



СЫЗРАНЦЕВА
Ксения Владимировна
кандидат технических
наук, доцент кафедры
«Кибернетические
системы» (Тюменский
государственный
нефтегазовый университет)



ЧЕРНАЯ
Людмила Александровна
кандидат технических
наук, доцент кафедры
«Теория механизмов
и машин»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Оценка долговечности подшипников качения при случайном режиме их нагружения

К.В. Сызранцева, Л.А. Черная

На основе применения методов непараметрической статистики и компьютерного моделирования рассмотрено решение задачи оценки долговечности подшипников качения, режим нагружения которых в условиях эксплуатации задан конкретным законом распределения радиальной нагрузки, соответствующим легкому, среднему нормальному, среднему равновероятному, тяжелому режиму работы. Результаты расчета роликоподшипника 2207 свидетельствуют, что при переходе от легкого к тяжелому режиму работы подшипника вероятность его отказа возрастает в 4 раза.

Ключевые слова: подшипники качения, долговечность, вероятность отказа, случайный режим нагружения, непараметрическая статистика, компьютерное моделирование.

The article considers a solution of the task of the bearings failure number forecasting. The form of bearings loading under operating conditions is defined by means of a particular radial load distribution law corresponding to a light, an average normal, an average equiprobable and a heavy operating mode. The bearings failure number forecasting is carried out on the basis of nonparametrical statistics and computer simulation. The results of roller bearing 2207 parameters calculation show that during the switch from a light mode to a heavy one a probability of its failure rises by a factor of four.

Keywords: bearings, durability, failure number, random loading mode, nonparametric statistics, computer simulation.

Применяемые во всем мире расчеты подшипников качения были первыми вероятностными расчетами машиностроительных объектов. Однако они учитывали рассеяние только динамической грузоподъемности подшипников в предположении детерминированности расчетной нагрузки. Предложенный в работе [1] метод оценки вероятности безотказной работы подшипника основан на определении коэффициента запаса по средним нагрузкам

$$\bar{n} = \frac{\bar{C}}{\bar{P}L^{1/p}} \quad (1)$$

в предположении, что случайная величина коэффициента запаса подчиняется нормальному закону. Подставляя среднее значение коэффициента запаса в выражение для квантиля нормального распределения, по таблицам [1] определяют вероятность безотказной работы. Причем, несмотря на то, что авторы работы [1] ссылаются на широко принятое, включая ГОСТ 18855—82 и ISO, предположение о распределении ресурса и динамической грузоподъемности подшипников по за-

кону Вейбулла, ими принято весьма сильное упрощение расчетов: переход для описания динамической грузоподъемности от распределения Вейбулла к нормальному распределению. Кроме того, в предложенной ими методике закон распределения эквивалентной нагрузки полагается нормальным, что соответствует среднему режиму нагружения. Как в этом случае осуществить переход к легкому, тяжелому или заданному выборкой режимам нагружения, остается неизвестным.

Предлагаемый в данной работе подход к обработке случайных величин основан на методах непараметрической статистики, которые изначально предполагают, что вид распределения случайной величины либо неизвестен, либо может быть определен лишь приближенно [2]. В настоящее время методами непараметрической статистики можно решать практически весь спектр задач, которые ранее решали методами параметрической статистики. При этом не следует накладывать никаких ограничений на вид функции распределения случайной величины, а значит, исключая погрешности, вызываемые заменой реальных распределений случайной величины близкими к ним «удобными», имеющими аналитическое описание известными распределениями [2, 3].

Разработанные к настоящему времени профессиональные математические процессоры предлагают исследователю богатый набор стандартных функций для решения уравнений, в том числе трансцендентных, методы оптимизации функций, широкий набор функций для реализации пользовательских алгоритмов, а также удобные средства визуализации графиков функций и экспериментальных данных [4].

Реализация методов оценки прочностной надежности деталей и узлов машин на основе математического аппарата непараметрической статистики связана с решением двух вспомогательных задач:

1) компьютерное моделирование случайных величин с законами, известными с точностью до параметров, и с законами, определенными методами непараметрической статистики;

2) восстановление по заданной выборке случайной величины ее функции плотности распределения.

Рассмотрим решение первой задачи. Ее актуальность обусловлена необходимостью определения вероятности безотказной работы детали при различных режимах работы. Следуя [5], внешняя нагрузка в общем случае является случайной величиной. При легком, среднем нормальном, среднем равновероятном и тяжелом режиме работы передачи интегральную функцию для внешней нагрузки описывают, соответственно, гамма-, нормальным, равновероятным и β -распределением. Поскольку указанные законы распределения с точностью до параметров известны, задача генерирования в соответствии с ними выборки случайных величин, реализуется в программном комплексе MathCad в виде датчиков случайных чисел на основе методов непараметрической статистики, алгоритмы реализации которых подробно описаны в работе [2]. Иллюстрация результата генерации выборки случайной величины (радиальной силы) длиной $k=1\ 000$ в соответствии с тяжелым режимом нагружения подшипника представлена на рис. 1.

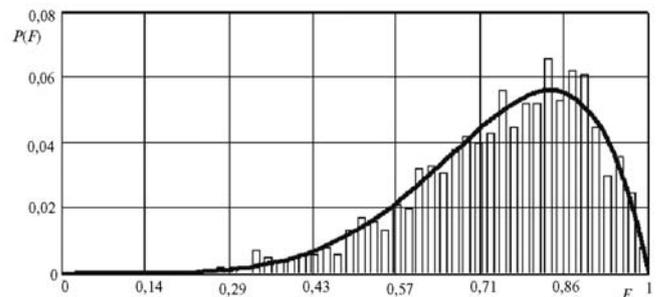


Рис. 1. Функция плотности распределения для генерирования случайной величины радиальной силы в интервале [0;1] в соответствии с тяжелым режимом работы подшипника

Вторая вспомогательная задача может быть решена методом эмпирического риска, либо на основе оценки Парзена – Розенблатта [2, 3].

Проиллюстрируем развитие предложенной в работе [1] методики оценки надежности подшипников качения с помощью аппарата непараметрической статистики и компьютерного моделирования на примере роликподшипника 2207, нагруженного случайной радиальной силой со средним значением 6 900 Н, требуемый ресурс 63 млн оборотов.

На первом этапе осуществим моделирование динамической грузоподъемности подшипника в соответствии с законом распределения Вейбулла. Функция вероятности описывается выражением

$$P(C) = 1 - e^{-C^m/t_0} = 1 - e^{(C/C_{90})^m \ln 0,9}, \quad (2)$$

где C_{90} — паспортная 90%-ная динамическая грузоподъемность выбранного подшипника, $C_{90} = 25\,600$ Н [6]; m — параметр формы распределения, согласно рекомендации ГОСТ 18855—82 $m = 1,5$; t_0 — параметр масштаба, вычисляемый с помощью преобразований уравнения (2) по формуле

$$t_0 = \frac{C_{90}^m}{-\ln 0,9} = 39\,009\,523,81.$$

Тогда функция плотности распределения динамической грузоподъемности подшипника 2207 примет вид

$$P(C) = \frac{m}{t_0} C^{m-1} e^{-C^m/t_0}. \quad (3)$$

Выборка случайной величины динамической грузоподъемности генерируется непараметрическим датчиком в программе MathCad. Результат ее работы показан на рис. 2.

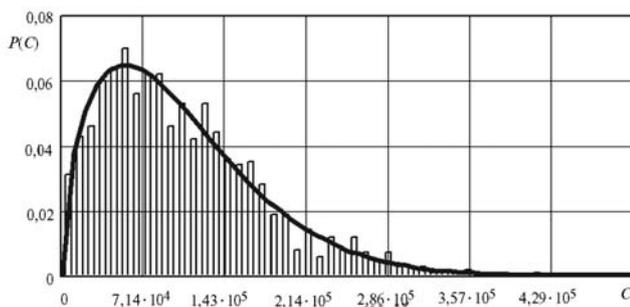


Рис. 2. Гистограмма выборки динамической грузоподъемности C и ее функция плотности распределения $P(C)$ в соответствии с распределением Вейбулла

Для проверки результата моделирования случайной величины целесообразно средствами интегрирования MathCad вычислить 90%-ный квантиль — вероятность того, что значение динамической грузоподъемности превысит величину C_{90} , составляет:

$$1 - \int_0^{25600} P(C) dC = 0,9003243,$$

что подтверждает достоверность полученных результатов.

На втором этапе решения задачи оценки надежности подшипника выполняется компьютерное моделирование выборок случайной величины F — радиальной нагрузки на подшипник в соответствии с требуемыми режимами нагружения.

Коэффициент запаса подшипника по динамической грузоподъемности представляет собой выборку, элементы которой вычисляются по формуле, аналогичной (1), но в нее подставляются не средние величины выборок динамической грузоподъемности $\{C\}$ и нагрузки $\{F\}$, а непосредственно элементы их выборок:

$$n_i = \frac{C_i}{F_i L^{1/p}}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4)$$

На третьем этапе выполняется восстановление неизвестной функции плотности распределения случайной величины коэффициента запаса подшипника методом непараметрической статистики, реализованным в виде программы в процессоре MathCad на основе оценки Парзена — Розенблатта, подробно описанной в работе [2].

Вероятность отказа подшипника означает по определению вероятность того, что коэффициент запаса по динамической грузоподъемности n окажется менее единицы, что соответствует значению интеграла

$$Q(n) = \int_0^1 P(n) dn. \quad (5)$$

Характеристики выборок случайной величины коэффициента запаса по динамической грузоподъемности n для подшипника 2207 представлены в таблице. Вероятности отказа, вычисленные путем интегрирования по формуле (5), приведены в последнем столбце таблицы.

Результаты расчетов выборки $\{n\}$ длиной $k = 1\,000$ и восстановление ее функции плотности распределения (непрерывная кривая) для исследуемого подшипника при различных режимах работы показаны на рис. 3–6.

Таблица

Характеристики выборок коэффициента запаса по динамической грузоподъемности подшипника 2207 при различных режимах нагружения

Режим нагружения	Среднее выборки	Мода	Медиана	Вероятность отказа
Случайный (по [1])	1,5629	1,5629	1,5629	0,08424
Легкий	11,243	4,4302	7,2865	0,04114
Средний нормальный	5,494	2,3336	3,9787	0,08399
Средний равновероятный	26,249	9,2912	7,0405	0,06361
Тяжелый	3,082	1,4829	2,636	0,14637

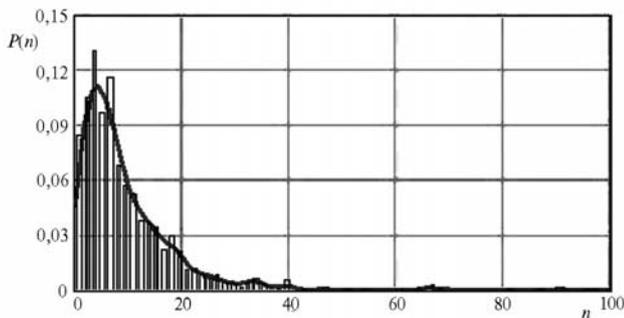


Рис. 3. Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P(n)$ при легком режиме нагружения подшипника

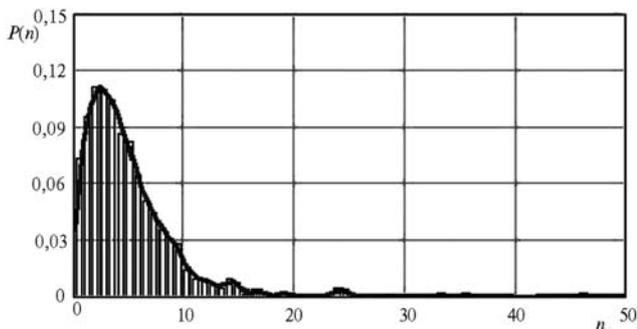


Рис. 4. Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P(n)$ при среднем нормальном режиме нагружения подшипника

Предложенная в данной работе методика оценки долговечности подшипников качения является универсальной, она никак не зависит от конкретных законов распределения внешней нагрузки. Это позволяет осуществлять расчет долговечности подшипника качения и в

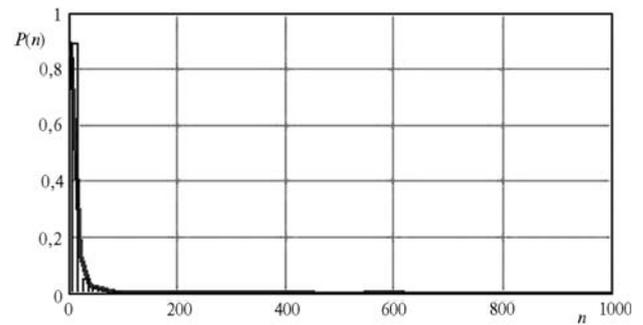


Рис. 5. Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P(n)$ при среднем равновероятном режиме нагружения подшипника

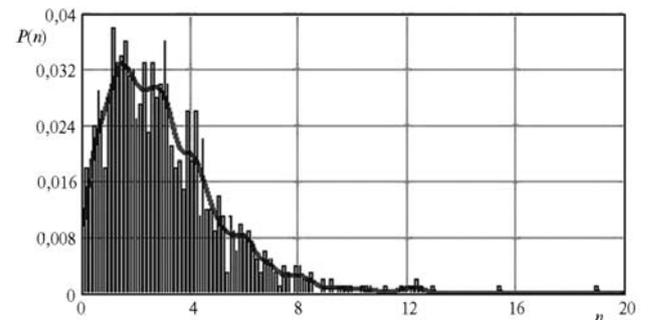


Рис. 6. Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P(n)$ при тяжелом режиме нагружения подшипника

том числе, когда внешняя нагрузка задана непосредственно выборкой значений.

Литература

1. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З. Надежность машин; Под ред. Д.Н. Решетова. М.: Высш. шк., 1988. 238 с.
2. Сызранцев В.Н., Невелев Я.П., Голофаст С.Л. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики. Новосибирск: Наука, 2008. 218 с.
3. Сызранцева К.В. Прогнозирование отказов зубчатых передач методами непараметрической статистики // Вестник машиностроения. 2009. № 12. С. 10–13.
4. Дьяконов В.П. MathCad 2001: Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002. 832 с.
5. ГОСТ 21354–75. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. М.: Изд-во Стандартов, 1981. 61 с.
6. Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я. Подшипники качения. М.: Машиностроение, 1967. 563 с.

Статья поступила в редакцию 26.10.2011