

УДК 621.865

doi: 10.18698/0536-1044-2021-4-18-29

Исследование установившихся периодических движений модулей ползающего робота при наличии внешних возмущений*

Л.Ю. Ворочаева¹, С.И. Савин²

¹ Юго-Западный государственный университет

² Университет Иннополис

Study of Steady-State Periodic Motions of Crawling Robot Modules under External Disturbances

L.Yu. Vorochaeva¹, S.I. Savin²

¹ Southwest State University

² Innopolis University

Разработка и проектирование многомодульного ползающего робота требуют детальной проработки каждого аспекта его передвижения при реализации различных задач, одной из которых является удержание положения такого робота при воздействии на него вынуждающей силы. Данная задача решена для трехмодульного ползающего робота, где одна из крайних опор зафиксирована на поверхности, а другая находится под воздействием гармонической внешней силы, изменяющейся по закону меандра. Для этого предложена система управления модулями устройства, построенная на основе СТС-регулятора. Путем численного моделирования выполнено исследование количественных и качественных характеристик колебаний модулей робота в зависимости от отношения вертикальной составляющей амплитуды силы к горизонтальной и от рассогласования между ними по фазе. Установлено, что при равенстве вертикальной и горизонтальной составляющих амплитуды внешней силы колебания углов модулей осуществляются относительно заданных значений. В противном случае появляется статическая ошибка, которая возрастает по мере удаления указанного отношения от единицы.

Ключевые слова: многомодульный ползающий робот, удержание положения, вынуждающая сила, закон меандра, СТС-регулятор, амплитуда внешней силы

The development and design of a multi-module crawling robot requires an elaboration of each aspect of its motion in the implementation of various tasks, including holding the position of such a robot under a driving force. This problem has been solved for a three-module crawling robot, one of the end supports of which was fixed on the surface, and the other was affected by the harmonic external force changing according to the meander law. For this purpose, a module control system based on the CTC controller has been proposed. Numerical simulation has been used to study the quantitative and qualitative characteristics of robot module vibrations depending on the ratio of the amplitudes of the vertical and horizontal components of the force and the phase mismatch between them. It is found that when the external force vertical and horizontal amplitudes are equal, the module angles fluctuate relative to the set values, and when there is a certain ratio between the amplitudes, a static error appears which increases as the specified ratio moves away from 1.

* Исследование выполнено при поддержке гранта Президента (проект МК-200.2019.1).

Keywords: multi-module crawling robot, position holding, external force, meander law, CTC-controller, external force amplitude

Многомодульные ползающие роботы (ПР) представляют собой широкий класс устройств, применяемых в различных областях промышленности. Их используют для проведения поисковых и разведывательных работ после природных и техногенных катастроф (при движении как внутри разрушенных помещений, так и по неровной и пересеченной местности) [1, 2], для инспекционных работ на трубопроводах и других узких протяженных пространствах [3], для обследования водных объектов [4] и т. д.

Это приводит к многообразию задач, которые необходимо решать при их проектировании. Среди них можно отметить разработку стратегий: передвижения ПР по ровным участкам поверхности [5], в сыпучих средах [6, 7], внутри труб [8] и по их внешней поверхности [9, 10]; преодоления лестничных пролетов [11, 12]; обхода расположенных на пути следования препятствий [13, 14] и т. д. Помимо этого требуются решения задачи разработки алгоритмов и систем управления модулями ПР.

Цель работы — решить задачу удержания трехмодульного ПР в заданном положении при действии на него гармонической вынуждающей силы.

Описание объекта исследования. Рассмотрим трехмодульный ПР, сочетающий в себе три принципа перемещения: змее-, черве- и гусеницеподобные (рис. 1, а).

Трехмодульный ПР имеет следующую конструкцию [15, 16]. Первый 1, второй 2 и третий 3 модули образуют цепочку, каждая их пара соединена друг с другом с помощью двух активных шарниров 4 и 5. Шарниры 4, генерирующие моменты T_{12}, T_{23} , обеспечивают повороты модулей в плоскости движения (совпадающей с плоскостью Oxy абсолютной системы координат) на углы φ_i (змееподобный принцип), а шарниры 5 — в вертикальных плоскостях на углы θ_i посредством моментов M_{12}, M_{23} (гусеницеподобный принцип).

Каждый модуль O_iO_{i+1} является телескопическим и образован двумя звеньями $i1$ и $i2$ длинами l_{i1} и l_{i2} , массами m_{i1} и m_{i2} , соединенными между собой поступательными приводами 6, создающими силы F_i (червеподобный принцип) (рис. 1, б). Длина модуля изменяется в диапазоне $l_i \in [l_{i\min}, l_{i\max}]$, где $l_{i\min}$ и $l_{i\max}$ — ее

минимальное и максимальное значения, $l_{i\min} = \max[l_{i1}, l_{i2}]$, $l_{i\max} = l_{i1} + l_{i2}$. Будем считать, что массы звеньев равномерно распределены по их длинам, тогда центры масс (ЦМ) звеньев, являющиеся центрами симметрии, расположены в точках C_{i1} и C_{i2} : $\rho_{O_iC_{i1}} = l_{i1}/2$, $\rho_{C_{i2}O_{i+1}} = l_{i2}/2$. В них приложены силы тяжести $m_{i1}g$ и $m_{i2}g$, где g — вектор ускорения свободного падения.

Положение ПР в абсолютной системе координат описывается двумя наборами углов поворота в горизонтальной $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и вертикальных $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ плоскостях, а также длинами первого–третьего модулей l_1, l_2, l_3 :

$$q = (x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3, l_1, l_2, l_3)^T,$$

где $x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}$ — координаты точки O_1 , определяемой координатами ее радиуса-вектора $r_{O_1} = (x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1})^T$.

Взаимодействие ПР с плоскостью Oxy происходит в четырех опорах, совпадающих с точками O_1 – O_4 и являющихся активно управляемыми с точки зрения коэффициента трения [15]. Опоры имеют по две опорные площадки с разными коэффициентами трения: минимальным f_{\min} и максимальным f_{\max} . Будем считать, что в первом случае опора скользит по поверх-

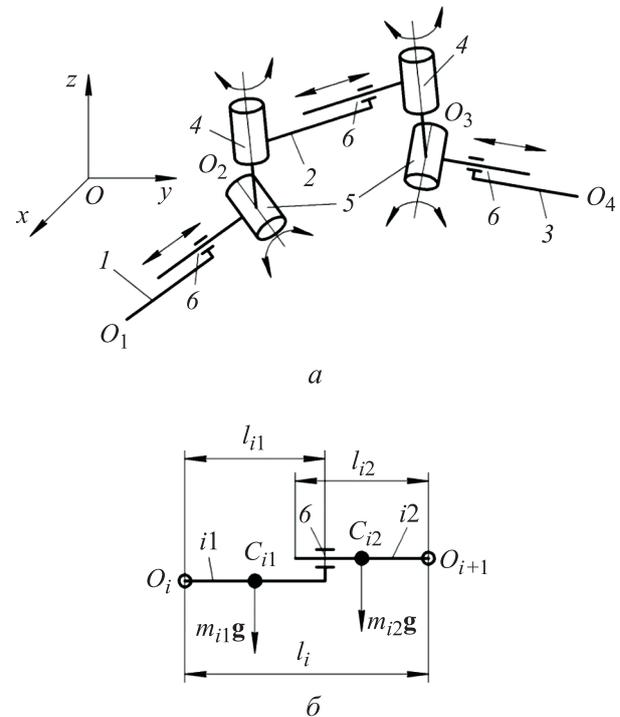


Рис. 1. Конструктивные схемы трехмодульного ПР (а) и его i -го модуля (б)

ности, а во втором — зафиксирована на последней. В качестве модели трения использована модель сухого симметричного трения.

Постановка задачи исследования. Рассмотрим частный случай движения исследуемого робота — его удержание в заданном положении на плоскости Oxy . На движения модулей ПР накладываются связи $\theta_i = \text{const}$ и $l_i = \text{const}$. Это приводит к тому, что модули перестают быть телескопическими, и при справедливости условий $l_{i1} = l_{i2}$ и $m_{i1} = m_{i2}$ их можно моделировать стержнями с равномерно распределенными по ним массами, ЦМ которых являются центрами их симметрии.

Введем еще одно ограничение: опора O_1 зафиксирована на поверхности, все остальные опоры подвижны:

$$(f_{O_1} = f_{\max}) \Rightarrow (r_{O_1} = \text{const}),$$

$$(f_{O_2-O_4} = f_{\min}) \Rightarrow (r_{O_2-O_4} \neq \text{const}),$$

где f_{O_1} и $f_{O_2-O_4}$ — коэффициенты трения опор O_1 и O_2-O_4 ; $r_{O_2-O_4}$ — радиусы-векторы опор O_2-O_4 .

Тогда вектор фактических обобщенных координат можно представить следующим образом:

$$\mathbf{q} = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)^T.$$

В качестве управляющих воздействий выступают моменты T_{12}, T_{23} .

С учетом введенных допущений радиус-вектор ЦМ i -го модуля определяется как

$$\mathbf{r}_{Ci} = \begin{pmatrix} r_{Ci1} \\ r_{Ci2} \end{pmatrix},$$

где

$$r_{Ci1} = x_{O1} + \sum_{k=1}^{i-1} l_{i-k} \cos \varphi_{i-k} + l_i \cos \varphi_i / 2;$$

$$r_{Ci2} = y_{O1} + \sum_{k=1}^{i-1} l_{i-k} \sin \varphi_{i-k} + l_i \sin \varphi_i / 2.$$

Тогда координаты ЦМ робота можно записать как

$$x_C = \sum_{i=1}^3 m_i x_{Ci} / \sum_{i=1}^3 m_i; \quad y_C = \sum_{i=1}^3 m_i y_{Ci} / \sum_{i=1}^3 m_i,$$

где m_i — масса i -го модуля; x_{Ci}, y_{Ci} — координаты ЦМ i -го модуля.

Задача удержания ПР решается при воздействии на опору O_4 вынуждающей силы \mathbf{F} , изменяющейся по закону меандра:

$$\mathbf{F} = [F_x, F_y]^T = \begin{bmatrix} \frac{a_x \sin(\omega t + \alpha_x)}{|\sin(\omega t + \alpha_x)|}, \frac{a_y \sin(\omega t + \alpha_y)}{|\sin(\omega t + \alpha_y)|} \end{bmatrix}^T,$$

где F_x и F_y — горизонтальная и вертикальная составляющие силы \mathbf{F} ; a_x, a_y и α_x, α_y — амплитуды и начальные фазы горизонтальной и вертикальной составляющих вынуждающей силы соответственно; ω — круговая частота.

Система управления. Рассмотрим управление движением ПР, используя линейный закон обратной связи

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{HK}_p(\mathbf{q}^* - \mathbf{q}) + \mathbf{HK}_d(\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\mathbf{q}}), \quad (1)$$

где \mathbf{u} — матрица движения ПР; \mathbf{H} — матрица инерции системы, записанная в обобщенных координатах; \mathbf{q}^* — вектор заданных обобщенных координат; $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d$ — матрицы усиления регулятора.

Пусть динамика системы записана в виде

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c} = \mathbf{u}, \quad (2)$$

где \mathbf{c} — вектор обобщенных сил инерции, гравитационных и диссипативных сил.

Подставляя выражение (1) в формулу (2) и учитывая, что матрица инерции системы невырожденная, получаем

$$\mathbf{H}^{-1}\mathbf{c} = (\ddot{\mathbf{q}}^* - \ddot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}_p(\mathbf{q}^* - \mathbf{q}) + \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\mathbf{q}}). \quad (3)$$

Уравнение (3) показывает, что при выборе диагональных матриц усиления динамика ошибки управления будет устойчивой. При этом сходимость обеспечится лишь к некоторому состоянию, оставляя возможности для наличия установившейся ошибки. Формально этого можно избежать, добавив элементы обратной динамики в закон управления, компенсирующие член $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{c}$ в уравнении (3), получая так называемое СТС-управление (Computed Torque Control) с использованием СТС-регулятора.

На практике немоделируемая динамика и внешние возмущения не позволяют компенсировать установившуюся ошибку таким простым средством, требуя, например, введение обозревателя.

Заметим, что в общем случае динамика робота может принимать вид

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c} = \mathbf{T}\mathbf{u},$$

где \mathbf{T} — матрица управления.

Но если матрица управления невырожденная, то все приведенные рассуждения сохраняются с минимальными модификациями. Если же она вырождена, то полученный ПР относится к системам с дефицитом управляющих воздействий или к системам с избытком управляющих воздействий, для которых требуется использовать специальные методы. При выбранной в работе задаче движения робота его динамику можно моделировать как динамику системы с обратимой матрицей управления.

Отдельный интерес представляет применение в качестве управляющего воздействия более простого закона

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_p(\mathbf{q}^* - \mathbf{q}) + \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\mathbf{q}}), \quad (4)$$

где нет возможности привести показанные ранее рассуждения, доказывающие устойчивость системы, но можно получить качественно сходные картины движения ПР с меньшими вычислительными затратами и требованиями к программному обеспечению. Далее рассмотрим поведение системы с законом управления (4) при влиянии внешних возмущающих воздействий.

Исследование работы системы управления модулями. Проведем сравнительный анализ характеристик колебаний модулей ПР в случае его удержания в заданном положении при круговой частоте $\omega = 10$ и различных значениях отношения вертикальной составляющей амплитуды вынуждающей силы к горизонтальной (далее отношение амплитуд) $p = a_y/a_x$ и рассогласования между ними по фазе (далее фазовое рассогласование амплитуд) $\Delta\alpha = \alpha_y - \alpha_x$: $\Delta\alpha = 0^\circ$ ($\alpha_x = \alpha_y = 0^\circ$) и $\Delta\alpha = 90^\circ$ ($\alpha_x = 0^\circ$, $\alpha_y = 90^\circ$). Все численные значения за исключением углов поворота указаны в безразмерных единицах.

Рассмотрим два эксперимента. Первый проведем при равенстве горизонтальной и вертикальной составляющих амплитуды внешней силы: $a_x = a_y \in [10, 100]$. Второй эксперимент заключается в исследовании задачи удержания ПР в заданном положении с варьированием отношения амплитуд:

- при $a_y = 10$ и $a_x \in (10, 100]$

$$p \in [0, 1; 1);$$

- при $a_x = a_y = 10$

$$p = 1;$$

- при $a_x = 10$ $a_y \in (10, 100]$

$$p \in (1, 10].$$

Параметры робота: масса i -го модуля $m_i = 1$; длина i -го модуля $l_i = 1$; заданные углы поворота первого, второго и третьего модулей в горизонтальной плоскости: $\varphi_1^* = 45^\circ$, $\varphi_2^* = 210^\circ$, $\varphi_3^* = 54^\circ$ соответственно. Будем оценивать количественные и качественные характеристики колебаний модулей ПР в установившемся режиме на примере одного периода.

Для этого рассмотрим временные зависимости отклонений фактических углов поворота φ_i модулей от заданных φ_i^* :

$$\Delta\varphi_i = \varphi_i - \varphi_i^*,$$

на которых определим максимальные $\Delta\varphi_{i\max}$ и минимальные $\Delta\varphi_{i\min}$ значения отклонений:

$$\Delta\varphi_{i\max} = \max(\varphi_i - \varphi_i^*); \quad \Delta\varphi_{i\min} = \min(\varphi_i - \varphi_i^*).$$

Помимо этого проанализируем зависимости угловых скоростей модулей $\dot{\varphi}_i$ от времени t , где также установим максимальные $\dot{\varphi}_{i\max} = \max(\dot{\varphi}_i)$ и минимальные значения $\dot{\varphi}_{i\min} = \min(\dot{\varphi}_i)$.

Первый эксперимент. Удержание ПР в заданном положении при отношении амплитуд $p = 1$. Рассмотрим удержание ПР при равенстве вертикальной и горизонтальной составляющих амплитуды вынуждающей силы ($a_x = a_y = a = 10$, $p = 1$) и фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ и $\Delta\alpha = 90^\circ$. Зависимости отклонений углов поворота от заданных значений (далее отклонения углов поворота) $\Delta\varphi_i$ модулей ПР от времени t , приведенные на рис. 2, позволяют проанализировать качественный характер колебаний модулей.

При фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ (см. рис. 2, а) все модули совершают колебания относительно заданного положения ($\Delta\varphi_{i\max} = -\Delta\varphi_{i\min}$) синфазно, максимальные $\Delta\varphi_{i\max}$ и минимальные $\Delta\varphi_{i\min}$ отклонения углов поворота всех модулей возникают в одни и те же моменты времени.

Причем в положительной и отрицательной областях отклонений углов поворота наблюдается по одному скачку, после которых значения плавно приближаются к нулю, но не достигают его, так как происходят следующие скачки со сменой знака. Достижение отклонениями углов поворота пиковых и нулевых значений для всех модулей происходит в одни и те же моменты времени.

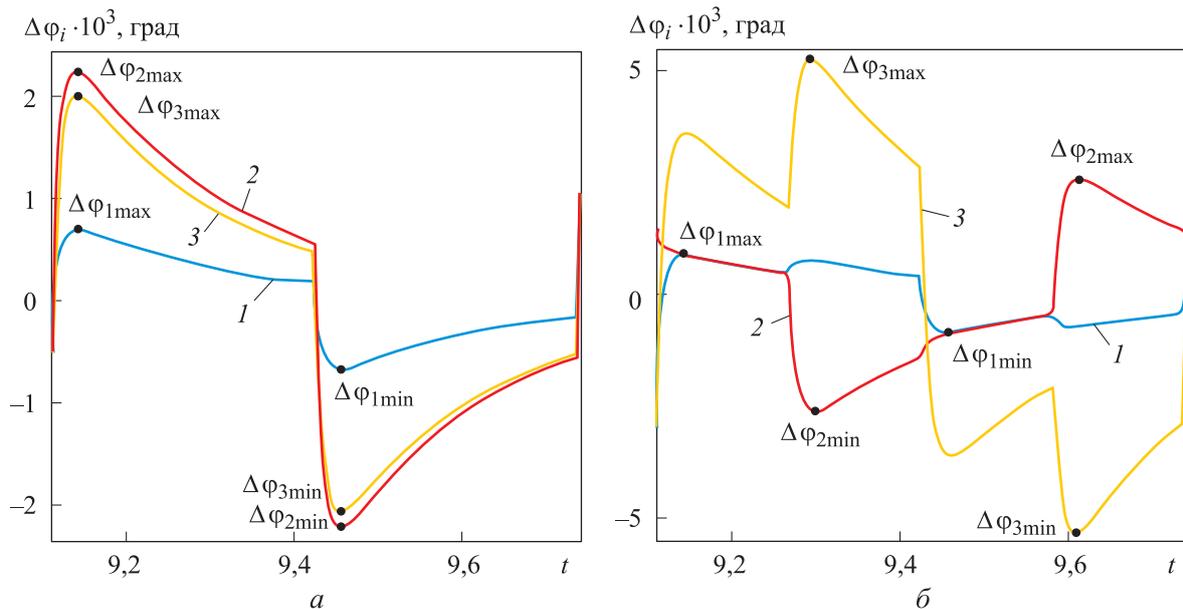


Рис. 2. Зависимости отклонений углов поворота $\Delta\varphi_i$ первого (1) второго (2) и третьего (3) модулей ПР от времени t при фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ (а) и $\Delta\alpha = 90^\circ$ (б)

При фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 90^\circ$ (см. рис. 2, б) графики первого и третьего модулей ПР в отрицательной и положительной областях имеют по два пика, после каждого из которых графики плавно стремятся к нулю. Причем у первого модуля максимальные $\Delta\varphi_{1\max}$ и минимальные $\Delta\varphi_{1\min}$ значения отклонений углов поворота наблюдаются во время первого пика, а у третьего модуля — во время второго.

Зависимость отклонений угла поворота второго модуля от времени (кривая 2) отличается тем, что вместо второго пика в каждой из областей

(положительной и отрицательной) имеет место небольшой излом, после которого продолжается стремление графика к нулю. Также из рис. 2, б следует, что максимальные и минимальные значения второго $\Delta\varphi_{2\max}$, $\Delta\varphi_{2\min}$ и третьего $\Delta\varphi_{3\max}$, $\Delta\varphi_{3\min}$ модулей соответствуют одним и тем же моментам времени. Колебания всех модулей происходят относительно заданного положения ($\Delta\varphi_{i\max} = -\Delta\varphi_{i\min}$).

Сравнение количественных характеристик колебаний модулей, приведенных на рис. 2, а и б, показывает, что при фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ с наибольшим размахом

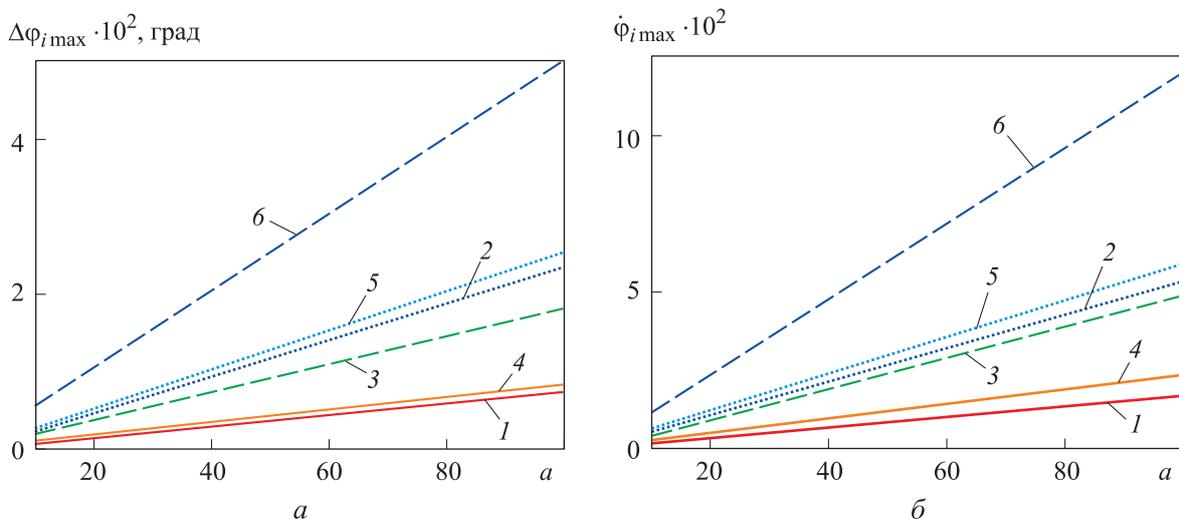


Рис. 3. Зависимости максимальных отклонений углов поворота $\Delta\varphi_{i\max}$ (а) и максимальных угловых скоростей $\dot{\varphi}_{i\max}$ (б) первого (1, 4), второго (2, 5) и третьего (3, 6) модулей от амплитуды вынуждающей силы a при фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ (1–3) и $\Delta\alpha = 90^\circ$ (4–6)

происходят колебания второго модуля, а при $\Delta\alpha = 90^\circ$ — третьего. С наименьшим размахом в обоих случаях колеблется первый модуль, одна из опор которого зафиксирована на поверхности.

В моменты времени смены знака $\Delta\varphi_i$ независимо от значения фазового рассогласования амплитуд угловые скорости модулей имеют пиковые значения (как максимальные, так и минимальные, причем $\dot{\varphi}_{i\max} = \dot{\varphi}_{i\min}$). Количественные закономерности изменения максимальных отклонений углов поворота $\Delta\varphi_{i\max}$ и угловых скоростей $\dot{\varphi}_{i\max}$ модулей ПР в зависимости от амплитуды вынуждающей силы a приведены на рис. 3, *a* и *б* соответственно. Здесь видно, что параметры $\Delta\varphi_{i\max}$ и $\dot{\varphi}_{i\max}$ возрастают по мере увеличения амплитуды a .

Причем графики максимальных отклонений углов поворота первого модуля ПР при двух значениях $\Delta\alpha$ практически накладываются друг на друга, что свидетельствует о крайне незначительном влиянии фазового рассогласования амплитуд на колебания первого модуля. Самое большое количественное расхождение между графиками $\Delta\varphi_{i\max}(a)$ наблюдается для третьего модуля, наиболее удаленного от зафиксированной опоры. Характер изменения зависимости $\dot{\varphi}_{i\max}(a)$ аналогичен таковому для $\Delta\varphi_{i\max}(a)$.

Второй эксперимент. Отношение амплитуд $p \neq 1$. Рассмотрим результаты второго эксперимента, при котором отношение амплитуд $p \neq 1$. Зависимости отклонений углов поворота модулей от времени при фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ и $\Delta\alpha = 90^\circ$ для различных значений вертикальной a_y и горизонтальной a_x составляющих амплитуды вынуждающей силы приведены на рис. 4. На рис. 4, *a*, *б*, *в*, *г* данные соответствуют диапазону $p \in [0,01; 0,5] < 1$, а на рис. 4, *д*, *е*, *ж*, *з* — диапазону $p \in [2, 10] > 1$. Черными точками обозначены максимальные и минимальные значения отклонений углов поворота.

Сначала проведем качественный анализ характеристик колебаний. Характер зависимостей $\Delta\varphi_i(t)$ при $p < 1$ и $\Delta\alpha = 0^\circ$ (см. рис. 4, *a*, *б*) аналогичен представленным на рис. 2, *a* (при $p = 1$ и $\Delta\alpha = 0^\circ$), за исключением того, что наибольший размах колебаний наблюдается у третьего модуля, а не у второго. Причем по мере увеличения отношения амплитуд p у первого и третьего модулей размах колебаний убывает, а у второго модуля остается практически неизменным.

Более наглядно это видно на графиках количественных характеристик, приведенных на рис. 5, *a* и *б*. Самым существенным отличием этих зависимостей от полученных в первом эксперименте, является то, что колебания модулей происходят не относительно заданных углов поворота, а относительно положений равновесия, представляющих собой средние значения фактических углов поворота модулей:

$$\varphi_{isr} = \varphi_i^* + \Delta\varphi_{isr},$$

где $\Delta\varphi_{isr}$ — средние значения отклонений фактических углов поворота i -го модуля от заданных значений, $\Delta\varphi_{isr} = (\Delta\varphi_{i\max} + \Delta\varphi_{i\min})/2$.

Положения равновесия смещены относительно заданных углов модулей, т. е. имеют место статические ошибки

$$\varepsilon_i = (\Delta\varphi_{isr} / \varphi_i^*) \cdot 100 \text{ \%}.$$

При отношении амплитуд $p < 1$ положения равновесия модулей смещены в отрицательном направлении относительно заданных углов поворота (рис. 5, *в*) и по мере приближения параметра p к единице значения ε_i плавно возрастают, достигая нуля при $p = 1$.

При отношении амплитуд $p > 1$ (см. рис. 4, *д*, *е*) характер кривых $\Delta\varphi_i(t)$ становится другим. В случае малых значений вертикальной составляющей амплитуды a_y третий модуль совершает колебания в противофазе к таковым для первого и второго модулей, т. е. отклонение угла поворота третьего модуля достигает максимального/минимального значения в тот же момент времени, при котором на графиках первого и второго модулей наблюдаются его минимальные/максимальные значения.

При повышении амплитуды a_y второй модуль начинает совершать колебания в противофазе к таковым первого и третьего модулей. По мере роста отношения амплитуд p размах колебаний увеличивается, значения $\Delta\varphi_{i\max}$ возрастают, а $\Delta\varphi_{i\min}$ убывают (см. рис. 5, *a* и *б*). При этом статическая ошибка положительная и плавно растет в зависимости от отношения амплитуд p (см. рис. 5, *в*).

Характер изменения максимальных значений угловых скоростей модулей в зависимости от параметра p , показанный на рис. 5, *г*, аналогичен таковому для зависимостей $\Delta\varphi_{i\max}(p)$.

Рассмотрим качественные характеристики зависимостей отклонений углов поворота модулей от времени при фазовом рассогласовании

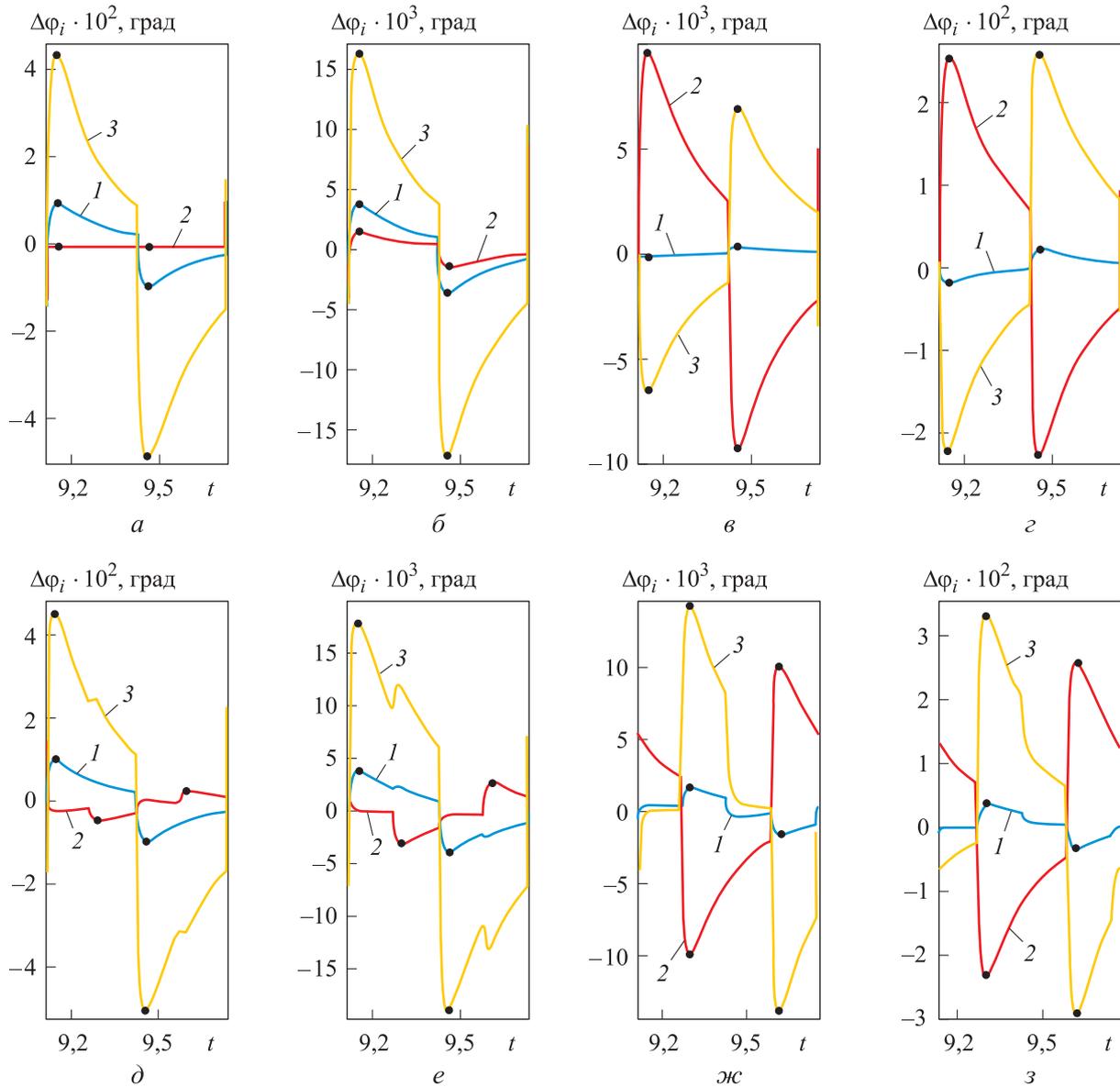


Рис. 4. Зависимости отклонений углов поворота $\Delta\varphi_i$ первого (1), второго (2) и третьего (3) модулей от времени t при $\Delta\alpha = 0^\circ$ (а-д) и $\Delta\alpha = 90^\circ$ (д-з) для различных значений вертикальной и горизонтальной составляющих амплитуды вынуждающей силы:
 а, д — $a_x = 100$, $a_y = 10$; б, е — $a_x = 40$, $a_y = 10$; в, ж — $a_x = 10$, $a_y = 40$; з, з — $a_x = 10$, $a_y = 100$

амплитуд $\Delta\alpha = 90^\circ$ (см. рис. 4, д-з). При $p < 1$ эти зависимости (см. рис. 4, д, е) имеют в положительной и отрицательной областях по два пика, соединенных между собой наклонными участками. Причем по мере увеличения отношения амплитуд p вторые пики на графиках первого и третьего модулей приобретают более выраженный характер, а на графиках второго модуля второй пик в каждой области становится единственным.

Достижение максимальных и минимальных значений отклонений углов для первого и третьего модулей происходит в одни и те же мо-

менты времени. Характер изменения зависимостей $\Delta\varphi_{i\max}(p)$ и $\Delta\varphi_{i\min}(p)$ у второго и третьего модулей аналогичен таковым для $\Delta\alpha = 0^\circ$, а у первого модуля указанные кривые совпадают при двух значениях фазового рассогласования амплитуд $\Delta\alpha$ (см. рис. 5, а, б).

При отношении амплитуд $p > 1$ (см. рис. 4, ж, з) максимумы/минимумы на графиках первого и третьего модулей, а также минимумы/максимумы на графиках второго модуля достигаются в одни и те же моменты времени. Число пиков в положительной и отрицательной областях у всех модулей сокращается до одного.

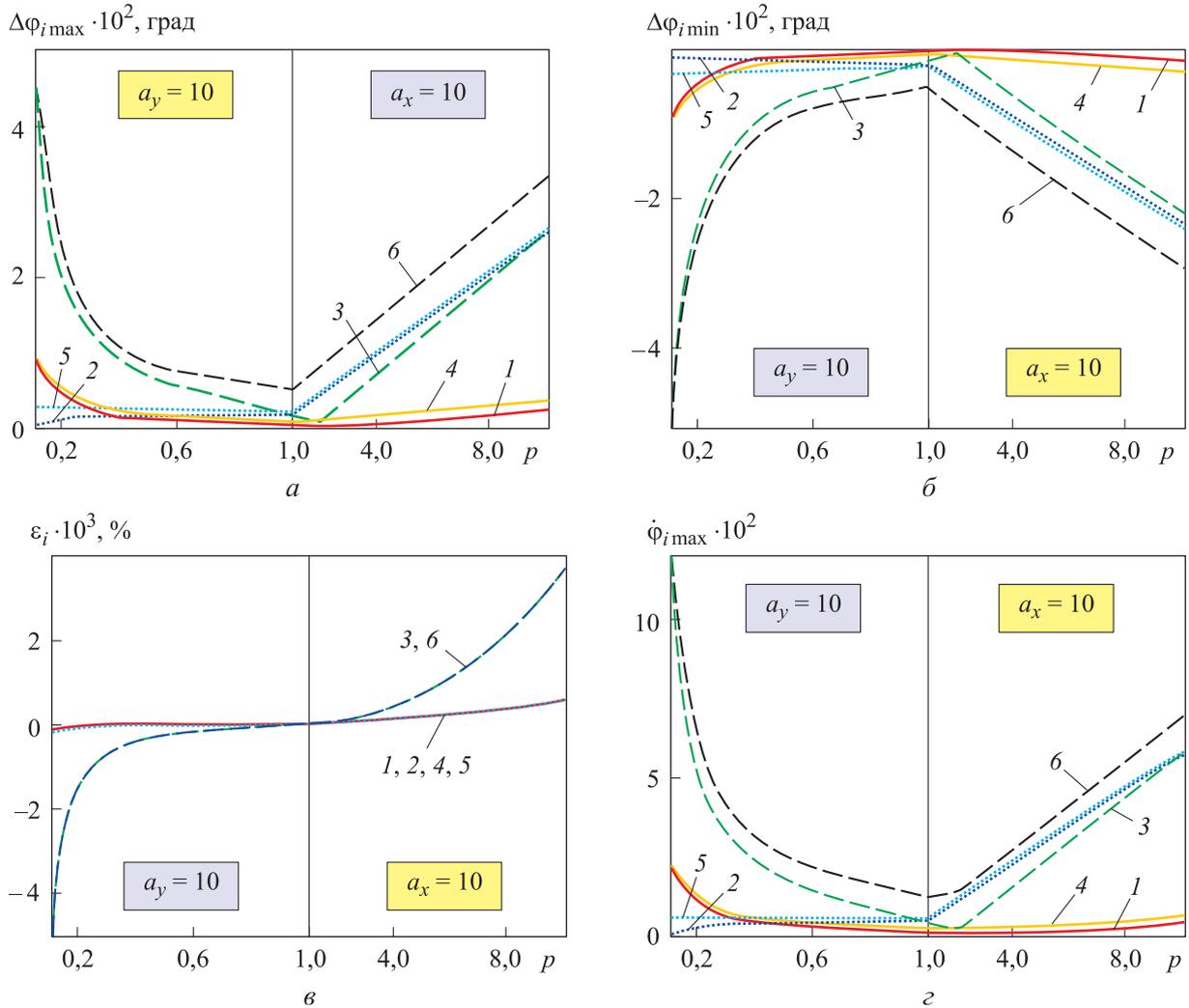


Рис. 5. Зависимости параметров первого (1, 4), второго (2, 5) и третьего (3, 6) модулей от отношения амплитуд p при их фазовом рассогласовании $\Delta\alpha = 0^\circ$ (1–3) и $\Delta\alpha = 90^\circ$ (4–6): а и б — максимальных $\Delta\phi_{i\max}$ и минимальных $\Delta\phi_{i\min}$ отклонений угла поворота; в — статических ошибок ε_i ; г — максимальных угловых скоростей $\dot{\phi}_{i\max}$

С точки зрения количественных характеристик колебаний можно отметить, что зависимости статических ошибок $\varepsilon_i(p)$ при двух значениях фазового рассогласования амплитуд $\Delta\alpha$ полностью совпадают для одних и тех же модулей (см. рис. 5, в), причем для первого и второго модулей кривые накладываются друг на друга.

Зависимости $\dot{\phi}_{i\max}(p)$ аналогичны таковым для $\Delta\alpha = 0^\circ$ (см. рис. 5, г), причем при отношении амплитуд $p < 1$ кривые первого модуля для двух значений $\Delta\alpha$ и кривые второго модуля при $p > 1$ накладываются друг на друга.

С точки зрения оценки качества работы системы управления модулями ПР следует отметить следующее. Система управления является робастной в широком диапазоне варьирования

вертикальной и горизонтальной составляющих амплитуды вынуждающей силы, их отношения и фазового рассогласования. При равенстве амплитуд ($a_x = a_y$) статическая ошибка равна нулю, а при $p \neq 1$ составляет тысячные доли процента. Максимальные отклонения углов поворота модулей ПР не превышают сотых долей градуса, что свидетельствует об адекватности работы предложенной системы управления.

Определение положений ЦМ модулей. Еще одной характеристикой работы системы управления является определение фактических положений ЦМ модулей $y_{Ci}(x_{Ci})$ относительно заданных $y_{Ci}^*(x_{Ci}^*)$, что наглядно показано на рис. 6. Требуемые положения ЦМ обозначены коричневыми квадратами. Для их вычисления

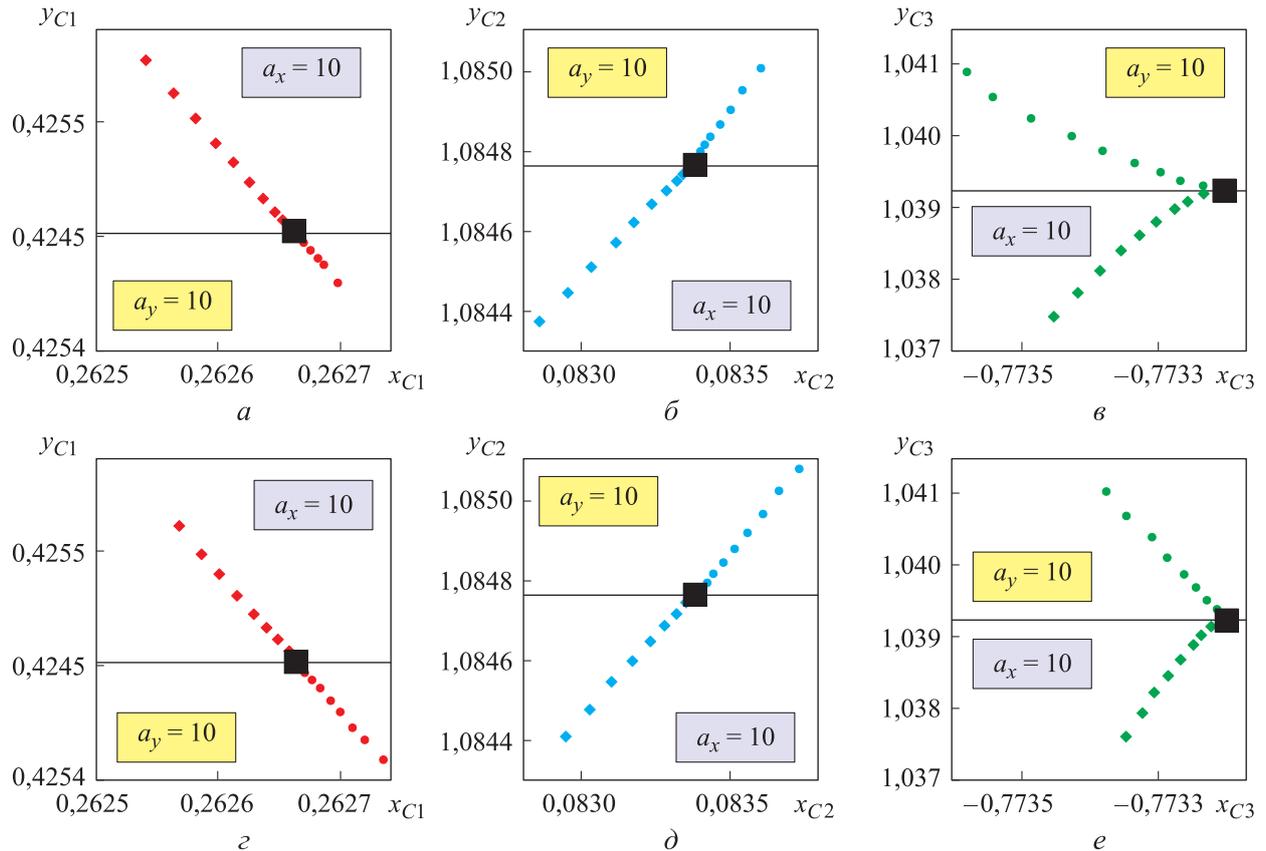


Рис. 6. Зависимости ординаты от абсциссы ЦМ первого $y_{C1}(x_{C1})$, второго $y_{C2}(x_{C2})$, третьего $y_{C3}(x_{C3})$ модулей ПР при фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ (а-в) и $\Delta\alpha = 90^\circ$ (г-е)

использованы значения заданных углов поворота модулей φ_i^* . Фактические положения ЦМ модулей определяли с помощью средних значений фактических углов поворота модулей φ_{isr} .

Как видно из рис. 6, требуемое значение $y_{Ci}^*(x_{Ci}^*)$ разделяет области фактических значений $y_{Ci}(x_{Ci})$ при различных значениях отно-

шения амплитуд p : при $a_x = 10$ область соответствует $p > 1$, а при $a_y = 10$ — $p < 1$. Характер изменения фактических положений ЦМ первого и второго модулей не зависит от значения фазового рассогласования амплитуд $\Delta\alpha$: для первого модуля это наклонная убывающая прямая, для второго — это два участка возрастающих наклонных прямых, угол наклона прямой при $p < 1$ больше, чем при $p > 1$.

Для третьего модуля зависимость $y_{C3}(x_{C3})$ при $p > 1$ независимо от $\Delta\alpha$ представляет собой возрастающую кривую с направленной вверх выпуклостью. Та же зависимость при $p < 1$ для $\Delta\alpha = 0^\circ$ является убывающей кривой с направленной вниз выпуклостью, а для $\Delta\alpha = 90^\circ$ — убывающей наклонной прямой.

При этом отклонения фактических положений ЦМ модулей от заданных имеют порядок 10^{-4} и практически не оказывают влияния на смещение ЦМ всего устройства, что наглядно отражено на рис. 7, где приведены зависимости отклонений фактических координат ЦМ робота от требуемых x_C^*, y_C^* :

$$\Delta x_C = x_C^* - x_C; \quad \Delta y_C = y_C^* - y_C.$$

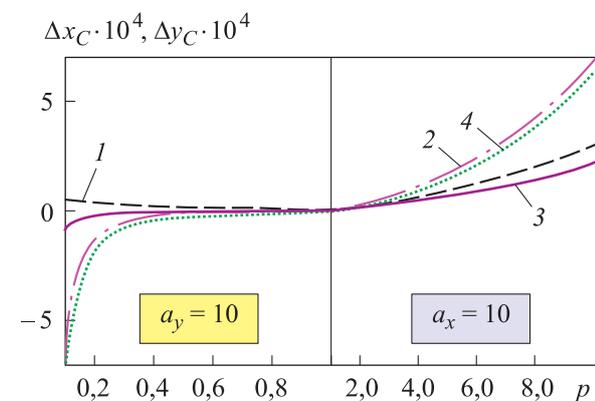


Рис. 7. Зависимость отклонений положения ЦМ робота в горизонтальной Δx_C (1, 3) и вертикальной Δy_C (2, 4) плоскостях от отношения амплитуд p при их фазовом рассогласовании $\Delta\alpha = 0^\circ$ (1, 2) и $\Delta\alpha = 90^\circ$ (3, 4)

Зависимость $\Delta x_C(p)$ при фазовом рассогласовании амплитуд $\Delta\alpha = 0^\circ$ независимо от их отношения p лежит в положительной области значений (кривая 1), а при $\Delta\alpha = 90^\circ$ (кривая 3) — как в отрицательной области при $p < 1$, так и в положительной при $p > 1$. Зависимости $\Delta u_C(p)$ при двух значениях $\Delta\alpha$ (кривые 2 и 4) практически накладываются друг на друга, а их характер изменения соответствует кривой $\Delta x_C(p)$ при $\Delta\alpha = 90^\circ$.

Причем отклонения Δu_C численно больше отклонений Δx_C . Для зависимостей $\Delta x_C(p)$ и $\Delta u_C(p)$ справедливо следующее: по мере удаления значения p от единицы модули этих отклонений вдоль обеих осей криволинейно возрастают. Полученные результаты являются еще одним подтверждением адекватности работы предложенной системы управления и свидетельствуют о возможности ее использования при решении задач удержания положения ПР.

Выводы

1. Рассмотрено решение задачи удержания трехмодульного ПР в заданном положении

при воздействии на него внешней возмущающей силы, изменяющейся по закону меандра. В основу разработанной системы управления положено использование СТС-регулятора.

2. Проведено численное моделирование, в результате которого проанализирован характер колебаний углов поворота модулей ПР относительно заданных значений.

3. Определены зависимости максимальных и минимальных отклонений фактических углов модулей от отношения амплитуд при двух значениях их фазового рассогласования. Установлено, что модули ПР совершают колебания относительно заданных значений углов при $p = 1$ и относительно положений равновесия, смещенных от заданных значений, при $p \neq 1$. Статистическая ошибка имеет порядок $10^{-3}\%$. Наибольшие значения отклонений фактических углов модулей от заданных не превышают $0,05^\circ$.

4. Полученные данные свидетельствуют о робастности разработанной системы управления и возможности ее дальнейшего применения при проектировании ПР.

Литература

- [1] Yamada H., Takaoka S., Hirose S. A snake-like robot for real-world inspection applications (the design and control of a practical active cord mechanism). *Advanced Robotics*, 2013, vol. 27(1), pp. 47–60, doi: 10.1080/01691864.2013.752318
- [2] Paap K.L., Christaller T., Kirchner F. A robot snake to inspect broken buildings. *IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, Japan, 2000, pp. 2079–2082, doi: 10.1109/IROS.2000.895277
- [3] Fjerdingen S.A., Liljebäck P., Transeth A.A. A snake-like robot for internal inspection of complex pipe structures (PIKo). *IEEE/RSJ Intern. Conf. Intelligent Robots and Systems*, October 11–15, 2009, St. Louis, USA, 2009, pp. 5665–5671, doi: 10.1109/IROS.2009.5354751
- [4] Zuo Z., Wang Z., Li B., Ma S. Serpentine locomotion of a snake-like robot in water environment. *IEEE Intern. Conf. on Robotics and Biomimetics*, 2008, Bangkok, Thailand, March, 2009, pp. 25–30, doi: 10.1109/ROBIO.2009.4912974
- [5] Chernousko F.L. Dynamics and optimization of multibody systems in the presence of dry friction. *Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics*, 2014, vol. 87, pp. 71–100.
- [6] Dai J., Faraji H., Gong C., Hatton R.L., Goldman D.I., Choset H. Geometric Swimming on a Granular Surface. *Robotics: Science and Systems*, 2016, pp. 1–7, doi: 10.15607/RSS.2016.XII.012
- [7] Gravish N., Lauder G.V. Robotics-inspired biology. *Journal of Experimental Biology*, 2018, vol. 221(7), p. 138438, doi: 10.1242/jeb.138438
- [8] Huang C.W., Huang C.H., Hung Y.H., Chang C.Y. Sensing pipes of a nuclear power mechanism using low-cost snake robot. *Advances in Mechanical Engineering*, 2018, vol. 10(6), doi: 10.1177/1687814018781286
- [9] Takemori T., Tanaka M., Matsuno F. Gait Design for a Snake Robot by Connecting Curve Segments and Experimental Demonstration. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, vol. 34(5), pp. 1384–1391, doi: 10.1109/TRO.2018.2830346

- [10] Zhen W., Gong C., Choset H. Modeling rolling gaits of a snake robot. *IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Seattle, USA, 2015, pp. 3741–3746.
- [11] Tanaka M., Nakajima M., Suzuki Y., Tanaka K. Development and control of articulated mobile robot for climbing steep stairs. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, vol. 23(2), pp. 531–541, doi: 10.1109/TMECH.2018.2792013
- [12] Pfozter L., Klemm S., Rönnau A., Zöllner J.M., Dillmann R. Autonomous navigation for reconfigurable snake-like robots in challenging, unknown environments. *Robotics and Autonomous Systems*, 2017, vol. 89, pp. 123–135, doi: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2016.11.010>
- [13] Holden C., Staudahl O., Gravidahl J.T. Optimal dynamic force mapping for obstacle-aided locomotion in 2D snake robots. *IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Chicago, USA, 2014, pp. 321–328, doi: 10.1109/IROS.2014.6942579
- [14] Kamegawa T., Kuroki R., Travers M., Choset H. Proposal of EARLI for the snake robot's obstacle aided locomotion. *IEEE Intern. Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR)*, College Station, USA, 2012, pp. 1–6, doi: 10.1109/SSRR.2012.6523889
- [15] Ворочаева Л.Ю., Савин С.И., Яцун А.С. Исследование системы корректировки конфигурации трехзвенного ползающего робота Study of the work of the length correction system for a crawling robot changing its configuration. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2020, т. 21, № 4, с. 232–241, doi: 10.17587/mau.21.232-241
- [16] Ворочаева Л.Ю., Савин С.И. Исследование работы системы управления длинами звеньев ползающего робота Investigation of operation of links length control system of the crawling robot. *Сборник УБС*, 2020, вып. 85, с. 258–287, doi: <https://doi.org/10.25728/ubs.2020.85.11>

References

- [1] Yamada H., Takaoka S., Hirose S. A snake-like robot for real-world inspection applications (the design and control of a practical active cord mechanism). *Advanced Robotics*, 2013, vol. 27(1), pp. 47–60, doi: 10.1080/01691864.2013.752318
- [2] Паар К.Л., Christaller Т., Kirchner F. A robot snake to inspect broken buildings. *IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, Japan, 2000, pp. 2079–2082, doi: 10.1109/IROS.2000.895277
- [3] Fjerdingen S.A., Liljebäck P., Transeth A.A. A snake-like robot for internal inspection of complex pipe structures (PIKo). *IEEE/RSJ Intern. Conf. Intelligent Robots and Systems*, October 11–15, 2009, St. Louis, USA, 2009, pp. 5665–5671, doi: 10.1109/IROS.2009.5354751
- [4] Zuo Z., Wang Z., Li B., Ma S. Serpentine locomotion of a snake-like robot in water environment. *IEEE Intern. Conf. on Robotics and Biomimetics*, 2008, Bangkok, Thailand, March, 2009, pp. 25–30, doi: 10.1109/ROBIO.2009.4912974
- [5] Chernousko F.L. Dynamics and optimization of multibody systems in the presence of dry friction. *Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics*, 2014, vol. 87, pp. 71–100.
- [6] Dai J., Faraji H., Gong C., Hatton R.L., Goldman D.I., Choset H. Geometric Swimming on a Granular Surface. *Robotics: Science and Systems*, 2016, pp. 1–7, doi: 10.15607/RSS.2016.XII.012
- [7] Gravish N., Lauder G.V. Robotics-inspired biology. *Journal of Experimental Biology*, 2018, vol. 221(7), p. 138438, doi: 10.1242/jeb.138438
- [8] Huang C.W., Huang C.H., Hung Y.H., Chang C.Y. Sensing pipes of a nuclear power mechanism using low-cost snake robot. *Advances in Mechanical Engineering*, 2018, vol. 10(6), doi: 10.1177/1687814018781286
- [9] Takemori T., Tanaka M., Matsuno F. Gait Design for a Snake Robot by Connecting Curve Segments and Experimental Demonstration. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, vol. 34(5), pp. 1384–1391, doi: 10.1109/TRO.2018.2830346
- [10] Zhen W., Gong C., Choset H. Modeling rolling gaits of a snake robot. *IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Seattle, USA, 2015, pp. 3741–3746.
- [11] Tanaka M., Nakajima M., Suzuki Y., Tanaka K. Development and control of articulated mobile robot for climbing steep stairs. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, vol. 23(2), pp. 531–541, doi: 10.1109/TMECH.2018.2792013

- [12] Pfotzer L., Klemm S., Rönnau A., Zöllner J.M., Dillmann R. Autonomous navigation for reconfigurable snake-like robots in challenging, unknown environments. *Robotics and Autonomous Systems*, 2017, vol. 89, pp. 123–135, doi: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2016.11.010>
- [13] Holden C., Stavadahl O., Gravdahl J.T. Optimal dynamic force mapping for obstacle-aided locomotion in 2D snake robots. *IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Chicago, USA, 2014, pp. 321–328, doi: 10.1109/IROS.2014.6942579
- [14] Kamegawa T., Kuroki R., Travers M., Choset H. Proposal of EARLI for the snake robot's obstacle aided locomotion. *IEEE Intern. Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR)*, College Station, USA, 2012, pp. 1–6, doi: 10.1109/SSRR.2012.6523889
- [15] Vorochayeva L.Yu., Savin S.I., Yatsun A.S. Study of the work of the length correction system for a crawling robot changing its configuration. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye*, 2020, vol. 21, no. 4, pp. 232–241 (in Russ.), doi: 10.17587/mau.21.232-241
- [16] Vorochayeva L.Yu., Savin S.I. Investigation of operation of links length control system of the crawling robot. *Sbornik UBS*, 2020, iss. 85, pp. 258–287 (in Russ.), doi: <https://doi.org/10.25728/ubs.2020.85.11>

Статья поступила в редакцию 10.10.2020

Информация об авторах

ВОРОЧАЕВА Людмила Юрьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры механики, мехатроники и робототехники. Юго-Западный государственный университет (305040, Курск, Российская Федерация, ул. 50 лет Октября, д. 94, e-mail: mila180888@yandex.ru).

САВИН Сергей Игоревич — кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории мехатроники, управления и прототипирования. Университет Иннополис (420500, Иннополис, Татарстан, Российская Федерация, ул. Университетская, д. 1, e-mail: s.savin@innopolis.ru).

Information about the authors

VOROCHAEVA Lyudmila Yuryevna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Mechanics, Mechatronics and Robotics. Southwest State University (305040, Kursk, Russian Federation, 50 let Oktyabrya st., 94, e-mail: mila180888@yandex.ru).

SAVIN Sergei Igorevich — Candidate of Science (Eng.), Senior Researcher, Center for Technologies in Robotics and Mechatronics Components. Innopolis University (420500, Innopolis, Tatarstan, Russian Federation, Universitetskaya st., 1, e-mail: s.savin@innopolis.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ворочаева Л.Ю., Савин С.И. Исследование установившихся периодических движений модулей ползающего робота при наличии внешних возмущений. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 4, с. 18–29, doi: 10.18698/0536-1044-2021-4-18-29

Please cite this article in English as:

Vorochayeva L.Yu., Savin S.I. Study of Steady-State Periodic Motions of Crawling Robot Modules under External Disturbances. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 4, pp. 18–29, doi: 10.18698/0536-1044-2021-4-18-29