

УДК 621.833

doi: 10.18698/0536-1044-2021-4-48-54

Математическая модель динамико-кинематической погрешности волновой зубчатой передачи

И.Е. Люминарский, С.Е. Люминарский, В.В. Баласанян

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Mathematical Model of Dynamic-Kinematic Error of a Harmonic Drive

I.E. Lyuminarsky, S.E. Lyuminarsky, V.V. Balasanyan

Bauman Moscow State Technical University

Уменьшение кинематической погрешности при проектировании высокоточного привода с волновой зубчатой передачей (ВЗП) является актуальной задачей. В настоящее время проведено большое количество исследований по определению этого параметра, однако влияние частоты вращения генератора волн на кинематическую погрешность ВЗП рассмотрено недостаточно. Предложена математическая модель определения частотной характеристики динамико-кинематической погрешности ВЗП, учитывающая упругое взаимодействие ее элементов и погрешность установки кулачка. Приведены результаты расчетного определения частотной характеристики ВЗП с кулачковым генератором волн. Выявлено наличие нескольких резонансных частот, возникающих из-за периодического изменения взаимного расположения элементов ВЗП и вектора погрешности установки кулачка. Доказано, что две основные резонансные частоты вызваны вращением вектора погрешности установки кулачка относительно большой оси генератора волн и тел качения гибкого подшипника.

Ключевые слова: волновая зубчатая передача, кинематическая погрешность, гибкое колесо, жесткое колесо, частотная характеристика

Reducing the kinematic error when designing a high-precision drive with a harmonic gear train (HGT) is an urgent task. Currently, a large number of studies have been conducted to determine this parameter, but the effect of the wave generator rotation frequency on the kinematic error of the HGT has been considered insufficiently. A mathematical model is proposed for determining the frequency response of the HGT dynamic-kinematic error, taking into account the elastic interaction of its elements and the error of the cam mounting. The results of the calculated determination of the frequency response of a HGT with a cam wave generator are presented. The presence of several resonant frequencies that occur due to periodic changes in the relative position of the HGT elements and the vector of the cam mounting error is defined. It is proved that the two main resonant frequencies are caused by the rotation of the vector of the cam mounting error relative to the large axis of the wave generator and the balls of the flexible bearing.

Keywords: harmonic drive, kinematic error, flexible gear, rigid gear, frequency response

Волновые зубчатые передачи (ВЗП) широко применяют в робототехнике, системах управления и специальных высокоточных механиче-

ских приводах. Основными достоинствами ВЗП являются малые металлоемкость и мертвый ход, компактность, высокие нагрузочная спо-

способность и кинематическая точность. Высокую кинематическую точность обеспечивают многозонтность и многопарность зубчатого зацепления.

Исследованию кинематической погрешности ВЗП посвящены работы С.Н. Истомина, П.К. Попова, Ф.И. Фурсяка, Г.А. Тимофеева и др. [1–8]. Авторы отмечают, что эта погрешность обусловлена деформацией элементов ВЗП (собственной погрешностью) и погрешностью изготовления и установки зубчатых колес и генератора волн (ГВ).

Кинематическая погрешность ВЗП представляет собой отклонение положения выходного звена реальной передачи от такового идеальной передачи при медленном вращении ГВ. Она не учитывает динамические процессы, происходящие в ВЗП.

Экспериментальные и расчетные исследования [9, 10] показывают, что динамико-кинематическая погрешность ВЗП зависит от частоты вращения ГВ. Кроме того, погрешности изготовления и установки деталей вызывают погрешность углового положения выходного вала передачи.

Многие высокоточные приводы с волновыми зубчатыми механизмами (например, приводы поворотных устройств астрофизических механизмов) работают в широком диапазоне скоростей при небольших внешних воздействиях. Собственные частоты крутильных колебаний выходного вала ВЗП при наличии присоединенных масс находятся в пределах рабочих частот.

Совпадение собственных частот крутильных колебаний выходного вала с частотой кинематического возбуждения, вызванного погрешностями деталей, может привести к резонансному увеличению ошибок углового положения выходного звена. Поэтому только по динамико-кинематической погрешности можно судить о пригодности ВЗП для высокоточного привода.

Следовательно, получение частотной характеристики динамико-кинематической погрешности ВЗП является актуальной задачей при проектировании.

Постановка задачи. Математическая модель, позволяющая получать амплитудно-частотную характеристику динамико-кинематической погрешности ВЗП, рассмотрена в работах [9, 10]. Такая модель учитывает кинематические возбуждения, вызванные погрешностями деталей

передачи. Однако используемое в этих работах уравнение связи между радиальным перемещением кулачка и углом поворота выходного вала не учитывает упругие деформации элементов ВЗП. Такое упрощение приводит к значительной погрешности расчета.

Расчетные исследования показывают, что момент, действующий на жесткое колесо (ЖК) со стороны гибкого колеса (ГК), зависит от угла поворота вектора погрешности установки кулачка и взаимного расположения элементов ВЗП. Для определения этого момента необходимо учитывать упругие деформации элементов передачи.

Цель работы — разработка уточненной математической модели ВЗП, позволяющей расчетным путем получать динамико-кинематическую погрешность, вызванную неточностью установки кулачка, а также определение резонансных частот вращения ВЗП с кулачковым ГВ.

Математическая модель. Объект исследования — ВЗП с кулачковым ГВ и неподвижным ЖК, схема которой приведена на рис. 1. В предлагаемой математической модели учтены упругие деформации ЖК 1, ГК 2, гибкого подшипника (ГП) 3, входного вала и его опор. Для упрощения расчетной схемы принята во внимание только инерция поворота ЖК вокруг оси выходного вала, а инерции ГВ, ГК и поступательного перемещения ЖК не учтены. При определении динамико-кинематической погрешности ВЗП задано равномерное вращение кулачка h .

На динамико-кинематическую погрешность значительное влияние оказывает деформация элементов ВЗП, поэтому для ее определения выполняют расчет их упругого взаимодействия.

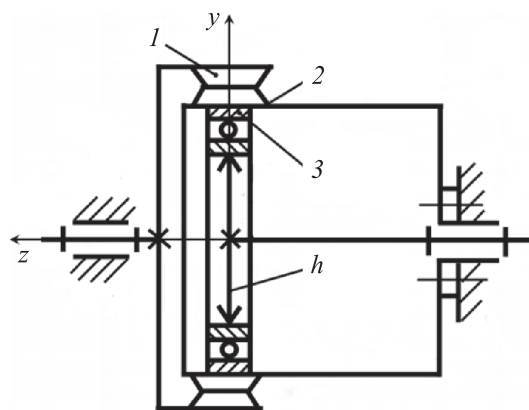


Рис. 1. Схема ВЗП с кулачковым ГВ и неподвижным ЖК

ствия. При этом ВЗП представляют в виде упругой системы с односторонним контактом звеньев [11].

Основными причинами динамико-кинематической погрешности исследуемой ВЗП являются [7, 8] упругая деформация ее элементов, погрешность установки кулачка, а также изготовления и установки зубчатых колес.

В рассматриваемой динамической модели учтены упругие деформации ЖК, ГК, ГП и неподвижная погрешность установки кулачка e_h^g , которая вызывает погрешность углового положения выходного вала. Подвижные погрешности установки кулачка, вращающиеся вместе с кулачком e_h^h и ЖК e_h^h , не приняты во внимание.

При определении момента, действующего на ЖК со стороны ГК, M_{bg} предполагается, что на него не влияют скорости и ускорения звеньев ВЗП. В этом случае момент M_{bg} зависит только от деформаций ГК, ЖК, кулачкового ГВ и угла поворота φ_e неподвижной погрешности установки кулачка e_h^g .

Для вычисления момента M_{bg} использован метод обращенного движения. Кулачковый ГВ останавливается, а неподвижной погрешности e_h^g задается вращение, направленное противоположно вращению кулачка. Угол поворота указанной погрешности относительно большой оси кулачка обозначен через φ_e ($\varphi_e = -\varphi_h$, где φ_h — угол поворота кулачка относительно неподвижного ГК), а угол поворота ведомого ЖК, вызванный деформацией элементов ВЗП, — $\delta\varphi_b$. Тогда момент, действующий на ЖК со стороны ГК, будет зависеть только от двух величин: $M_{bg} = M_{bg}(\varphi_h, \delta\varphi_b)$.

Поворот вектора погрешности e_h^g на угол φ_e приводит к изменению угла поворота ведомого ЖК, размах изменения которого определяет наибольшую динамико-кинематическую погрешность передачи: $\delta\varphi_{bн} = \delta\varphi_{b\max} - \delta\varphi_{b\min}$, где $\delta\varphi_{b\max}$ и $\delta\varphi_{b\min}$ — максимальное и минимальное значения угла поворота ЖК.

Момент $M_{bg}(\varphi_h, \delta\varphi_b)$ определяют расчетным путем с использованием пространственной математической модели ВЗП [11]. При заторможенном входном звене и различных значениях $\varphi_e = -\varphi_h$ и $\delta\varphi_b$ рассчитывают силы взаимодействия элементов передачи, по которым вычисляют необходимый момент M_{bg} .

Смещение кулачка вдоль малой x_h и большой y_h осей, а также угловые координаты тел качения (шариков) в обращенном движении $\varphi_{ш i}^*$ определяют по следующим формулам:

$$x_h = e_h^g \cos \varphi_e; \quad y_h = e_h^g \sin \varphi_e;$$

$$\varphi_{ш i}^* = \varphi_{ш i} - \varphi_h = \varphi_{ш 1} + (i-1) \frac{2\pi}{N} - \varphi_h,$$

где i — порядковый номер тела качения; $\varphi_{ш 1}$ — угловая координата первого тела качения, $\varphi_{ш 1} = a\varphi_h$ (a — коэффициент, определяющий угловую скорость вращения тела качения (сепаратора), $a \approx 0,4$); N — количество тел качения в ГП.

Угол поворота погрешности φ_{ej} в обращенном движении задают с шагом 1° в интервале $[0, 2\pi]$, а угол $\delta\varphi_{bk}$ — с шагом $10''$ в интервале $[-180'', 180'']$:

$$\varphi_{ej} = \frac{2\pi}{360}(j-1), \quad j = 1, 2, \dots, 361;$$

$$\delta\varphi_{bk} = -180 + \frac{180}{18}(k-1), \quad k = 1, 2, \dots, 37.$$

По вычисленным значениям M_{bg} с помощью сплайн-интерполяции получают функцию $M_{bg}(\varphi_e, \delta\varphi_b)$.

Изменение внутреннего момента $M_{bg}(\varphi_e, \delta\varphi_b)$ вызывает параметрические колебания системы. Дифференциальное уравнение, описывающее упругие угловые колебания выходного вала, имеет вид

$$J_b \frac{d^2 \delta\varphi_b}{dt^2} = M_{bg}(\varphi_h, \delta\varphi_b) - M_c - b \frac{d\delta\varphi_b}{dt}, \quad (1)$$

где J_b — момент инерции ЖК и нагрузки; $M_c = \text{const}$ — момент сопротивления на выходном звене (ЖК); b — коэффициент сопротивления; $\delta\varphi_b = \varphi_b - \varphi_h/u$ (u — передаточное отношение ВЗП).

Коэффициент сопротивления, входящий в состав выражения (1), вычисляют по формуле [9]

$$b = \frac{1}{2} \psi \sqrt{kJ_b},$$

где ψ — коэффициент поглощения, $\psi = 0,2$; k — крутильная жесткость ВЗП.

Диаграмму крутильной жесткости передачи $M_c(\varphi_b)$ определяют расчетным путем с использованием пространственной математической модели ВЗП. Силы взаимодействия элементов передачи, по которым вычисляется момент сопротивления на выходном валу M_c , рассчитывают при заторможенном входном звене и различных значениях угла поворота выходного звена (ЖК) φ_b .

По полученной статической характеристике крутильной жесткости $M_c(\varphi_b)$ при заданном значении момента M_c определяют коэффициент жесткости, равный тангенсу угла наклона касательной к графику:

$$k_{M_c} = \frac{\Delta M_c}{\Delta \varphi_b}, \quad (2)$$

где ΔM_c — приращение момента сопротивления при повороте выходного звена на угол $\Delta \varphi_b$ от положения при заданном значении момента M_c .

Результаты исследования. Для численного исследования выбрана ВЗП (см. рис. 1), имеющая следующие параметры: числа зубьев ГК $z_g = 150$ и ЖК $z_b = 152$; модуль зацепления $m = 0,8$ мм; коэффициенты смещения ГК $x_g = 3,35$ и ЖК $x_b = 3,55$; толщина оболочки ГК $h_3 = 1,0$ мм; толщина обода ГК под зубчатым венцом $h_1 = 1,6$ мм; ширина зубчатого венца $b_w = 24$ мм; длина оболочки ГК $l = 104$ мм; число тел качения в ГП $N = 24$; начальная радиальная деформация ГК $w_0 = 1,2$ м; функция, описывающая форму кулачка в полярных координатах, $w(\varphi) = w_0 \cos 2\varphi$. Неподвижная погрешность установки кулачка $e_h^g = 60$ мкм. Момент инерции ЖК с нагрузкой $J_b = 0,225$ кг·м².

На рис. 2 показана зависимость момента, действующего на ЖК со стороны ГК, от угла поворота кулачка за один его оборот при $\delta\varphi_b = -21^\circ$. Зависимость $M_{bg} = f(\varphi_h)$ имеет две гармонические составляющие.

Первая гармоническая составляющая момента M_{bg} вызвана периодическим изменением положения тел качения ГП относительно большой оси кулачка. Частота этой гармоники

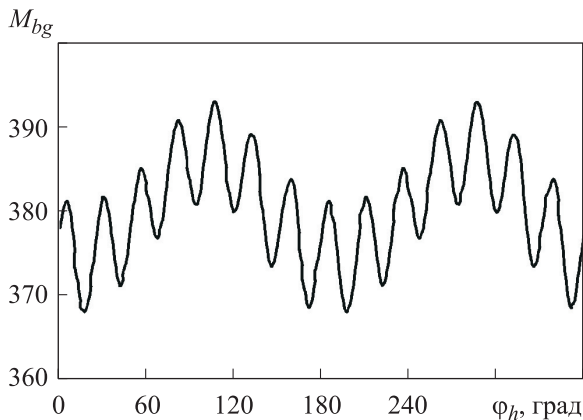


Рис. 2. Зависимость момента, действующего на ЖК со стороны ГК, M_{bg} от угла поворота кулачка φ_h за один его оборот при $\delta\varphi_b = -21^\circ$

$$\omega_{1M_{bg}} = |\omega_{сеп} - \omega_h| N = |a - 1| N \omega_h = 13,99 \omega_h.$$

где $\omega_{сеп}$ — угловая скорость сепаратора ГП; ω_h — угловая скорость ГВ.

Следовательно, за один оборот ГВ количество периодов первой гармонической составляющей момента M_{bg} приблизительно равно 14, что подтверждено результатами расчета (см. рис. 2).

Вторая гармоническая составляющая обусловлена периодическим изменением расположения неподвижной погрешности e_h^g относительно большой оси кулачка. Частота этой гармоники $\omega_{2M_{bg}} = 2\omega_h$, так как за один оборот ГВ направление вектора неподвижной погрешности установки кулачка e_h^g дважды совпадает с направлением большой оси кулачка.

Описанный характер изменения момента M_{bg} при вращении кулачка вызывает появление двух резонансных частот вращения ГВ. Первая резонансная частота вращения кулачка ω_{1hp} соответствует первой гармонике изменения момента M_{bg} . Приравнивая частоту $\omega_{1M_{bg}}$ к собственной частоте крутильных колебаний выходного вала $\sqrt{k/J_b}$, получаем

$$\omega_{1hp} = \frac{1}{|a - 1| N} \sqrt{\frac{k}{J_b}}. \quad (3)$$

Вторая резонансная частота вращения кулачка соответствует второй гармонике изменения момента, действующего на ГК со стороны ЖК:

$$\omega_{2hp} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{J_b}}. \quad (4)$$

Определим значения резонансных частот для заданной ВЗП. Статическая характеристика крутильной жесткости ВЗП, полученная расчет-

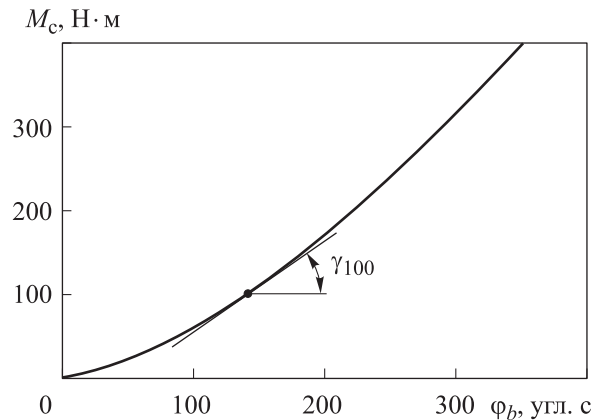


Рис. 3. Статическая характеристика крутильной жесткости ВЗП, полученная расчетным путем

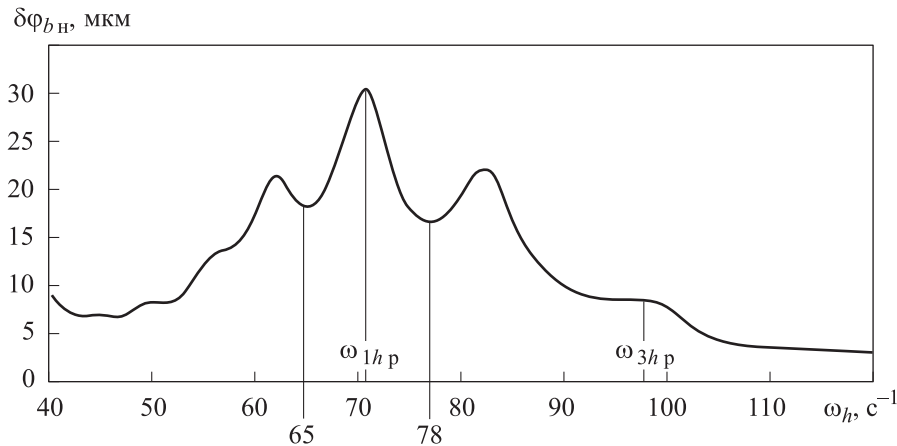


Рис. 4. Частотная характеристика наибольшей динамико-кинематической погрешности ВЗП при моментах $M_c = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $J_b = 0,225 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

ным путем, приведена на рис. 3. Коэффициент жесткости при заданной нагрузке M_c определяется по формуле (2). При моменте сопротивления на выходном валу $M_c = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ коэффициент крутильной жесткости $k_{100} = \text{tg } \gamma_{100} = 220\,609 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$, где γ_{100} — угол наклона касательной, проведенной к графику крутильной жесткости ВЗП при $M_c = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Первая и вторая резонансные частоты вращения кулачка определяются по формулам (3) и (4). При моменте $M_c = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ они составляют 71 и 445 с^{-1} соответственно.

Частотная характеристика (ЧХ) наибольшей динамико-кинематической погрешности ВЗП при моменте $M_c = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ в рабочем диапазоне частот $40 \dots 120 \text{ рад/с}$ приведена на рис. 4. Максимум ЧХ приходится на первую резонансную частоту $\omega_{1hp}(100) = 71 \text{ с}^{-1}$. Вторая резонансная частота $\omega_{2hp}(100) = 445 \text{ с}^{-1}$ не входит в рабочий диапазон частот. Колебательный характер ЧХ связан с периодическим изменением взаимного расположения тел качения ГП, зубьев ЖК и вектора погрешности \mathbf{e}_h^g .

Частота совпадения направлений вектора погрешности \mathbf{e}_h^g и векторов, проведенных от оси ГП к центрам тел качения, определяется выражением

$$\omega_{еш} = a\omega_h N \approx 10\omega_h,$$

а соответствующая ей резонансная частота вращения кулачка

$$\omega_{3hp}(100) \approx \frac{1}{10} \sqrt{\frac{k}{J_b}} = 99 \text{ с}^{-1}.$$

На частоте 99 с^{-1} ЧХ имеет локальный максимум (см. рис. 4).

Частота совпадения направлений вектора погрешности \mathbf{e}_h^g и векторов, проведенных от оси вращения к центру зубьев ЖК, вычисляется по формуле

$$\omega_{ez} = z_b \omega_h = 152\omega_h,$$

а соответствующая ей резонансная частота вращения кулачка

$$\omega_{4hp}(100) \approx \frac{1}{152} \sqrt{\frac{k}{J_b}} = 6,5 \text{ с}^{-1}.$$

На частотах, кратных $6,5 \text{ с}^{-1}$, ЧХ может иметь локальный максимум или минимум. Следовательно, минимумы на частотах $6,5 \cdot 10 = 65 \text{ с}^{-1}$ и $6,5 \cdot 12 = 78 \text{ с}^{-1}$ (см. рис. 4) обусловлены периодическим изменением взаимного расположения вектора погрешности \mathbf{e}_h^g относительно зубьев ЖК.

Выводы

1. Предложена методика расчетного определения ЧХ наибольшей динамико-кинематической погрешности ВЗП с кулачковым ГВ.

2. Расчетным путем показано, что эта ЧХ имеет несколько резонансных частот вращения кулачка.

3. Две основные резонансные частоты обусловлены периодическим изменением расположения тел качения и вектора неподвижной погрешности установки кулачка относительно большой оси ГВ.

Литература

- [1] Истомина С.Н., Шувалов С.А., Попов П.К. *Кинематическая точность приборных волновых передач*. Москва, Машиностроение, 1987. 160 с.
- [2] Полетучий А.И. *Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов*. Харьков, НАУ «ХАИ» им. М. Жуковского, 2005. 675 с.
- [3] Поляков А.В. *Повышение точности вращения круговых приводов подачи станков с волновыми редукторами*. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2004. 22 с.
- [4] Ghorbel F.H., Gandhi P.S., Alpeter F. On the kinematic error in harmonic drive gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2001, vol. 123, no. 1, pp. 90–97, doi: 10.1115/1.1334379
- [5] Тимофеев Г.А., Костиков Ю.В. Степень влияния ошибок изготовления деталей волновой зубчатой передачи на ее кинематическую точность. *Приводы и компоненты машин*, 2016, № 3, с. 10–13.
- [6] Тимофеев Г.А., Барбашов Н.Н. Анализ действующих ошибок двухпрофильного волнового зацепления. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2017, № 1(112), с. 41–47, doi: 10.18698/0236-3941-2017-1-41-47
- [7] Lyuminarsky I.E., Lyuminarsky S.E. Kinematic error of a harmonic drive. *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 224, no. art. 01039, doi: 10.1051/mateconf/201822401039
- [8] Люминарский С.Е. Влияние погрешности обката гибкого колеса на кинематическую погрешность ВЗП-80. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2012, № 1, с. 1–10. URL: <http://engineering-science.ru/doc/306686.html> (дата обращения 15 октября 2020).
- [9] Штриплинг Л.О. *Расчет точности работы зубчатых передач и приводов на их основе в реальных условиях эксплуатации*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1998. 241 с.
- [10] Попов П.К., Штриплинг Л.О. Расчет ошибок углового положения выходного вала привода с волновой зубчатой передачей. *Вестник машиностроения*, 1989, № 11, с. 15–17.
- [11] Люминарский И.Е., Люминарский С.Е. Метод расчета линейных систем, ограниченных односторонними связями, при статическом нагружении. *Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2009, № 2(75), с. 84–90.

References

- [1] Istomin S.N., Shuvalov S.A., Popov P.K. *Kinematicheskaya tochnost' pribornykh volnovykh peredach* [The kinematic accuracy of the instrument wave transmission]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1987. 160 p.
- [2] Poletuchiy A.I. *Teoriya i konstruirovaniye vyskoeffektivnykh volnovykh zubchatykh mekhanizmov* [Theory and design of high-performance wave gear mechanisms]. Kharkov, NAU “KhAI” im. M. Zhukovskogo publ., 2005. 675 p.
- [3] Polyakov A.V. *Povysheniye tochnosti vrashcheniya krugovykh privodov podach stankov s volnovymi reduktorami*. Avtoref. Kand. Diss. [Improving the rotation accuracy of circular feed drives for machines with wave reducers. Abst. Cand. Diss.]. Moscow, 2004. 22 p.
- [4] Ghorbel F.H., Gandhi P.S., Alpeter F. On the kinematic error in harmonic drive gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2001, vol. 123, no. 1, pp. 90–97, doi: 10.1115/1.1334379
- [5] Timofeyev G.A., Kostikov Yu.V. Degree of influence of manufacturing errors of wave gear parts on its kinematic precision. *Privody i komponenty mashin*, 2016, no. 3, pp. 10–13 (in Russ.).
- [6] Timofeyev G.A., Barbashov N.N. Analysis of existing errors in double-flank wave engagement. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical engineering*, 2017, no. 1(112), pp. 41–47 (in Russ.), doi: 10.18698/0236-3941-2017-1-41-47
- [7] Lyuminarsky I.E., Lyuminarsky S.E. Kinematic error of a harmonic drive. *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 224, no. art. 01039, doi: 10.1051/mateconf/201822401039

- [8] Lyuminarskiy S.E. Influence of an error in running-in of flexible gear on the kinematic error VZP-80. *Science & Education. Bauman Moscow State Technical University*, 2012, no. 1, pp. 1–10 (in Russ.). Available at: <http://engineering-science.ru/doc/306686.html> (accessed 15 October 2020).
- [9] Shtripling L.O. *Raschet tochnosti raboty zubchatykh peredach i privodov na ikh osnove v real'nykh usloviyakh ekspluatatsii*. Dokt. Diss. [Calculation of the accuracy of gears and drives based on them in real operating conditions. Doct. Diss.]. Moscow, 1998. 241 p.
- [10] Popov P.K., Shtripling L.O. Calculation of angular position errors of the output shaft of a wave gear drive. *Vestnik mashinostroyeniya*, 1989, no. 11, pp. 15–17 (in Russ.).
- [11] Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E. Method of Design of Linear Systems with Unilateral Constraints in Static Loading. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2009, no. 2(75), pp. 84–90 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 15.10.2020

Информация об авторах

ЛЮМИНАРСКИЙ Игорь Евгеньевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: lie260@mail.ru).

ЛЮМИНАРСКИЙ Станислав Евгеньевич — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

БАЛАСАНЫЯН Вадим Владимирович — аспирант кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: balasanyanvv@student.bmstu.ru).

Information about the authors

LYUMINARSKY Igor Evgenyevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: lie260@mail.ru).

LYUMINARSKY Stanislav Evgenyevich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

BALASANYAN Vadim Vladimirovich — Postgraduate student, Department of Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: balasanyanvv@student.bmstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Люминарский И.Е., Люминарский С.Е., Баласанян В.В. Математическая модель динамико-кинематической погрешности волновой зубчатой передачи. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 4, с. 48–54, doi: 10.18698/0536-1044-2021-4-48-54

Please cite this article in English as:

Lyuminarsky I.E., Lyuminarsky S.E., Balasanyan V.V. Mathematical Model of Dynamic-Kinematic Error of a Harmonic Drive. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 4, pp. 48–54, doi: 10.18698/0536-1044-2021-4-48-54