УДК 620.22; 620.16

doi: 10.18698/0536-1044-2021-10-95-105

# Нелинейный анализ прочности подкрепленной трехслойной композитной панели

К.С. Васильченко<sup>1</sup>, С.В. Резник<sup>1</sup>, А.А. Смердов<sup>1</sup>, С.Е. Молодчиков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана <sup>2</sup> АО «НПФ «ЦКБА»

# Nonlinear Analysis of the Reinforced Three-Layer Composite Panel Strength

K.S. Vasilchenko<sup>1</sup>, S.V. Reznik<sup>1</sup>, A.A. Smerdov<sup>2</sup>, S.E. Molodchikov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University

<sup>2</sup> AO RPF "Central Design Bureau of Valve Industry"

Применение конструкций из полимерных композиционных материалов — одно из динамично развивающихся направлений аэрокосмической техники. В этой области для проектных исследований широко используют численные методы. Тем не менее потребность в разработке эффективных методов проектного анализа сложных композитных конструкций по-прежнему остается актуальной задачей. Отсутствие таких методов может повлечь существенные финансовые затраты на испытания модельных и натурных конструкций, а следовательно, негативно отразиться на сроках создания новой техники. Проведено моделирование нелинейного статического нагружения сотовой трехслойной панели методом конечных элементов. Разработана методика прочностного расчета. Проанализировано влияние феноменологического критерия разрушения на прочность трехслойной панели. Сравнение расчетно-теоретических и экспериментальных данных показало их хорошее совпадение. Это свидетельствует о возможности применения разработанной методики прочностного расчета сотовой трехслойной панели методом конечных прочностного расчета сотовой трехслойнох данных показало их хорошее совпадение. Это свидетельствует о возможности применения разработанной методики прочностного расчета сотовой трехслойной панели на практике.

Ключевые слова: трехслойная конструкция, разрушение монослоя, конечноэлементное моделирование, критерий разрушения, несущая способность, нелинейный анализ прочности

The application of polymer composite material structures is one of the dynamically developing areas of aerospace engineering. In this area, numerical methods are widely used for design research. Nevertheless, there is still an urgent need to develop effective methods for analyzing the complex mechanism of modern composite structure behavior. The absence of such methods can result in significant financial costs of testing model and full-scale structures, which can negatively affect the timing of new equipment creation. The modeling of nonlinear static loading of a honeycomb three-layer panel by the finite element method has been performed. The design scheme has been developed for carrying out the strength calculation. The effect of the phenomenological fracture criterion on the strength of a three-layer panel is analyzed. Comparison of the theoretical and experimental data showed good agreement. This indicates that the developed scheme of the honeycomb three-layer panel strength calculation can be successfully used in practice.

**Keywords:** three-layer structure, composite fracture, finite element modeling, fracture criterion, load-bearing capacity, nonlinear strength analysis

Для уменьшения массы силовых конструкций наряду с увеличением изгибной жесткости и прочности разработчики стремились разнести материал как можно дальше от нейтральной оси. Так появилась широко распространенная форма поперечного сечения — двутавр. Применительно к пластинам и оболочкам эта же идея реализована при создании трехслойных конструкций.

Трехслойная конструкция обычно содержит две внешние обшивки тонкого номинала из высокопрочного материала, которые связаны заполнителем, обеспечивающим совместную работу и устойчивость внешних слоев. В качестве заполнителя часто используют различные пенопласты, соты из металлической фольги или полимерной бумаги, гофры, ячейки и т. д.

Для несущих слоев применяют различные материалы с высокими удельными жесткостными характеристиками. Чтобы обеспечить совместное деформирование, обшивки скрепляют со слоем заполнителя с помощью высокопрочного клея.

Сочетание технологичности и прочности полимерных композиционных материалов (ПКМ) с высокой изгибной жесткостью, характерной для трехслойной панели (ТСП), определяет широкие перспективы применения трехслойных элементов с композитными несущими слоями в аэрокосмической технике.

Цель исследования — выбор рационального подхода к построению модели прочности ТСП из ПКМ с сотовым заполнителем, работающей при действии изгибающего момента.

Подходы к анализу прочности конструкции из ПКМ. Для оценки прочности конструкций из структурно-неоднородных материалов предложено более двухсот критериев прочности предельного состояния [1–8]. Большая часть из них базируется на концепции предельной поверхности, разработанной Вестергардом в 1920 г. Функции предельной поверхности в общем виде характеризуются двумя выражениями

$$F(T_{\sigma}) > 0$$
 или  $F(T_{\epsilon}) > 0$ ,

где  $F(T_{\sigma})$  и  $F(T_{\varepsilon})$  — функции напряженного и деформированного состояния ( $T_{\sigma}$  и  $T_{\varepsilon}$  — напряжения и деформации).

В работах И.В. Грушецкого и Н.Б. Ромалиса [9, 10] для анализа прочности конструкции применена математическая модель схемы суммирования жесткостей по слоям в совокупности с феноменологическими критериями прочности однонаправленных армированных образцов. Для расчетов оболочечных конструкций использованы критерии прочности Хилла и Фишера, теория максимальных напряжений, уравнения безмоментной теории оболочек и гипотезы Кирхгофа — Лява.

Расчетные модели для определения несущей способности конструкции рассмотрены в публикациях Е.А. Ланкиной [11] и В.В. Болотина [12]. Они основаны на различных схемах редуцирования жесткостей многослойных композитов. Предположено, что послойное разрушение происходит при нарушении феноменологического условия прочности однонаправленного армированного слоя.

В работах Ю.В. Немировского [13] и А.С. Овчинского [14] предложены стохастические модели разрушения, основанные на процессе развития макроскопических трещин и накоплении рассеянных повреждений. Эти модели учитывают расслоение ПКМ вследствие повреждения матрицы, а также разрывы отдельных волокон.

Варианты общего подхода к оценке работоспособности конструкции из ПКМ разработаны Ю.В. Соколкиным, В.А. Скачковым [15] и А.А. Дудченко [16]. В основе подхода лежит статическая модель процессов микро- и макроскопического разрушения, определяемая по локальной характеристике — вероятности разрушения элементов микроструктуры. Макроскопическое разрушение конструкции оценивают по критическому значению накопленных макроскопических повреждений, которое для материала является константой и определяется расчетно-экспериментальным путем.

Одна из главных задач при создании методов и средств диагностики жесткости и прочности ПКМ заключается в установлении взаимосвязи между их физико-механическими характеристиками. Обзор экспериментальных данных, раскрывающий такую взаимосвязь, проведен В.Ф. Зинченко [17].

Первые работы по неразрушающему контролю свойств бетона В.А. Латишенко [18] и Н.А. Крылова [19] показали необходимость получения комплекса информативных физических характеристик материала (механических, акустических, электрических, тепловых) и установления связи между ними.

Полезную информацию об изменении структуры ПКМ с учетом взаимодействия его

компонентов и появления трещин можно получить путем измерения физических показателей при воздействии механических нагрузок на конструкцию. Методы диагностики физикомеханических характеристик создаются на основе различных подходов [16, 20–25].

Для исследования несущей способности конструкции из ПКМ часто используют комбинированный (феноменологический + статистический) подход. Он имеет несколько направлений, одно из которых применил и развил В.А. Латишенко в работе [21]. Это направление, базирующееся на подборе математических моделей деформирования и разрушения образца, уточняется введением поправочных коэффициентов или функций, определяемых статистическим путем.

Другое направление предполагает использование феноменологических моделей при выявлении релевантных факторов [26]. Искомые взаимосвязи описываются с помощью полиномов, подбираемых статическими результатами экспериментов, в ходе которых варьируются значения релевантных факторов [25, 27].

Описание трехслойного элемента конструкции. Для проведения экспериментальных исследований изготовили элемент конструкции в форме ТСП с двумя обшивками из углепластика. Каждую обшивку сформировали из трех ортогонально уложенных монослоев, состоящих из препрега тонкого номинала, выполненного из



Рис. 1. Конструктивно-компоновочная схема ТСП:
 1 — верхняя несущая обшивка; 2 и 3 — несущая обшивка первого и второго вкладыша; 4 и 5 — сотовый заполнитель ТСП со стороной грани 2,5 и 6,0 мм;
 6 и 7 — сотовый заполнитель второго и первого вкладыша со стороной грани 2,5 мм

материала УПВУ-2 на основе препрега ПВУ-2 толщиной 0,075 мм. В качестве материала лонжеронов выбрали аналогичный однонаправленный углепластик толщиной 0,075 мм.

В узлах зачековки расположили трехслойные вкладыши с обшивками из углепластика КМУ-4Э толщиной 0,1 мм с ортогонально уложенными слоями. В качестве армирующего заполнителя использовали шестигранные соты из алюминиевой фольги АМг2-Н толщиной 0,03 мм со стороной грани 2,5 и 6,0 мм (рис. 1).

Экспериментальное исследование несущей способности ТСП. Согласно методике испытаний [24], с одного конца ТСП жестко закрепляли с помощью вилочного кронштейна, расположенного в зоне зачековки. С другого конца ТСП имелся аналогичный кронштейн, с которым соединяли оснастку для нагружения.

Для проведения испытаний и регистрации результатов использовали оборудование Instron-500МХ. Панель испытывала изгибающий момент, одинаковый по всей длине образца. Установленную минимальную нагрузку (600 Н·м), воздействующую на ТСП, вводили постепенно до момента разрушения конструкции. Изгибающий момент, при котором произошло исчерпание несущей способности ТСП, являлся разрушающим. Общий вид разрушенной ТСП приведен на рис. 2.

Характерной зоной разрушения является граница перехода сотового заполнителя со стороной грани 6,0 мм к таковому со стороной грани 2,5 мм. Разрушение несущей обшивки пришлось на зону сжатия конструкции ближе к заделке. В зоне растяжения повреждений не наблюдалось. Разрушающий изгибающий момент составил 650 Н·м, максимальное перемещение ТСП — 32,15 мм.

По окончании экспериментального исследования несущей способности ТСП полученные данные — максимальное перемещение ТСП и



Рис. 2. Внешний вид разрушенной ТСП

ее зона разрушения — взяты в качестве основных результатов, используемых для дальнейших расчетов.

Численное исследование несущей способности ТСП. Так как элементом конструкции, подвергшимся разрушению, являлась верхняя несущая обшивка, а областью ее разрушения зона сжатия, результаты расчета максимального напряжения для монослоя и лонжерона несущей обшивки в зоне сжатия отображены по отдельности, а результаты расчета максимального перемещения ТСП — для всей конструкции.

Соответственно, за критерий разрушения монослоя принято превышение предела прочности при сжатии параллельно направлению армирования волокна. Превышение предела прочности при сжатии будет свидетельствовать о разрушении монослоя в составе пакета.

**Расчет до первого разрушения.** Модель ТСП создана в модуле прямого моделирования SPACECLAIM программного пакета ANSYS 18.1.

Геометрическая модель построена так, чтобы при дальнейшей разработке имелась возможность учесть такие ее параметры, как материал, угол армирования и толщина каждого элемента в отдельности.

Максимальное перемещение под действием заданной нагрузки не достигает значения, близкого к результату испытаний. Но максимальное напряжение монослоя при сжатии параллельно направлению армирования волокна несущей обшивки и значительно превышает собственный предел прочности. Это свидетельствует о том, что жесткости созданной модели и реальной конструкции различаются (рис. 3).

Максимальное перемещение ТСП при заданном разрушающем изгибающем моменте без учета критерия разрушения при максимальных напряжениях составило 27,29 мм (рис. 3, *a*), максимальное напряжение в первом, втором и третьем монослоях — 386,140, 299,360 и 96,074 МПа соответственно (рис. 3, *б-г*). Отрицательные значения соответствуют сжимающим напряжениям.



*Рис. 3.* Поля перемещений, мм, ТСП (*a*) и максимальных нормальных напряжений, МПа, в первом (*б*), втором (*в*) и третьем (*г*) монослоях несущей обшивки без учета критерия разрушения при максимальных напряжениях

Анализ результатов расчета без учета критерия разрушения при максимальных напряжениях показал, что они не совпадают с экспериментальными данными, так как разрушение произошло в одном монослое несущей обшивки, что не характеризует исчерпание несущей способности всего ТСП.

Расчет с учетом критерия разрушения при максимальных напряжениях. Критерий является обобщенным для растягивающих или сжимающих напряжений, при котором разру-Таблица 1 шение оценивают путем сравнения напряжений в монослое с соответствующими пределами прочности. Расчет с учетом этого критерия подразумевает введение коэффициентов уменьшения жесткости (КУЖ) в материал.

Для критерия разрушения при максимальных напряжениях нет точных или рекомендуемых значений КУЖ. В связи с этим исследование влияния КУЖ на напряженно-деформированное состояние ТСП проведено во всей области, где достигалось максимальное перемещение ТСП, близкое к результату испытаний.

Результаты численного исследования с учетом критерия разрушения при максимальных напряжениях

k	<i>d</i> , мм	Ν	Нормальные напряжения, МПа		
			$\sigma_1$	$\sigma_2$	σ3
0,1	27,297	4	366,88	298,48	95,608
0,2	27,305	4	347,76	300,64	95,081
0,3	27,315	4	321,57	301,40	94,481
0,4	27,803	4	348,43	330,33	104,780
0,5	28,833	8	376,22	314,01	112,660
0,6	29,803	6	383,10	333,27	120,580
0,7	30,619	4	334,03	318,80	119,430
0,8	31,598	14	484,25	424,66	150,640





*Рис. 4.* Поля перемещений ТСП, мм, (*a*) и максимальных нормальных напряжений, МПа, в первом (*б*), втором (*в*) и третьем (*г*) монослоях несущей обшивки при КУЖ *k* = 0,7

Габлица 2 Результаты численного исследования при различных значениях КУЖ					
I.	Нормал	ьные напряже	ения, МПа		
κ	σ1	<b>σ</b> 2	σ3		

	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$
0,6	30,081	381,77	320,78
0,7	32,070	335,28	332,99
0,8	35,565	370,27	365,50
,			

Так как заданная нагрузка — разрушающая (при которой несущая способность фрагмента исчерпывается), слои в составе пакета должны терять несущую способность в момент действия максимальной нагрузки.

Результаты численного исследования с учетом критерия разрушения при максимальных напряжениях приведены в табл. 1, где k — КУЖ; d — максимальное перемещение ТСП;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  — нормальные напряжения соответственно первого, второго и третьего монослоев вдоль направления армирования волокна; N — количество итераций.

Из табл. 1 следует, что в диапазоне КУЖ k = 0,1...0,5 результаты расчета не соответствуют экспериментальным данным, поэтому в

дальнейших расчетах их не учитывали.

Расчет с коэффициентом уменьшения жесткости k = 0,6...0,8. В нелинейных задачах отклик расчетной схемы на внешнюю нагрузку нельзя определить системой линейных уравнений. Но введение КУЖ позволяет рассчитать прочность нелинейного материала с помощью серии итерационных линейных приближений с последовательной корректировкой жесткости. Увеличение количества итераций (на 100 шагов) позволит решателю задавать равномерную нагрузку на каждом шаге расчета, в отличие от линейного расчета до первого разрушения, где нагрузка задана за одну итерацию (рис. 4)

При КУЖ k = 0,7 получены результаты, удовлетворяющие данным статических испытаний. Максимальное перемещение ТСП составило 32,07 мм, максимальное напряжение монослоев при разрушающей нагрузке достигло собственного предела прочности при сжатии вдоль направления армирования волокна. Таким образом, при k = 0,7 удалось смоделировать исчерпание несущей способности фрагмента, так как была исчерпана несущая способность каждого монослоя несущей обшивки в зоне сжатия (табл. 2).



*Рис.* 5. Разрушение монослоя несущей обшивки в зоне сжатия на начальном (*a*), промежуточных (*б*, *в*) и конечном (*г*) этапах нагружения

При использовании КУЖ материала появляется возможность отображения разрушенных, частично разрушенных и не достигших разрушения элементов, что позволяет сопоставить характерные зоны разрушения ТСП, полученные при испытаниях и расчете. Это позволяет более полно отразить достоверность полученных результатов. На рис. 5 отображено разрушение монослоя несущей обшивки в зоне сжатия на начальном, промежуточных и конечном этапах нагружения.

Элементы синего цвета — не достигшие разрушения, зеленого — частично поврежденные, красного — достигшие разрушения. Видно, что развитие разрушения монослоя, а в дальнейшем и ТСП, происходит непосредственно на границе перехода сотового заполнителя. Разрушение

#### Таблица 3

Результаты численного анализа с учетом изменения критерия разрушения

k	1	Нормальные напряжения, МПа			
K	и, мм	$\sigma_1$	$\sigma_2$	σ3	
0,1	33,228	456,42	354,81	119,35	
0,2	33,852	452,79	350,38	124,57	
0,3	34,620	440,91	346,90	130,35	
0,4	35,532	417,30	343,24	132,53	
0,5	37,245	404,01	333,34	142,00	
0,6	38,906	402,28	332,45	140,21	
0,7	40,733	375,55	319,80	140,02	
0,8	75,910	350,01	301,15	139,53	



*Рис.* 6. Разрушение монослоя несущей обшивки в зоне сжатия на начальном (*a*), промежуточных (*б*, *в*) и конечном (*г*) этапах нагружения при изгибающем моменте 720 H·м и 120 шагах итерации

ТСП, выявленное численным моделированием методом конечных элементов, соответствует разрушению, полученному при испытаниях.

Проверочный расчет. Для подтверждения полученных данных проведен проверочный (четвертый) расчет. Три предыдущих расчета выполнены при воздействии на ТСП уже известной разрушающей нагрузки, что вводило некое ограничение в задачу, где указанный параметр не являлся варьируемым. Поэтому потребовалось исследовать ТСП при увеличенных разрушающей нагрузке и количестве итераций.

Результаты четвертого расчета при изгибающем моменте 720 Н·м и 120 шагах итерации подтвердили, что условия, необходимые для нелинейного расчета несущей способности ТСП с учетом деградации материала, выполнены в полной мере и отражают действительные результаты статических испытаний (табл. 3).

С ростом разрушающей нагрузки наблюдается заметное увеличение значений максимального прогиба ТСП и максимального напряжения в монослое несущей обшивки. При КУЖ k = 0,1 максимальное перемещение составило 33,228 мм. Это свидетельствует о том, что поиск решения в начальной точке уже выходит за исследуемую область прогрессирующего разрушения.

Как видно из рис. 6, процесс разрушения начинает приобретать характер, отличный от действительности или того, что получилось в третьем расчетном случае.

#### Выводы

1. Применение критерия разрушения при максимальных напряжениях продемонстрировало возможность моделирования нелинейного анализа прочности трехслойных фрагментов из ПКМ независимо от их конструктивных особенностей.

2. Разработана методика определения напряженно-деформированного состояния фрагмента из ПКМ при действии разрушающей нагрузки. Методика позволяет проследить за началом и развитием разрушения конструкции на различных участках при нагружении.

3. Исходя из результатов исследований конструкций из ПКМ и особенностей методики, ее рекомендовано применять для решения следующих задач:

 установления разрушающей нагрузки, максимальных перемещений и напряжений при разрушении фрагмента из ПКМ при простых напряженных состояниях;

 исследования напряженно-деформированного состояния, определения перемещений, напряжений на каждом этапе нагружения конструкции;

• выявления зон разрушения конструкции на различных этапах нагружения, включая предельные;

 расчета конструкций, имеющих в своем составе различные включения; при этом можно учитывать любое количество составляющих внутри конструкции.

#### Литература

- [1] Круглов В.М., Козачевский А.И. Об одном варианте деформационной теории пластичности бетона в шаговом расчете конструкций методом конечных элементов. В: Исследование работы искусственных сооружений. Новосибирск, СГУПС, 1980, с. 15–19.
- [2] Бич П.М. Деформативность бетонов при плоском напряженном состоянии. Вопросы строительства и архитектуры, 1977, № 7, с. 87–92.
- [3] Попов А.А., Хатунцев А.А., Шашков И.Г. и др. Пространственный деформационный нелинейный расчет железобетонных изгибаемых конструкций методом конечных элементов. *Науковедение*, 2013, № 5. URL: http://naukovedenie.ru/PDF/107tvn513.pdf
- [4] Bazant Z.P., Cedolin L. Fracture mechanics of reinforced concrete. ASCE J. Eng. Mech. Div., 1980, vol. 106, no. 6, pp. 1287–1306.
- [5] Norris C.B. Strength of orthotropic materials subjected to combined stresses. Report no. 1816.
  Forest Products Laboratory, 1950. 41 p.
- [6] Тарнопольский Ю.М., Скудра А.М. Конструкционная прочность и деформативность стеклопластиков. Рига, Зинатне, 1966. 260 с.
- [7] Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. Москва, Машиностроение, 1988. 272 с.
- [8] Захаров К.В. Критерий прочности для слоистых пластмасс. Пластмассы, 1961, № 8, с. 61–67.

- [9] Грушецкий И.В., Димитриенко И.П., Ермоленко А.Ф. *Разрушение конструкций из композитных материалов.* Рига, Зинатне, 1986. 264 с.
- [10] Ромалис Н.Б., Тамуж В.П. *Разрушение структурно-неоднородных тел*. Рига, Зинатне, 1989. 224 с.
- [11] Ланкина Е.А., Михайлов А.М. Вычисление разброса прочности в трехмерном композите. В: Динамика сплошной среды. Вып. 103. Новосибирск, ИГиЛ СО АН СССР, 1991, с. 83–87.
- [12] Болотин В.В., Новиков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. Москва, Машиностроение, 1980. 375 с.
- [13] Немировский Ю.В., Резников Б.С. Прочность элементов конструкций из композитных материалов. Новосибирск, Наука, 1986. 166 с.
- [14] Овчинский А.С. Процессы разрушения композиционных материалов. Имитация микро- и макромеханизмов на ЭВМ. Москва, Наука, 1988. 277 с.
- [15] Соколкин Ю.В., Скачков В.А. О структурном подходе к оценке работоспособности конструкций из композитных материалов. Механика композитных материалов, 1981, № 4, с. 608–614.
- [16] Дудченко А.А. Расчет напряженно-деформированного состояния элементов авиационных, ракетных и машиностроительных конструкций из композиционных материалов. Москва, Федеративная информационная система, 2013. 232 с.
- [17] Зинченко В.Ф. Экспериментальные данные о взаимосвязях между физико-механическими свойствами конструкционных композитов. В: Методы и средства диагностики несущей способности изделий из композитов. Рига, Зинатне, 1983, с. 7–17.
- [18] Латишенко В.А. Определение нарастания прочности бетонов при твердении без разрушения образцов. В: Исследования по бетону и железобетону. Вып. 2. Рига, Зинатне, 1957, с. 97–104.
- [19] Крылов Н.А., Калашников В.А., Полищук И.А. Радиотехнические методы контроля качества железобетона. Ленинград-Москва, Стройиздат, 1966. 379 с.
- [20] Бессонов В.Г., Ярошек А.Д. Неразрушающий контроль прочности стеклопластиковых резервуаров, подвергаемых внутреннему давлению. Киев, Наукова думка, 1971. 118 с.
- [21] Латишенко В.А. Диагностика жесткости и прочности материалов. Рига, Зинатне, 1968. 320 с.
- [22] Дудченко А.А., Лурье С.А. Моделирование процессов роста поврежденности и деградации механических свойств слоистых композитов. Москва, Изд-во МАИ, 2019, 160 с.
- [23] Мартыненко О.П., Сосновцев В.Ф., Кощеев В.А. Методы построения математикодиагностических моделей оценки качества конструкций из армированных пластиков в условиях ограниченной информации. В: Неразрушающие методы контроля изделий из полимерных материалов. Ч. 2, Москва, 1980, Наука, с. 37–38.
- [24] Потапов А.И. Контроль качества и прогнозирование надежности конструкций из композитных материалов. Ленинград, Машиностроение, 1980. 261 с.
- [25] Сандалов А.В. Исследование стеклотекстолитовых оболочек неразрушающими методами. Механика полимеров, 1976, № 5, с. 909–911.
- [26] Абрамчук С.С., Сандалов А.В. Комплексирование методов неразрушающих, полуразрушающих, разрушающих исследований и технологического контроля для диагностики несущей способности изделий. В: Методы и средства диагностики несущей способности изделий из композитов. Рига, Зинатне, 1983, с. 33–46.
- [27] Сандалов А.В. Комплексная диагностика физико-механических свойств стеклотекстолитовых оболочек. Рига, Зинатне, 1979. 167 с.

### References

- [1] Kruglov V.M., Kozachevskiy A.I. Ob odnom variante deformatsionnoy teorii plastichnosti betona v shagovom raschete konstruktsiy metodom konechnykh elementov [On one variant of concrete plasticity deformation theory in step-by-step construction analysis using finite elements]. V: *Issledovanie raboty iskusstvennykh sooruzheniy* [In: Study on work of man-made constructions]. Novosibirsk, SGUPS, 1980, pp. 15–19 (in Russ.).
- [2] Bich P.M. Concrete deformability in planar-stressed state. *Voprosy stroitel'stva i arkhitektury*, 1977, no. 7, pp. 87–92 (in Russ.).
- [3] Popov A.A., Khatuntsev A.A., Shashkov I.G., et al. Spatial deformation nonlinear calculation of reinforced concrete bent designs by the method of final elements. *Naukovedenie*, 2013, no. 5. URL: http://naukovedenie.ru/PDF/107tvn513.pdf (in Russ.).

- [4] Bazant Z.P., Cedolin L. Fracture mechanics of reinforced concrete. ASCE J. Eng. Mech. Div., 1980, vol. 106, no. 6, pp. 1287–1306.
- [5] Norris C.B. Strength of orthotropic materials subjected to combined stresses. Report no. 1816. Forest Products Laboratory, 1950. 41 p.
- [6] Tarnopol'skiy Yu.M., Skudra A.M. Konstruktsionnaya prochnost' i deformativnost' stekloplastikov [Structural strength and deformability of fibreglass]. Riga, Zinatne Publ. Publ., 1966. 260 p.
- [7] Vasil'yev V.V. Mekhanika konstruktsiy iz kompozitsionnykh materialov [Construction mechanics of composites]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 272 p.
- [8] Zakharov K.V. Strength criteria for laminates. *Plastmassy*, 1961, no. 8, pp. 61–67 (in Russ.).
- [9] Grushetskiy I.V., Dimitrienko I.P., Ermolenko A.F. Razrushenie konstruktsiy iz kompozitnykh materialov [Destruction of composite constructions]. Riga, Zinatne Publ., 1986. 264 p.
- [10] Romalis N.B., Tamuzh V.P. *Razrushenie strukturno-neodnorodnykh tel* [Destruction of structurally non-uniform bodies]. Riga, Zinatne Publ., 1989. 224 p.
- [11] Lankina E.A., Mikhaylov A.M. Vychislenie razbrosa prochnosti v trekhmernom kompozite
  [Calculation of strength scatter in 3D composite]. V: *Dinamika sploshnoy sredy*. Vyp. 103
  [In: Continuum dynamics. Iss. 103]. Novosibirsk, IGiL SO AN SSSR Publ., 1991, pp. 83–87
  (in Russ.).
- [12] Bolotin V.V., Novikov Yu.N. *Mekhanika mnogosloynykh konstruktsiy* [Mechanics of multilayered constructions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 375 p.
- [13] Nemirovskiy Yu.V., Reznikov B.S. Prochnost' elementov konstruktsiy iz kompozitnykh materialov [Strength of composite construction elements]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1986. 166 p.
- [14] Ovchinskiy A.S. Protsessy razrusheniya kompozitsionnykh materialov. Imitatsiya mikro- i makromekhanizmov na EVM [Destruction process of composites. Computer imitation of micro- and macro-mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 277 p.
- [15] Sokolkin Yu.V., Skachkov V.A. On structural approach to the assessment of composite constructions workability. *Mekhanika kompozitnykh materialov*, 1981, no. 4, pp. 608–614 (in Russ.).
- [16] Dudchenko A.A. Raschet napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya elementov aviatsionnykh, raketnykh i mashinostroitel'nykh konstruktsiy iz kompozitsionnykh materialov [Computation of stress-strain state for composite elements of aviation, rocket and machine building constructions]. Moscow, Federativnaya informatsionnaya Sistema Publ., 2013. 232 p.
- [17] Zinchenko V.F. Eksperimental'nye dannye o vzaimosvyazyakh mezhdu fiziko-mekhanicheskimi svoystvami konstruktsionnykh kompozitov [Experimental data on ineraction between physical-mechanical properties of construction composites]. V: Metody i sredstva diagnostiki nesushchey sposobnosti izdeliy iz kompozitov. [In: Methods and tools for loadability diagnostics of composite parts]. Riga, Zinatne Publ., 1983, pp. 7–17 (in Russ.).
- [18] Latishenko V.A. Opredelenie narastaniya prochnosti betonov pri tverdenii bez razrusheniya obraztsov [Evaluation of strength gain of concrete at hardening without destruction of samples]. V: *Issledovaniya po betonu i zhelezobetonu*. Vyp. 2 [In: Study on concrete and reinforced concrete. Iss. 2]. Riga, Zinatne Publ., 1957, pp. 97–104.
- [19] Krylov N.A., Kalashnikov V.A., Polishchuk I.A. Radiotekhnicheskie metody kontrolya kachestva zhelezobetona [Radio-technical control methods for concrete quality]. Leningrad-Moscow, Stroizdat Publ., 1966. 379 p.
- [20] Bessonov V.G., Yaroshek A.D. Nerazrushayushchiy kontrol' prochnosti stekloplastikovykh rezervuarov, podvergaemykh vnutrennemu davleniyu [Non-destructive strength control of fiberglass reservoirs under effect of inner pressure]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1971. 118 p.
- [21] Latishenko V.A. Diagnostika zhestkosti i prochnosti materialov [Diagnostics of materials rigidity and strength]. Riga, Zinatne Publ., 1968. 320 p.
- [22] Dudchenko A.A., Lur'ye S.A. Modelirovanie protsessov rosta povrezhdennosti i degradatsii mekhanicheskikh svoystv sloistykh kompozitov [Modelling of damage spread processes and mechanical properties degradation of layered composites]. Moscow, Izd-vo MAI Publ., 2019, 160 p.
- [23] Martynenko O.P., Sosnovtsev V.F., Koshcheev V.A. Metody postroeniya matematikodiagnosticheskikh modeley otsenki kachestva konstruktsiy iz armirovannykh plastikov v usloviyakh ogranichennoy informatsii [Methods for building mathematical-diagnostic models for quality assessment of constructions of reinforced plastics at the conditions of in-

formation deficit]. V: *Nerazrushayushchie metody kontrolya izdeliy iz polimernykh materialov*. Ch. 2 [In: Non-destructive control methods for polymer products. P. 2]. Moscow, 1980, Nauka Publ., pp. 37–38 (in Russ.).

- [24] Potapov A.I. Kontrol' kachestva i prognozirovanie nadezhnosti konstruktsiy iz kompozitnykh materialov [Quality control and reliability prediction for composite constructions]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1980. 261 p.
- [25] Sandalov A.V. Study on fiberglass laminates by non-destructive methods. *Mekhanika polimerov*, 1976, no. 5, pp. 909–911 (in Russ.).
- [26] Abramchuk S.S., Sandalov A.V. Kompleksirovanie metodov nerazrushayushchikh, polurazrushayushchikh, razrushayushchikh issledovaniy i tekhnologicheskogo kontrolya dlya diagnostiki nesushchey sposobnosti izdeliy [Complexation methods of non-destructive, semidestructive and destructive tests and technological control for diagnostics of product loadability]. V: *Metody i sredstva diagnostiki nesushchey sposobnosti izdeliy iz kompozitov*. [In: Methods and tools for loadability diagnostics of composite parts]. Riga, Zinatne Publ., 1983, pp. 33–46 (in Russ.).
- [27] Sandalov A.V. Kompleksnaya diagnostika fiziko-mekhanicheskikh svoystv steklotekstolitovykh obolochek [Complex diagnostics of physical-mechanical properties of fiberglass laminate shells]. Riga, Zinatne Publ., 1979. 167 p.

Статья поступила в редакцию 09.07.2021

## Информация об авторах

ВАСИЛЬЧЕНКО Константин Сергеевич — аспирант кафедры «Ракетно-космические композитные конструкции». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: kkvvaass@yandex.ru).

РЕЗНИК Сергей Васильевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Ракетно-космические композитные конструкции». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: sreznik@bmstu.ru).

СМЕРДОВ Алексей Андреевич — кандидат технических наук, младший научный сотрудник кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: alexsmerdov@bmstu.ru).

МОЛОДЧИКОВ Сергей Евгеньевич — инженер третьей категории. АО «НПФ «ЦКБА» (195027, Санкт-Петербург, Российская Федерация, проспект Шаумяна, д. 4, корп. 1, e-mail: se.molodchikov@yandex.ru).

#### Information about the authors

**VASILCHENKO Konstantin Sergeevich** — Postgraduate, Department of Aerospace Composite Structures. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., 5, Bldg. 1, e-mail: kkvvaass@yandex.ru).

**REZNIK Sergey Vasilievich** — Doctor Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Aerospace Composite Structures. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., 5, Bldg. 1, e-mail: sreznik@bmstu.ru).

SMERDOV Alexey Andreevich — Candidate of Science (Eng.), Junior Researcher, Department of Aerospace Composite Structures. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., 5, Bldg. 1, e-mail: asmerdov@mail.ru).

**MOLODCHIKOV Sergey Evgenievich** — Engineer of the third category. AO RPF "Central Design Bureau of Valve Industry" (195027, St. Petersburg, Russian Federation, Shaumyan Av., 4, Bldg. 1, e-mail: se.molodchikov@yandex.ru).

#### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Васильченко К.С., Резник С.В., Смердов А.А., Молодчиков С.Е. Нелинейный анализ прочности подкрепленной трехслойной композитной панели. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2021, № 10, с. 95–105, doi: 10.18698/0536-1044-2021-10-95-105

Please cite this article in English as:

Vasilchenko K.S., Reznik S.V., Smerdov A.A., Molodchikov S.E. Nonlinear Analysis of the Reinforced Three-Layer Composite Panel Strength. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 10, pp. 95–105, doi: 10.18698/0536-1044-2021-10-95-105