараметрической системе (3), для которой проекция равновесной поверхности на ось параметра управления в рассматриваемом диапазоне его изменений не имеет особенностей коразмерности выше первой. Стратегия численного исследования представляет собой кусочно-гладкий процесс продолжения решения по параметру в пространстве состояний всех систем, причем на каждом гладком участке процесса, численный анализ сводится к решению однопараметрической задачи.

Расчетная модель пространственного стержня

При анализе пространственного стержня используют соотношения, описывающие нелинейную деформацию гибкого растяжимого пространственного стержня в предположении справедливости гипотезы Эйлера – Бернулли:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx_1}{ds^0} &= (1 + \varepsilon) \cos(\theta_2) \cos(\theta_3); \\ \frac{dx_2}{ds^0} &= -(1 + \varepsilon) \sin(\theta_3); \\ \frac{dx_3}{ds^0} &= (1 + \varepsilon) \sin(\theta_2) \cos(\theta_3); \\ \frac{d\theta_1}{ds^0} &= (1 + \varepsilon)(\kappa_1 - \cos(\theta_1) \operatorname{tg}(\theta_3) \kappa_2 + \\ &\quad + \sin(\theta_1) \operatorname{tg}(\theta_3) \kappa_3); \\ \frac{d\theta_2}{ds^0} &= (1 + \varepsilon) \left(\frac{\cos(\theta_1)}{\cos(\theta_3)} \kappa_2 - \frac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_3)} \kappa_3 \right); \\ \frac{d\theta_3}{ds^0} &= (1 + \varepsilon)(\sin(\theta_1) \kappa_2 + \cos(\theta_1) \kappa_3); \\ \frac{dQ_1}{ds^0} &= -(1 + \varepsilon)q_1; \\ \frac{dQ_2}{ds^0} &= -(1 + \varepsilon)q_2; \\ \frac{dQ_3}{ds^0} &= -(1 + \varepsilon)q_3; \\ \frac{dM_1}{ds^0} &= -(1 + \varepsilon)(l_{21}Q_3 - l_{31}Q_2 + m_1); \\ \frac{dM_2}{ds^0} &= -(1 + \varepsilon)(l_{31}Q_1 - l_{11}Q_3 + m_2); \\ \frac{dM_3}{ds^0} &= -(1 + \varepsilon)(l_{11}Q_2 - l_{21}Q_1 + m_3). \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Исследование процесса деформирования сводится к решению краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений (5), дополненной алгебраическими соотношениями (6).

Для описания движения используют две ортогональные правосторонние системы координат: глобальную систему и подвижную локальную систему, орты последней совпадают с положительным направлением касательной

к осевой линии стержня и главными осями его поперечного сечения.

В качестве неизвестных геометрических компонент векторной функции состояния, зависящей от лагранжевой координаты s^0 , отсчитываемой вдоль оси стержня в недеформированном состоянии, выступают глобальные координаты центра тяжести сечения x_i и углы поворота θ_i , необходимые для перехода из глобальной системы координат в локальную. Используется следующая последовательность трех поворотов: θ_2 (поворот вокруг глобальной оси i_2); θ_3 (поворот вокруг нового положения оси i_3); θ_1 (поворот вокруг нового положения оси i_1).

В качестве статических неизвестных используются величины внутренних усилий Q_i и M_i моментов, заданных в глобальном базисе.

В систему (5) на правах вспомогательных неизвестных входят: величина деформации оси стержня — ε и компоненты кривизн для актуального состояния — κ_i , вычисленные в локальном базисе. В случае линейно-упругого поведения материала при постоянной температуре, вспомогательные соотношения принимают вид

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon(s^0) &= \frac{1}{B_0} (Q_1 l_{11} + Q_2 l_{21} + Q_3 l_{31}); \\ \kappa_i(s^0) &= \frac{1}{B_i} \sum_{j=1}^3 M_j l_{ij} + (1 - \varepsilon) \kappa_i^0, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

где q_i и m_i — проекции распределенной силовой и моментной нагрузок в глобальной системе координат, соответственно; κ_i^0 — функции кривизн, задаваемые при описании недеформированного состояния стержня; B_0, B_1, B_2, B_3 — геометрические характеристики на растяжение-сжатие, кручение и изгиб относительно локальных осей, связанных с главными осями поперечного сечения, соответственно. При необходимости пересчет усилий, моментов и нагрузок в локальную систему координат осуществляется с использованием матрицы поворота $[U(s^0)]$.

В качестве примера приведены результаты численного анализа упругого элемента микропереключателя [10], показанного на рис. 1.

Элемент имеет достаточно сложную форму (рис. 1, а). Характерные размеры элемента: длина 10 мм, ширина 15 мм, толщина 0,3 мм. Основной эксплуатационной характеристикой элемента является его рабочая характеристика — зависимость между вертикальным усилием F ,

приложенным в точке A , и вертикальным перемещением контакта w в точке C . Рабочая характеристика элемента формируется на стадии предварительного деформирования при сборке. На этой операции заготовку упругого элемента микропереключателя деформируют посредством изменения и последующей фиксации регулируемого зазора. Таким образом упругая характеристика элемента формируется на этапе предварительного деформирования. Упругие характеристики элемента в зависимости от величины предварительного поджатия приведены на рис. 1, б. При малых значениях предварительного поджатия u рабочая характеристика 1 не имеет особых точек, и упругий элемент *прощелкивать* не будет. При увеличении предварительного поджатия, рабочая характеристика 2 приобретает характерный S-образный характер с верхней и нижней критическими точками. Деформирование упругого элемента с такой упругой характеристикой реализуется дискретно (хлопком). При достижении силой F верхнего критического значения элемент *прощелкивает* в нижнее положение равновесия, а при снижении значений силы до нижнего критического значения силы — возвращается в верхнее положение. При дальнейшем увеличении предварительного поджатия рабочая характеристика 3 усложняется, при этом нижнее критическое значение силы может стать отрицательным, что соответствует, так называемому *залипанию* элемента в нижнем равновесном положении.

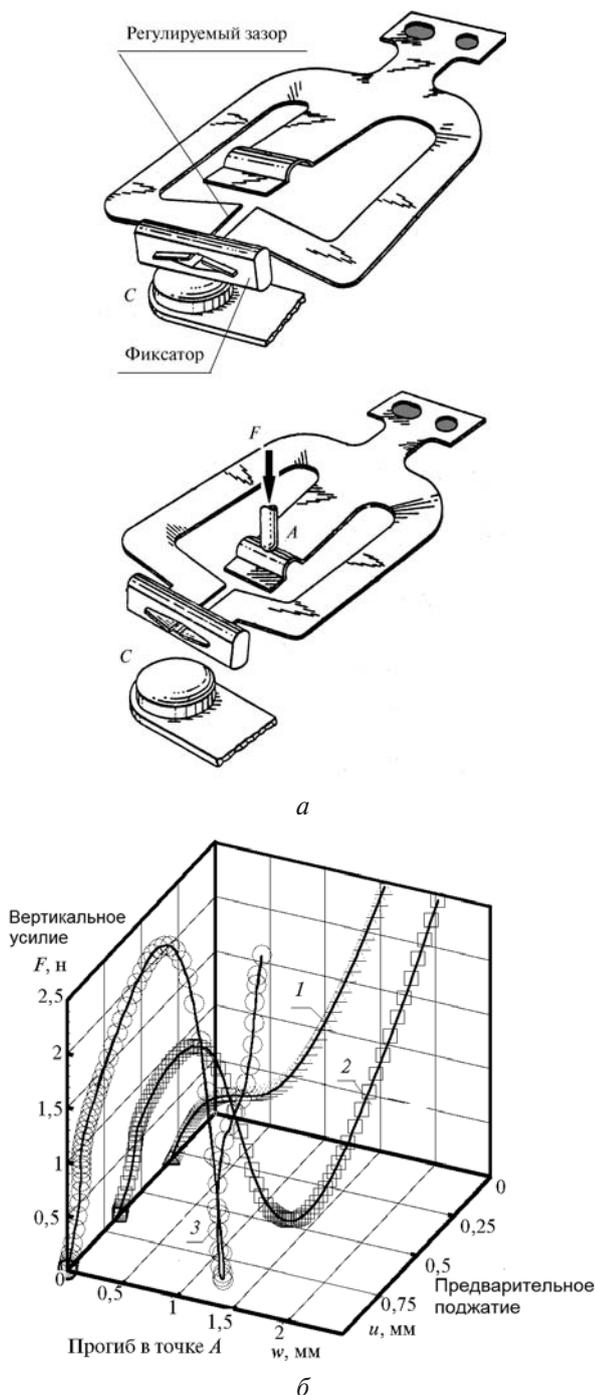


Рис. 1. Анализ предварительно деформированного пространственного элемента с дискретной характеристикой переключения

Расчетная модель осесимметричной оболочки

Для описания нелинейного деформирования использовался вариант теории тонких упругих осесимметричных оболочек [8]:

$$\begin{cases} \frac{du}{ds^0} = (1 + \varepsilon_{m0}) \cos \theta - \cos \theta_0; \\ \frac{dv}{ds^0} = (1 + \varepsilon_{m0}) \sin \theta - \sin \theta_0; \\ \frac{d\theta}{ds^0} = (1 + \varepsilon_{m0}) \kappa_{m0} + \frac{d\theta_0}{ds^0}; \\ \frac{dU}{ds^0} = -(1 + \varepsilon_{m0}) \left(\frac{\cos \theta}{X_0 + u} U - \frac{N_t}{X_0 + u} + q_u \right); \\ \frac{dV}{ds^0} = -(1 + \varepsilon_{m0}) \left(\frac{\cos \theta}{X_0 + u} V + q_v \right); \\ \frac{dM_m}{ds^0} = -(1 + \varepsilon_{m0}) \left[\frac{\cos \theta}{X_0 + u} (M_m - M_t) - U \sin \theta + V \cos \theta \right]. \end{cases} \quad (7)$$

Применительно к решению задачи о деформировании биметаллического купола вспомогательные величины, входящие в систему (7), определялись следующими соотношениями [11]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m0} &= \frac{1 - \mu^2}{E_1 h_1 + E_2 h_2} (U \cos \theta + V \sin \theta) - \mu \frac{u}{X_0} + \\ &+ \frac{T(1 + \mu)}{E_1 h_1 + E_2 h_2} (E_1 h_1 \alpha_1 + E_2 h_2 \alpha_2); \\ \kappa_{m0} &= \frac{3(1 - \mu^2)}{E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3} M_m - \mu \frac{X_0 + u}{X_0} \times \\ &\times \left(\frac{\sin \theta}{X_0 + u} - \frac{\sin \theta_0}{X_0} \right) + \frac{3T(1 - \mu)}{2(E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3)} \times \\ &\times (E_1 h_1^2 \alpha_1 + E_2 h_2^2 \alpha_2); \\ N_t &= \frac{E_1 h_1 + E_2 h_2}{1 - \mu^2} + \left(\frac{u}{X_0} + \mu \varepsilon_{m0} \right) - \frac{T}{1 - \mu} \times \\ &\times (E_1 h_1 \alpha_1 + E_2 h_2 \alpha_2); \\ M_t &= \frac{E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3}{3(1 - \mu^2)} \times \\ &\times \left[\frac{X_0 + u}{X_0} \left(\frac{\sin \theta}{X_0 + u} - \frac{\sin \theta_0}{X_0} \right) + \mu \kappa_{m0} \right] - \\ &- \frac{T}{2(1 + \mu)} (E_1 h_1^2 \alpha_1 + E_2 h_2^2 \alpha_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь s^0 — независимая координата, отсчитываемая вдоль дуги недеформированного мери-

диана оболочки; u, v — горизонтальная и вертикальная компоненты перемещений точки, принадлежащей срединной поверхности оболочки; θ_0 и θ — угол наклона касательной к меридиану в исходном и текущем состояниях; e_{m0} и κ_{m0} — линейные деформации и кривизны в текущей точке срединной поверхности; U, V, M_m и M_t — интенсивности внутренних сил и моментов; q_u и q_v — компоненты внешнего давления; X_0 и X — радиальные координаты текущей точки срединной поверхности в исходном и текущем состояниях; E_1, E_2, h_1, h_2 — модули упругости и толщины активного и пассивного слоев оболочки, соответственно; μ — коэффициент Пуассона. Величины, соответствующие меридиональному направлению, обозначены индексом — m , а окружному — t .

Приведенный далее пример проектирования термобиметаллического (ТБ) диска с дискретной характеристикой (рис. 2) дает представление о реализации алгоритма численного синтеза, основанного на использовании приема смены подпространства управляющих параметров.

Посредством предварительного механического нагружения, проводимого с помощью регулировочного винта (рис. 2, б), требуется выполнить настройку ТБ диска на переключение при заданном значении температуры T^* . Независимыми параметрами являются температура и усилие предварительного поджатия ТБ элемента.

В недеформируемом состоянии биметаллический купол прижимается к плоскости по внешнему периметру силой F , распределенной по контуру отверстия в вершине. Геометрические и физико-механические характеристики ТБ диска следующие: диаметр ТБ диска 5 мм; радиус кривизны в недеформированном состоянии 22,2 мм; толщина 0,04 мм; диаметр центрального отверстия 0,5 мм. Физико-механические характеристики материалов: $E_1=1,50 \cdot 10^5$ МПа; $E_2=1,35 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_1 = \mu_2=0,3$; $\alpha_1=1,0 \cdot 10^{-6}$ 1/С°; $\alpha_2=18,0 \cdot 10^{-6}$ 1/С°.

Результаты численного анализа представлены на рис. 2, а в трехмерном пространстве: температура, усилие предварительного поджатия, прогиб в центральной точке элемента.

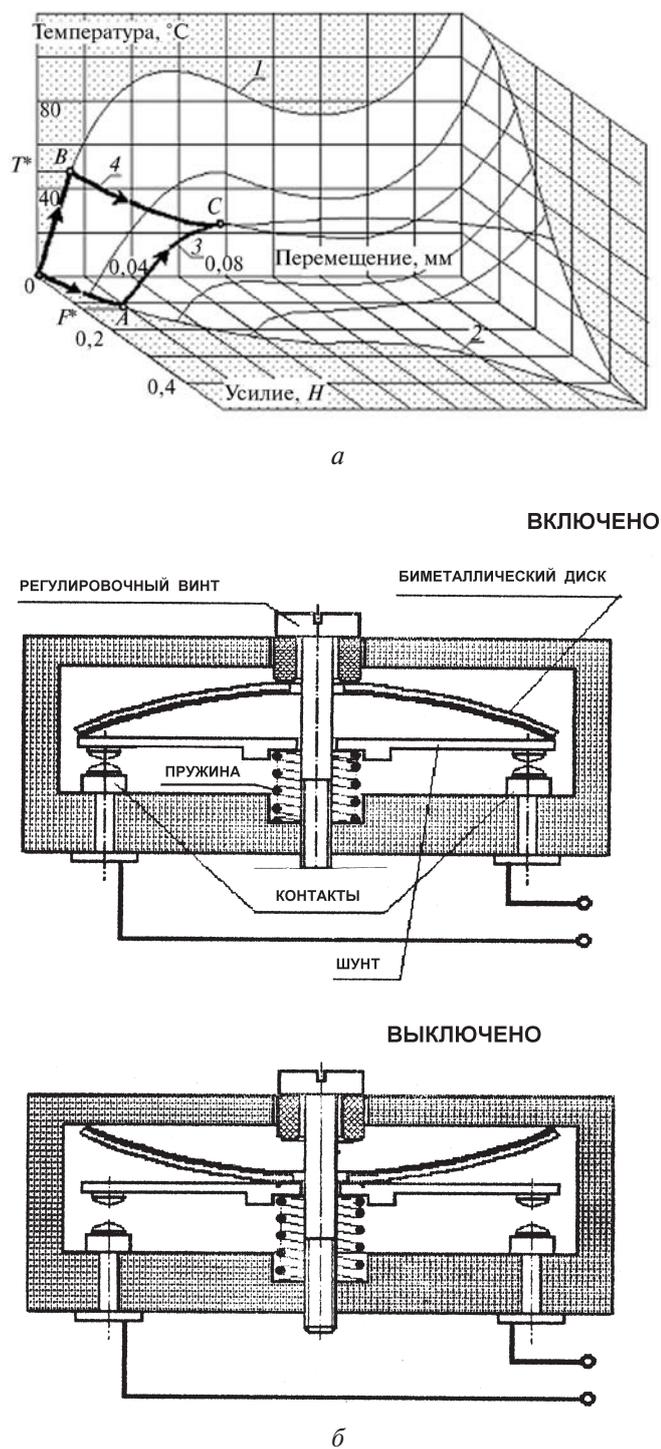


Рис. 2. Синтез ТБ элемента с заданной температурой переключения

Кривая 1 соответствует процессу деформирования ТБ диска при отсутствии предварительного поджатия, кривая 2 — силовому нагружению элемента при постоянной температуре, кусочно-гладкие кривые 3 и 4 — сложному процессу деформирования. Прием смены пространства

управляющих параметров был применен в точках *A* и *B*.

Для определения усилия предварительного поджатия, обеспечивающего срабатывание при заданной температуре, использовалась следующая стратегия решения задачи синтеза.

На первой стадии процесса выполнялось нагружение конструкции температурой вдоль кривой 1 до достижения заданной температуры T^* . В точке *B* менялся параметр продолжения, и дальнейшее нагружение проводилось по силе, пока не достигалась особая точка *C*, соответствующая предельной точке для зависимости перемещение — усилие. Усилие F в этой точке соответствовало искомому усилию предварительного поджатия F^* , обеспечивающему прощелкивание элемента при требуемой температуре T^* . Для контроля была решена задача по пути нагружения 3, которая показала идентичность полученных результатов с удовлетворительной погрешностью. Таким образом, предлагаемая методика численного синтеза позволяет научно обоснованно назначать конструктивные и технологические параметры проектируемых технических устройств.

Выводы

1. Использование элементов управляемой упругой деформации открывает перспективу создания новых типов механических и мехатронных устройств, исполнительных механизмов, функциональных элементов микро- и нано-систем — сенсоров и актюаторов. Конструктивные особенности элементов обеспечивают их функционирование в вакууме, в сверхчистых или в агрессивных средах, допуская при этом возможность миниатюризации.

2. Проектирование технических систем, в том числе и конструкций роботов по принципу управляемой упругой деформации, позволит повысить их функциональные возможности и выйти на новый технический уровень, отвечающий потребностям современного общества. На основе принципа управляемой упругой деформации могут быть созданы качественно новые конструкции мобильных мини- и микроботов специального назначения.

Литература

1. *Александрова А.Т.* Новые способы передачи и формирования движения в вакууме. М.: Высш. шк., 1979. 69 с.
2. *Гаврюшин С.С.* Элементы управляемой упругой деформации для функциональных устройств робототехнического оборудования // Мехатроника. 2000. № 5. С. 16—18.
3. Патент РФ № 2218191 Эндовазальный мини-робот / Г.В. Саврасов, А.В. Покровский, С.С. Гаврюшин, О.С. Нарайкин, А.С. Юшенко, В.И. Поспелов. № 200210938/14; Заявл. 11.04.2002.; Оpubл. 10.12.2003, Бюл. № 34.
4. *Пономарев С.Д., Андреева Л.Е.* Расчет упругих элементов машин и приборов. М.: Машиностроение, 1980. 326 с.
5. *Гаврюшин С.С.* Численное моделирование и анализ процессов нелинейного деформирования гибких оболочек // Изв. АН СССР. МТТ, 1994. № 1. С. 109—119.
6. *Григолюк Э.И., Шалашилин В.И.* Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. М.: Наука, 1988. 232 с.
7. *Gavriushin S.S.* Nonlinear analysis of elastic thin-walled shell structures // Communication in nonlinear science and numerical simulation. 2002. N 4. P. 223—233.
8. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. М.: Наука, 1990. 128 с.
9. *Валишвили Н.В.* Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. М.: Машиностроение, 1976. 278 с.
10. *Богачев М.В., Гаврюшин С.С.* Вариационно-разностная методика расчета гибких пологих элементов технических устройств // Изв. вузов. Машиностроение. 1997. № 10—12. С. 14—20
11. *Али Абдул Карим, Гаврюшин С.С.* Численный анализ термобиметаллических элементов быстродействующих электротехнических устройств // Изв. вузов. Машиностроение. № 8. 2005. С. 17—23.

Статья поступила в редакцию 28.10.2011