

УДК 621.01(075.8)

doi: 10.18698/0536-1044-2020-11-36-52

# Единая теория структуры, синтеза и анализа многозвенных механических систем с геометрическими, гибкими и динамическими связями звеньев. Часть 2. Предельные теоремы и области существования

**В.И. Пожбелко**

ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

## A Unified Theory of Structure, Synthesis and Analysis of Multibody Mechanical Systems with Geometrical, Flexible and Dynamic Connections. Part 2. Limiting Theorems and Existence Areas

**V.I. Pozhbelko**Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University  
(National Research University)

Рассмотрено семейство предельных структурных и топологических теорем, которые дополняют две теоремы Грюблера, известные в теории механизмов и машин, и могут быть использованы для установления предельных областей существования реализуемых на практике многозвенных механизмов. Представленные предельные теоремы содержат общие аналитические зависимости, которые устанавливают новые закономерности правильного строения и общие свойства многозвенных механических систем с геометрическими, гибкими и динамическими связями; законы предельного трения в механизмах, включая новый (четвертый) основной закон механики; позволяют раскрыть основные законы строения и биомеханики двигательной системы различных биологических объектов (включая человека), а также установить и синтезировать различные базовые структурные группы нулевой подвижности для создания оптимальных механизмов на основе предлагаемого универсального принципа их образования. Все синтезированные на основе единой теории многоконтурные рычажные, кулачковые и зубчатые механизмы со связями разного типа имеют оптимальную структуру без избыточных связей и неуправляемых подвижностей и подтверждены патентами на изобретения для разных областей машиностроения.

**Ключевые слова:** механическая система, синтезируемый механизм, структурный синтез, кинематическая пара, гибкие и динамические связи

This paper examines a family of limiting structural and topological theorems complemented by two well-known Gruebler theorems that can be used for determining the limiting areas of

existence of possible multibody mechanisms. All the multiloop linkage, cam and gear mechanisms synthesized using the proposed unified theory have the optimal structure without redundant constraints and uncontrolled movements.

**Keywords:** mechanical system, synthesized mechanism, structural synthesis, kinematic pair, flexible and dynamic connections

**Проблемы структурного синтеза и анализа сложных многозвенных механических систем (МС).** Разработкой сложных многозвенных МС занимались такие выдающиеся ученые-механики и конструкторы-машиностроители, как Леонардо да Винчи, П.Л. Чебышев, Л.В. Ассур, М. Грюблер и Дж. Ватт.

Эти МС основаны на возможных вариантах сборки многовершинных/многошарнирных звеньев разного типа посредством подвижных соединений, выполненных в виде геометрических связей/кинематических пар и гибких/динамических контактных и бесконтактных связей [1–40]. Такие механизмы, снабженные силовым приводом от заданного количества приводных двигателей ( $F \geq 1$ ), используют в качестве рычажных, кулачковых и зубчатых передач преобразования движений.

Практика применения таких многозвенных передач в технике показала, что возникающая (из-за множества искомых параметров) в общей теории механизмов и машин (ТММ) [1] проблема их многовариантного синтеза и правильного структурного анализа оказалась еще более сложной. В процессе эксплуатации механизмов установлено [3, 14], что их конструкция является нежизнеспособной, если их структура имеет следующие дефекты:

- вредные/избыточные связи звеньев; вследствие чего срок службы механизма сокращается 2–3 раза (из-за повышенного трения и износа узлов);
- лишние неуправляемые подвижности; поэтому такой механизм является неработоспособным при функционировании приводного двигателя (рабочий орган неподвижен).

По этой причине в 1979 г. С.Н. Кожевников в научной монографии «Основания структурного синтеза механизмов» сформулировал положение, согласно которому общую задачу построения механизмов для разных областей техники следует конкретизировать и свести ее к структурному синтезу механизмов без избыточных связей и лишних неуправляемых подвижностей (что позволит создавать надежно работающие механизмы с увеличенным в 2–

3 раза сроком службы). С.Н. Кожевников предложил механизмы такого вида (без указанных дефектов их структуры) называть *оптимальными* (наилучшими), а метод их построения — *оптимальным синтезом*.

Цель работы — установление на основе предлагаемых предельных теорем основных топологических закономерностей строения МС со связями разного типа для направленного формирования их заданных свойств, выявление новых законов двигательной биомеханики и общей механики с учетом предельного трения в механизмах, а также построение предельных областей существования оптимальных структур для синтеза на уровне изобретений применительно к разным областям машиностроения.

Представленные в данной работе научно-практические разработки содержат семейство предельных теорем с установленными в аналитической форме топологическими закономерностями правильного строения сложных МС и определяют их возможное расположение в виде построенных предельных областей существования оптимальных структур.

Данные материалы позволяют выполнить направленный структурный синтез и анализ разнообразных оптимальных механизмов с разным числом приводов на базе основных типов базовых структурных групп (БСГ), примеры создания которых приведены далее.

**Предельные теоремы структурного синтеза и общие топологические свойства кинематических цепей (КЦ).** Рассматриваемые теоремы определяют область существования и особенности строения КЦ, являясь основой для полного структурного синтеза и системного анализа за возможного многообразия МС.

Теоремы структурного синтеза устанавливают взаимосвязь внутреннего строения возможных (реализуемых на практике) КЦ с числом взаимно независимых замкнутых контуров  $K$  и общим МJ-фактором  $V$  ( $0 \leq V \leq V_{\max}$ ), выбираемых как основные входные параметры синтеза и анализа механизмов и ферм с заданным показателем подвижности  $F \geq 1$  или  $F \leq 0$ .

Все эти теоремы доказаны абсолютно полными универсальными структурными таблицами расчетных кодов правильного строения возможных статически определимых ферм ( $F = 0$ ) и рычажных механизмов ( $F \geq 1$ ) [19, 33, 39, 41].

**Теорема I.** Наибольшее число вершин/шарниров на одном звене  $i$  (для присоединения к нему других звеньев КЦ) ограничено верхним пределом области синтеза МС:

$$i_{\max} = \begin{cases} K + F & (F \leq K); \\ 2K & (F \geq K). \end{cases}$$

*Следствие 1.* В предельном случае ( $\lim i = K + F$ ) все замкнутые контуры данной КЦ (без стойки) принимают форму треугольника и становятся неизменяемыми. Например, в восьмизвенной ( $\tilde{n} = 8$ ) свободной цепи ( $K = 3, F = 4$ ) это произойдет при  $\lim i = 7$ .

*Следствие 2.* Кинематические структуры, содержащие многовершинные (многошарнирные) звенья с числом  $i \leq [i_0 = K + 1]$  в диапазоне  $2 \leq i \leq [K + 1]$  представляют собой неразделимые замкнутые КЦ, так как их нельзя разделить на более простые цепи. Примеры таких структурных схем даны в работах [19, 40].

*Следствие 3.* Выполнение в многоподвижных кинематических структурах ( $F \geq 2$ ) хотя бы одного из звеньев с числом  $i > K + 1$  приводит к образованию *разделимых* замкнутых структур, которые можно подразделить (через звено с  $i \geq 3$ ) на отдельные более простые КЦ (примеры таких структурных схем приведены в работе [21]).

**Теорема II.** Наибольшая кратность шарниров ( $j \geq 1$ ) для сборки открытых, замкнутых и смешанных КЦ ограничена верхним пределом области синтеза МС:

$$j_{\max} = \begin{cases} K + F & (F \leq K - 1); \\ 2K - 1 & (F \geq K - 1). \end{cases}$$

*Следствие 1.* Выполнение кинематических структур с многократными шарнирами в случае  $j \leq [j_0 = K]$  приводит к образованию *неразделимых* (через эти шарниры) КЦ (примеры которых даны в работе [40]).

*Следствие 2.* Выполнение кинематических структур с многократными шарнирами увеличенной кратности  $j > [j_0 = K]$  приводит к образованию *разделимых* замкнутых структур, которые можно разделить (через эти шарниры с  $j > K$ ) на отдельные более простые КЦ (примеры таких цепей даны в работе [35]).

**Теорема III.** В КЦ с многократными шарнирами наибольшее значение общего МД-фактора, рассчитываемого по формуле

$$V = \sum_{j=2}^{j_{\max}} (j-1)v_j \leq 2(K-1) + n_1$$

( $v_j$  — число  $j$ -кратных шарниров;  $n_1$  — число одновершинных/одношарнирных звеньев), ограничено верхним пределом области синтеза МС с многократными шарнирами

$$V_{\max} = 2(K-1) + n_1,$$

который в замкнутых цепях ( $n_1 = 0$ ) представляет собой арифметический ряд четных чисел (2, 4, 6, 8, 10...), возрастающих с увеличением количества замкнутых контуров ( $K \geq 2$ ) в синтезируемом механизме или ферме.

*Следствие 1.* Наибольшее число двухкратных МД-шарниров ( $j_2$ ) в замкнутых цепях ( $n_1 = 0$ ) ограничено верхним пределом

$$(v_2)_{\max} = V_{\max} = 2(K-1),$$

а наибольшее число многократных шарниров ( $j \geq 3$ ) — верхним пределом

$$(v_{j \geq 3})_{\max} = K - 1.$$

**Теорема IV.** Минимальное число двухвершинных/двухшарнирных звеньев ( $n_2$ )<sub>min</sub>, необходимое для синтеза статически определимых механизмов и ферм (при числе избыточных связей  $r_c = 1$ ) или структур с избыточными связями (при  $r_c \geq 1$ ), ограничено нижним пределом

$$(n_2)_{\min} = (F + h) - \sum_{H=2}^{H=5} (H-1)p_H - r_c,$$

где  $h$  — параметр движения,  $1 \leq h \leq 6$ ;  $p_H$  — число  $H$ -подвижных кинематических пар.

*Примечание.* В частном случае ( $F = 1$ ;  $h = 3$ ;  $H = 1$ ;  $r_c = 0$ ) общее выражение для расчета ( $n_2$ )<sub>min</sub> приводится к известной второй теореме Грюблера:  $n_2 \geq 4$ .

**Теорема V.** Наибольшее число многовершинных/многошарнирных звеньев ( $i \geq 3$ ) для оптимального синтеза механизмов без избыточных связей ( $r_c = 0$ ), определяемое выражением

$$n_{i \geq 3} = \frac{2(K-1) - V}{i-2},$$

ограничено верхним пределом ( $n_{i \geq 3}$ )<sub>max</sub> = 2 в цепях с  $V = 0$  или верхним пределом ( $n_{i \geq 3}$ )<sub>max</sub> = 1 в цепях с МД-шарнирами при  $V \geq 1$ .

**Теорема VI.** Универсальный безразмерный критерий  $AVC = 0$  (*Assembly Verification Criterion*) определяет возможность сборки КЦ (открытой, замкнутой, смешанной) из заданных наборов звеньев  $[LA]$  и их подвижных соединений  $[MJA]$  согласно уравнению проверки правильности структуры

$$AVC = 2(K - 1) - V - \sum_{i=1}^{i_{\max}} (i - 2)n_i - r_c = 0$$

и не зависит от количества двухвершинных/двухшарнирных звеньев в составе собираемой многозвенной КЦ.

**Теорема VII.** В полном диапазоне вариантов пространства возможных движений ( $1 \leq h \leq 6$ ) только КЦ МС, существующих и работающих в области движений  $h = 3$ , обладают свойством независимости их подвижности  $F$  от количества трехвершинных/трехшарнирных звеньев ( $n_3$ ) в структуре синтезируемого механизма или фермы.

**Теорема VIII.** В полном диапазоне вариантов пространства возможных движений ( $1 \leq h \leq 6$ ) только КЦ МС, существующих и работающих в области движений  $h = 2$  обладают свойством независимости их подвижности  $F$  от количества четырехвершинных/четырёхшарнирных звеньев ( $n_4$ ) в структуре синтезируемого механизма или фермы.

**Теорема IX.** Увеличение количества двухвершинных/двухшарнирных звеньев ( $n_2$ ) в составе синтезируемого механизма, работающего в области движений  $h = 3$ , приводит к повышению его подвижности  $F$ -DOF. Увеличение количества более сложных многошарнирных звеньев ( $i \geq 4$ , т. е.  $n_4, n_5, n_6, \dots$ ) и общего МЖ-фактора  $V$  приводит к уменьшению его подвижности  $F$ -DOF. Количество трехвершинных/трехшарнирных звеньев ( $n_3$ ) не влияет на  $F$ -DOF.

**Теорема X.** Нулевое значение определителя целевой функции структурного синтеза вида

$$D = (\tilde{n} - 1) - \sum_{h=1}^{h=6} (h - 1)K_h - N + \sum_{H=2}^{H=5} (H - 1)p_H = 0,$$

обеспечивает оптимальный структурный синтез замкнутых КЦ механизмов и ферм без избыточных связей и неуправляемых подвижностей с реализацией заданного числа  $N$  обобщенных координат.

**Следствие 1.** Значение определителя целевой функции  $D \neq 0$  указывает на наличие в данной структуре избыточных связей ( $D \geq 1$ ) или неуправляемых подвижностей ( $D < 0$ ).

**Следствие 2.** Уравнения статической и кинематической определимости  $K_h$ -контурных замкнутых КЦ механизмов и ферм имеют вид

$$\tilde{n} + \sum_{H=2}^{H=5} (H - 1)p_H - \sum_{h=1}^{h=6} (h - 1)K_h = 1;$$

$$\sum_{H=1}^{H=5} Hp_H - \sum_{h=1}^{h=6} hK_h = 0,$$

где  $K_h$  — количество независимых замкнутых контуров в составе КЦ, существующих в пределах заданного  $h$ -подвижного пространства возможных движений.

**Теорема XI.** В рычажных механизмах переменной структуры (с изменяемым в особых положениях числом степеней свободы) существует широкая область особых положений с вырождением кинематических пар (из-за разрыва геометрических связей в пределах их зазоров), точно определяющая возникающий диапазон неуправляемой подвижности в пределах угла поворота выходного звена ( $\gamma > 0$ ), имеющего вид

$$\gamma = \Phi(\Delta, l_i), \tag{1}$$

где  $\Delta$  — суммарный зазор в кинематических парах данного замкнутого контура механизма;  $l_i$  — длина звеньев.

**Следствие.** Основной причиной возникновения в механизме особых положений увеличенной структурно неуправляемой подвижности ( $F_1 = F + 1$ ) является неизбежное наличие зазоров в кинематических парах замкнутых контуров механизма, суммарное значение которых  $\Delta$ , а следовательно, и наибольшая область  $\gamma = \gamma_{\max}$  возникает в механизме при расположении на одной линии разных шарниров сопряженных звеньев (это будет «локус», т. е. середина зоны особых положений).

**Примечания.** Аналитическая зависимость (1) для расчета всей области возникающих особых положений  $\gamma > 0$  применительно к реальным механизмам с зазорами ( $\Delta > 0$ ) получена в работе [23] на основе метода визуализации зазоров в кинематических парах замкнутого контура рычажного механизма.

В частном случае (для идеализированных в ТММ беззазорных механизмов с  $\Delta = 0$ ) аналитическая зависимость (1) вырождается до минимума  $\gamma = 0$ , а применяемая для анализа топологии таких механизмов известная нулевая матрица Якоби [7] имеет ограниченные возможности, позволяя выявить только нулевое

особое положение  $\gamma = 0$  (а не всю область этих особых положений  $\gamma = \gamma_{\max}$ ).

**Теорема XII.** (О существовании предельных констант трения.) В многосвязных МС при трении твердых тел (например, сопряженных звеньев механизмов) существует точный предел силы  $F_s$  и коэффициента  $f_s$  трения покоя, равный  $3/2$  силы  $F_k$  и коэффициента  $f_k$  трения движения:

$$\lim f_k = \frac{4}{9}; \lim f_s = \frac{2}{3} \rightarrow \lim \frac{F_s}{F_k} = \frac{3}{2}; \lim \frac{f_s}{f_k} = \frac{3}{2}. \quad (2)$$

*Примечание.* Точный расчет и существование в природе предельных констант трения покоя и движения сопряженных твердых тел в МС впервые установлено теоретически в статье [22] на основе аналитического решения уравнений движения при переходе тела от покоя к движению, а также подтверждено экспериментально определенной границей внешнего трения твердых тел ( $f_s = \mu \approx 0,4$ , где  $\mu$  — экспериментально установленный граничный коэффициент трения) в работе [17].

*Следствие.* Согласно установленным предельным константам трения (2), существует предел ускорения срыва твердого тела  $a$  при его переходе от покоя к движению:

$$\begin{aligned} \lim a &= \lim \left( \frac{F_s - F_k}{m} \right) = \frac{\lim F_s - \lim F_k}{m} = \\ &= \frac{F_k}{2m} = \frac{\lim f_k}{2} = \frac{2}{9}, \text{ м/с}^2, \end{aligned} \quad (3)$$

определяющий закон о том, что ускорение срыва твердого тела массой  $m$  равно отношению его силы трения движения об опорную поверхность к удвоенной массе этого тела». Следовательно, *безопорное* движение ( $F_k = 0$ ) твердого тела невозможно. Зависимость (3) представляет собой новый (четвертый) основной закон механики.

**Теорема XIII.** (О существовании предельного коэффициента тяги.) В механизмах с гибкими упругорастяжимыми связями, передающими вращение за счет сил трения (например, ремня), существует точная предельная граница коэффициента тяги  $\lim \psi_\tau$ , равная предельному коэффициенту трения покоя ( $\lim f_s$ ):

$$\lim \psi_\tau = \lim f_s = 2/3.$$

Превышение этой границы приводит к аварийному режиму полного буксования гибкой фрикционной связи ремня со шкивом, на кото-

ром возникает полная остановка ведомого вала фрикционного механизма.

*Примечание.* Разные эксперименты [1] позволяют определить лишь приближенное значение ( $\psi_\tau \approx 0,6$ ) перехода от прямой устойчивого упругого скольжения ремня (основной рабочий режим фрикционной ременной передачи с гибкой связью) к кривой его буксования.

**Теорема XIV.** (Механизмы переменной структуры и подвижности с динамическими связями.) МС с динамическими инерционными связями от вращающихся неуравновешенных грузовых звеньев выполнены с двумя степенями свободы ( $F = 2$ ) и динамической структурой механизма (ДСТ). ДСТ определяется набором частных производных по обобщенным координатам  $\theta$  и  $\psi$  от инерционных коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  в уравнении Лагранжа второго рода

$$A\dot{\theta}^2 + 2B\dot{\theta}\dot{\psi} + C\dot{\psi}^2 = M,$$

где  $M$  — вращающий момент.

Такие системы обладают свойством вибровозбуждения импульсов вращающего момента на входе ( $M = M_\theta$ ) и/или на выходе ( $M = M_\psi$ ) — свойством внешней виброактивности — в зависимости от соотношения между собой частных производных:

$$\begin{aligned} A'_\theta &= \frac{\partial A}{\partial \theta}; \quad B'_\theta = \frac{\partial B}{\partial \theta}; \quad C'_\theta = \frac{\partial C}{\partial \theta}; \\ A'_\psi &= \frac{\partial A}{\partial \psi}; \quad B'_\psi = \frac{\partial B}{\partial \psi}; \quad C'_\psi = \frac{\partial C}{\partial \psi}. \end{aligned}$$

Все сочетания частных производных в пределе образуют двенадцать различных возможных семейств механизмов с разными типами ДСТ.

*Примечание.* В монографии [18] приведены все типы ДСТ, а также примеры применения синтезированных (на уровне изобретений) рычажных и зубчатых механизмов с динамическими инерционными связями в разных областях машиностроения в качестве эффективных автоматических механических передач переменной структуры, виброприводов технологических машин и виброударных механизмов.

**Теорема XV.** (Первый основной закон биомеханики.) Управляемая подвижность  $W_y$  биомеханической двигательной системы многосвязных (позвоночных) биологических объектов (включая человека) зависит от числа входящих в состав биокинематической цепи (БКЦ) по-

движных звеньев (костей количеством  $n$ ), а также от числа активно *ограничивающих* движение гибких связей (мышц количеством  $g_a$ ). Эта подвижность равна числу *двигательных* гибких связей (мышц количеством  $g_p$ ) по следующему *уравнению физиологического баланса* в двигательном организме между его скелетной, мышечной и нервной системами (*представляющему собой математическую модель различных биологических объектов*, включая человека):

$$W_y = n - g_a = g_p.$$

**Теорема XVI.** (*Второй основной закон биомеханики.*) В БКЦ *переменной* структуры управляемая подвижность биомеханической двигательной системы многозвенных (позвоночных) биологических объектов (включая человека) также является *переменной* величиной, равной числу промежуточных звеньев  $N$ , охватываемых гибкими связями в виде активированных (т. е. находящихся в деятельном состоянии) мышц:

$$W_y = n - g_a = N.$$

В нормальной (сбалансированной) биомеханической системе эта подвижность имеет следующий предельный диапазон

$$0 \leq W_y \leq \frac{n}{2}.$$

*Следствие.* В нормальной (сбалансированной) структуре БКЦ сумма активированных гибких связей является постоянной величиной, равной числу подвижных звеньев БКЦ:

$$g_a + g_p = n = \text{const}.$$

**Теорема XVII.** (*Третий основной закон биомеханики.*) В биомеханической двигательной системе многозвенных (позвоночных) биологических объектов (включая человека) существует *предельный коридор управляемых движений*, расширяющийся с увеличением числа подвижных звеньев  $n$  БКЦ и ограниченный соотношением

$$\frac{1}{2} \leq \frac{g_a}{n} \leq 1.$$

*Следствие.* Выход при работе БКЦ за нижнюю границу *предельного коридора управляемых движений* (при  $g_a \leq n/2$ ) приводит к неуправляемой гипермобильности БКЦ (известной на практике как паралич двигательной системы организма), а выход за верхнюю гра-

ницу *предельного коридора управляемых движений* (при  $g_a \geq n$ ) — к блокированию и полной неподвижности всей БКЦ двигательной системы биологического объекта — возникает случай  $W \leq 0$ .

*Примечание.* Три основных закона биомеханики, определяющие закономерности строения многозвенных биомеханических систем (требуемых для их нормальной жизнедеятельности), а также новые понятия и определения (как исходный пункт познания природного устройства и физиологии таких систем) впервые установлены в 1997 г. в работе [24], а затем расширены в научных трудах [25, 26].

**Теорема XVIII.** (*Топологическая теорема № 1.*) Каждая БСГ звеньев в виде открытой КЦ, применяемая для структурного синтеза оптимальных  $K$ -контурных механизмов без избыточных связей и лишней подвижностей, должна содержать суммарное число  $f_{\Sigma}^0 = \sum (H p_H)$  степеней свободы  $H$ -подвижных кинематических пар количеством  $p_H$ , равное числу степеней свободы пространства ( $h \geq 1$ ), в котором существует образуемый звеньями КЦ собираемый замкнутый контур ( $1 \leq h \leq 6$ ), удовлетворяющий следующему *уравнению баланса подвижностей замкнутой МС*:

$$f_{\Sigma}^0 = \sum_{H=1}^{H=h-1} (H p_H) = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4 + 5p_5 = \sum_{h=1}^{h=6} h K_h,$$

где  $K$  — количество образующихся в замкнутой цепи взаимно независимых замкнутых контуров (отличающихся друг от друга хотя бы одним звеном или одной кинематической парой);  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  — количество кинематических пар подвижностью  $H = 1, 2, 3, 4, 5$  соответственно.

**Теорема XIX.** (*Топологическая теорема № 2.*) Количество взаимно независимых замкнутых контуров, образующихся при сборке звеньев КЦ, определяется выражением

$$K = n_0 + K^* - 1,$$

где  $n_0$  — число вершин выбранного звена присоединения;  $K^*$  — число замкнутых контуров, в состав которых не входит выбранное звено присоединения (например, стойка механизма).

**Теорема XX.** (*Топологическая теорема № 3.*) Основной принцип образования многозвенных МС заключается в следующем.

Многозвенная МС с заданным количеством  $K$  взаимно независимых замкнутых контуров (отличающихся друг от друга хотя бы одним звеном или одной кинематической парой) и с заданным числом степеней свободы  $F$  образуется путем присоединения к одному из звеньев с заданным числом вершин  $n_0$  (это будет звено присоединения с предельными параметрами  $1 \leq n_0 \leq K + F$  при  $F \leq K$  или  $1 \leq n_0 \leq 2K$  при  $F \geq K$ ) совокупности собираемых в единую КЦ структурных компонентов

$$K_{\Sigma} = K_0 + K^* + \hat{K}$$

в виде образуемых звеньями цепи контуров трех типов:

- замкнутых, в состав которых входит заданное звено присоединения (число таких контуров  $K_0 = n_0 - 1$ ,  $\lim n_0 = K + 1$ );
- замкнутых, в состав которых не входит заданное звено присоединения (число таких контуров  $K^* = K - K_0$ ,  $\lim K^* = K - 1$ ,  $\lim K^* + \lim K_0 = 2K$ );
- открытых, в состав которых входят незамкнутые, т. е. одновершинные звенья количеством  $n_1$  (число таких контуров  $\hat{K} = n_1 \geq 1$ ).

*Следствие.* Число степеней свободы  $F$  (подвижность  $W$ ), образуемой (на основе указанной в теореме XX совокупности  $K_{\Sigma} \geq 1$  замкнутых и открытых контуров звеньев) многозвенной МС, существующей в заданном  $h$ -пространстве возможных движений ( $1 \leq h \leq 6$ ) можно точно рассчитать по формуле

$$F = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{i_{\max}} in_i + V \right) - \sum_{h=1}^{h=6} hK_h,$$

где  $n_i$  — число  $i$ -вершинных звеньев;  $K_h$  — число отдельных замкнутых контуров звеньев, существующих в пространстве возможных движений с данным  $h \geq 1$  (общая сумма  $\sum K_h$  равна заданному количеству взаимно независимых замкнутых контуров системы);  $V = \sum (j-1)v_j$  — приведенное число  $j$ -кратных сложных шарниров с  $j \geq 2$  (двойных  $j_2$  количеством  $v_2$ , тройных  $j_3$  количеством  $v_3$  и т. д.).

**Предельные области существования многозвенных МС.** Установленная на основе указанных предельных теорем синтеза I–XX и общих топологических свойств КЦ их взаимосвязь с количеством  $K$  замкнутых контуров цепи в виде расположенной в пространстве  $V - i - j$  треугольной конфигурации предельной области

существования разных многозвенных МС приведена на рис. 1.

Этот рисунок содержит:

- предельную границу возможного существования многозвенных МС (при их структурном синтезе с параметрами  $i = i_{\max}$ ,  $j = j_{\max}$ ,  $V = V_{\max}$ ), в случае достижения и превышения которой все подвижные многосторонние ( $\alpha \geq 4$ ) замкнутые контуры *свободной* КЦ превращаются в геометрически неизменяемые треугольные контуры ( $\alpha = 3$ ), а вся МС — в единое звено;

- две внутренние граничные области (ГО) внутри предельной границы структурных параметров в виде замкнутой треугольной конфигурации ( $i_{\max} - j_{\max} - V_{\max}$ ):

- ГО *A* неразделимых многозвенных структур (со структурными параметрами  $2 \leq i \leq [i_0 = K + 1]$ ;  $1 \leq j \leq [j_0 = K]$ ), которые нельзя разделить на отдельные КЦ; область *A* реализуется при структурном синтезе одно- ( $F = 1$ ) и многоподвижных ( $F \geq 2$ ) механизмов;

- ГО *B* разделимых многозвенных структур (со структурными параметрами  $[i_0 = K + 1] \leq i \leq i_{\max}$ ;  $[j_0 = K + 1] \leq j \leq j_{\max}$ ), содержащая оба типа разделимых структур механизмов с  $F \geq 2$ , которые можно разделить на отдельные КЦ — как по многовершинному звену с  $i > [i_0 = K + 1]$ , так и по многократному шарниру с кратностью  $j > [j_0 = K]$ .

*Примечание.* Разнообразные примеры структурного синтеза неразделимых и разделимых (по многошарнирному звену с  $i > i_0$  или по многократному шарниру с  $j \leq K$ ) приведены в работах [21, 33–36, 38, 39].

**Синтез БСГ для построения сложных механизмов оптимальной структуры.** На основе приведенных в топологических теоремах I и II аналитических зависимостей структурных параметров сложных МС (с замкнутыми контурами без избыточных связей и неуправляемых подвижностей) можно предложить следующий единый алгоритм синтеза рычажных, кулачковых и зубчатых механизмов оптимальной структуры.

**Первый этап** — синтез БСГ, представляющих собой простейшие одно- или многозвенные КЦ подвижности относительно стойки ( $W = 0$ ), выполняемый на основе целочисленных решений следующей системы алгебраических уравнений:

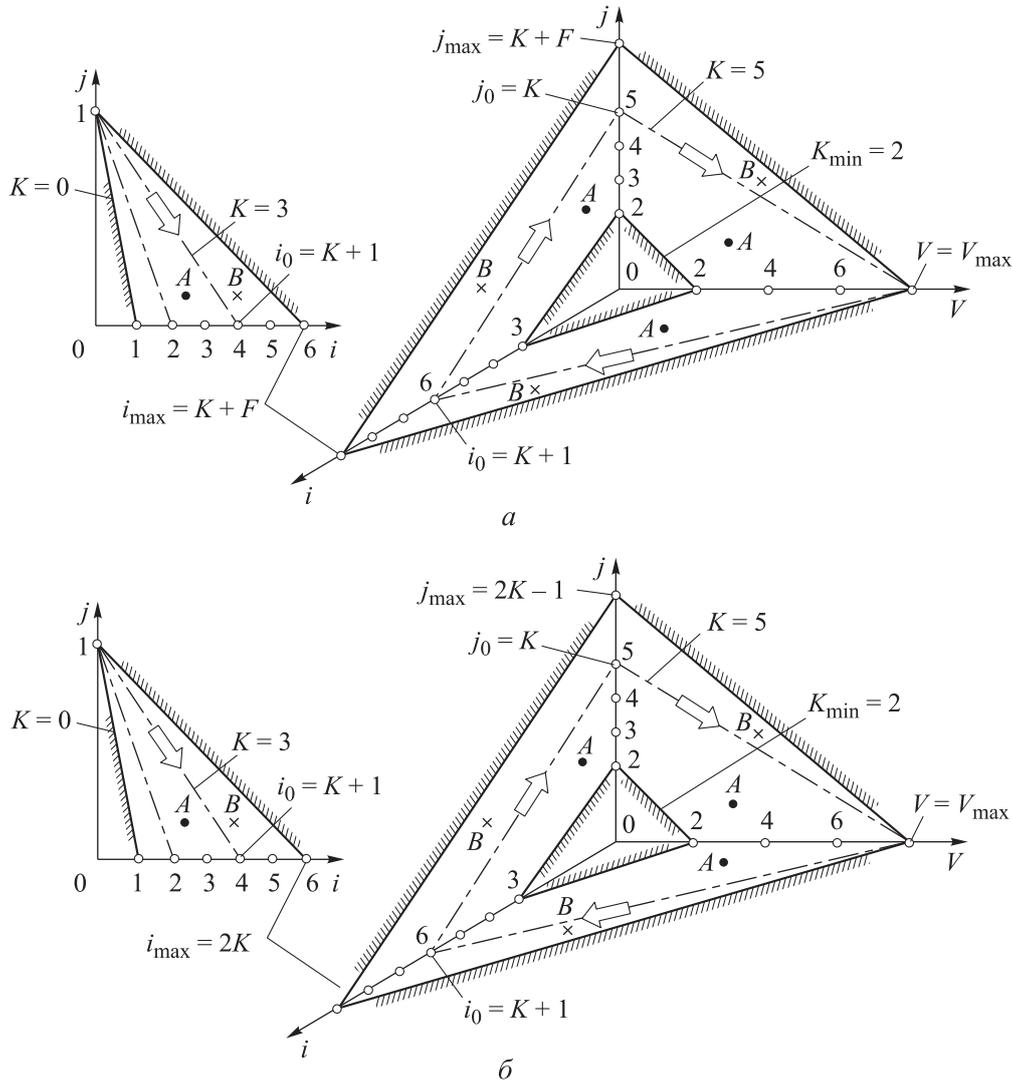


Рис. 1. Предельные области существования многозвенных МС разного строения для одно- (слева) и многократных (справа) соединений:

а —  $i_{\max} = K + F$  ( $F \leq K$ );  $j_{\max} = K + F$  ( $F \leq K$ );  $V_{\max} = 2(K - 1) + n_1$ ;  
 б —  $i_{\max} = 2K$  ( $F \geq K$ );  $j_{\max} = 2K - 1$  ( $F \geq K - 1$ );  $V_{\max} = 2(K - 1) + n_1$

$$\begin{cases} n^0 = \sum_{h=1}^{h=6} (h-1)K_h + \tilde{K} - \sum_{H=2}^{H=5} (H-1)p_H; \\ f_{\Sigma}^0 = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4 + 5p_5 = \sum_{h=1}^{h=6} h K_h, \end{cases} \quad (4)$$

где  $n^0$  — число звеньев БСГ;  $\sum K_h = K$  — число замкнутых контуров БСГ, существующих в пределах пространства возможных движений  $2 \leq h \leq 6$  (образующихся после присоединения к стойке всех внешних пар данной группы);  $\tilde{K}$  — число контуров в составе данной структурной группы, замыкаемых посредством гибких и/или динамических связей звеньев;  $f_{\Sigma}^0$  — суммарное число подвижностей всех внешних и внутренних кинематических пар в составе данной структурной группы,  $f_{\Sigma}^0 = \sum H p_H$ .

**Второй этап** — синтез плоских и пространственных механизмов оптимальной структуры, выполняемый с использованием всех видов связей звеньев путем присоединения к начальному механизму (который образован начальным звеном и стойкой или ведущим двухзвенником, обозначаемым как  $I_M$ ; число начальных механизмов равно величине  $F \geq 1$ ) одной или нескольких синтезированных БСГ нулевой подвижности согласно следующей общей формуле образования любых МС оптимальной структуры на основе возможных БСГ  $I_h^0, \Pi_h^0, \text{III}_h^0, \text{IV}_h^0$  и  $V_{\Sigma h}^0$ :

$$I_M \rightarrow I_h^0 \rightarrow \Pi_h^0 \rightarrow \text{III}_h^0 \rightarrow \text{IV}_h^0 \rightarrow V_{\Sigma h}^0.$$

В зависимости от набора связей звеньев все возможные БСГ можно подразделить на следу-

ющие пять типов (с указанием числа степеней свободы пространства движений, в пределах которого существуют замкнутые контуры, образуемые звеньями данной БСГ после их присоединения к стойке).

БСГ типа  $I_h^0$  содержит контуры звеньев, замыкаемые посредством гибких и/или динамических связей, обозначаемые как  $\tilde{K}$  ( $h=1$ , число контуров  $\tilde{K} \geq 1$ ).

БСГ типа  $\Pi_h^0$  включает в себя замкнутые контуры звеньев, существующие в пределах  $h=2$  пространства движений и содержащие только одноподвижные кинематические пары ( $H=1$ ).

БСГ типа  $\text{III}_h^0$  состоит из замкнутых контуров звеньев с применением многоподвижных кинематических пар ( $2 \leq H \leq 5$ ) в пространстве движений  $3 \leq h \leq 6$ .

БСГ типа  $\text{IV}_h^0$  содержит сложные (многократные/совмещенные) шарниры в составе образующихся в пространстве движений  $h \geq 2$  замкнутых контуров ( $K \geq 2$ ) с приведенным числом  $V$  этих сложных шарниров во всей цепи  $1 \leq V \leq 2(K-1)$ .

БСГ типа  $V_{\Sigma h}^0$  включает в себя набор замкнутых контуров общим числом  $K = \sum K_h \geq 2$ , состоящий из отдельных замкнутых контуров звеньев, существующих в разных пространствах возможных движений ( $h = \text{var}$ ).

Так, в структуре с двумя независимыми замкнутыми контурами ( $K \geq 2$ ) один из них су-

ществует в одном пространстве возможных движений (например, с  $h=4$ ), а другой — в другом пространстве  $h$  (например, с  $h=5$ ).

На рис. 2 приведены примеры синтезированных на основе целочисленных решений системы уравнений (4) БСГ пяти типов в полном возможном диапазоне пространства движений ( $h=1, h=2, h=3, h=4, h=5, h=6$ ) и затем образованных на базе БСГ плоских и пространственных механизмов оптимальной структуры.

Отметим, что все представленные на рис. 2 БСГ указанных типов являются статически определяемыми системами и только в одном случае ( $\Pi_{h=3}^0$ ) представляют уже известные в ТММ многозвенные группы Ассура.

Применение БСГ пяти типов позволяет создать:

- БСГ типа  $I_{h=1}^0$  ( $n^0=1$ ) — разнообразные механизмы ( $F \geq 2$ ) с гибкими связями (например, в виде лебедки с гибким роторно-винтовым двигателем [42]) и/или с динамическими связями разного типа (инерционными [43], упругими [44] и гравитационными, как основы работы маятникового транспортера [45]);

- БСГ типа  $\Pi_{h=2}^0$  ( $n^0=1$ ) — разнообразные клиновые и шарнирные механизмы с непараллельными осями вращения ( $F \geq 1$ );

- БСГ типа  $\Pi_{h=3}^0$  ( $n^0 \geq 2$ ) — плоские и пространственные (сферические) механизмы, в том числе с круговыми звеньями и с круговыми направляющими ( $F \geq 1$ );

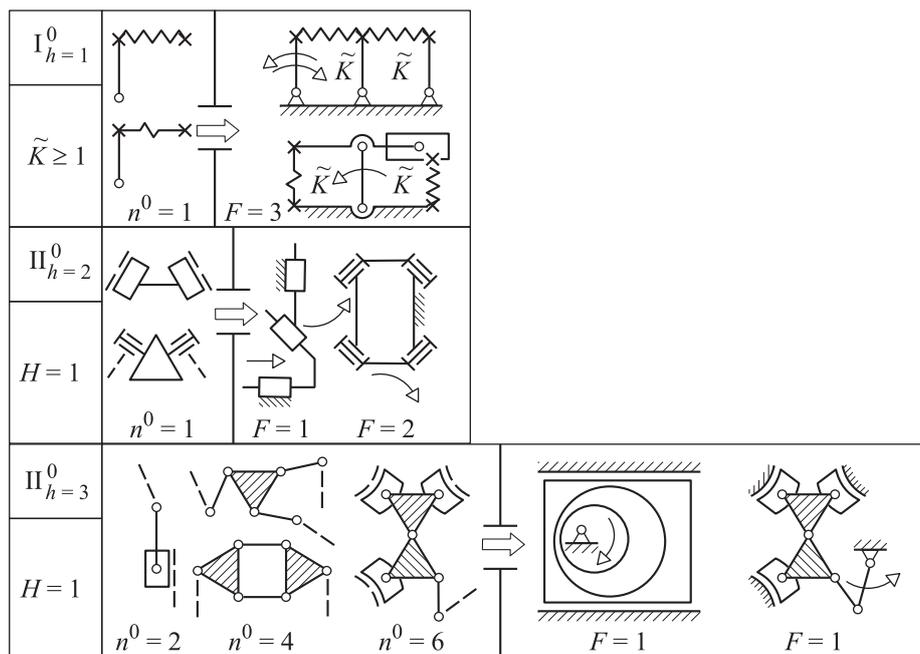


Рис. 2 (начало). Примеры синтеза оптимальных механизмов на основе пяти типов БСГ

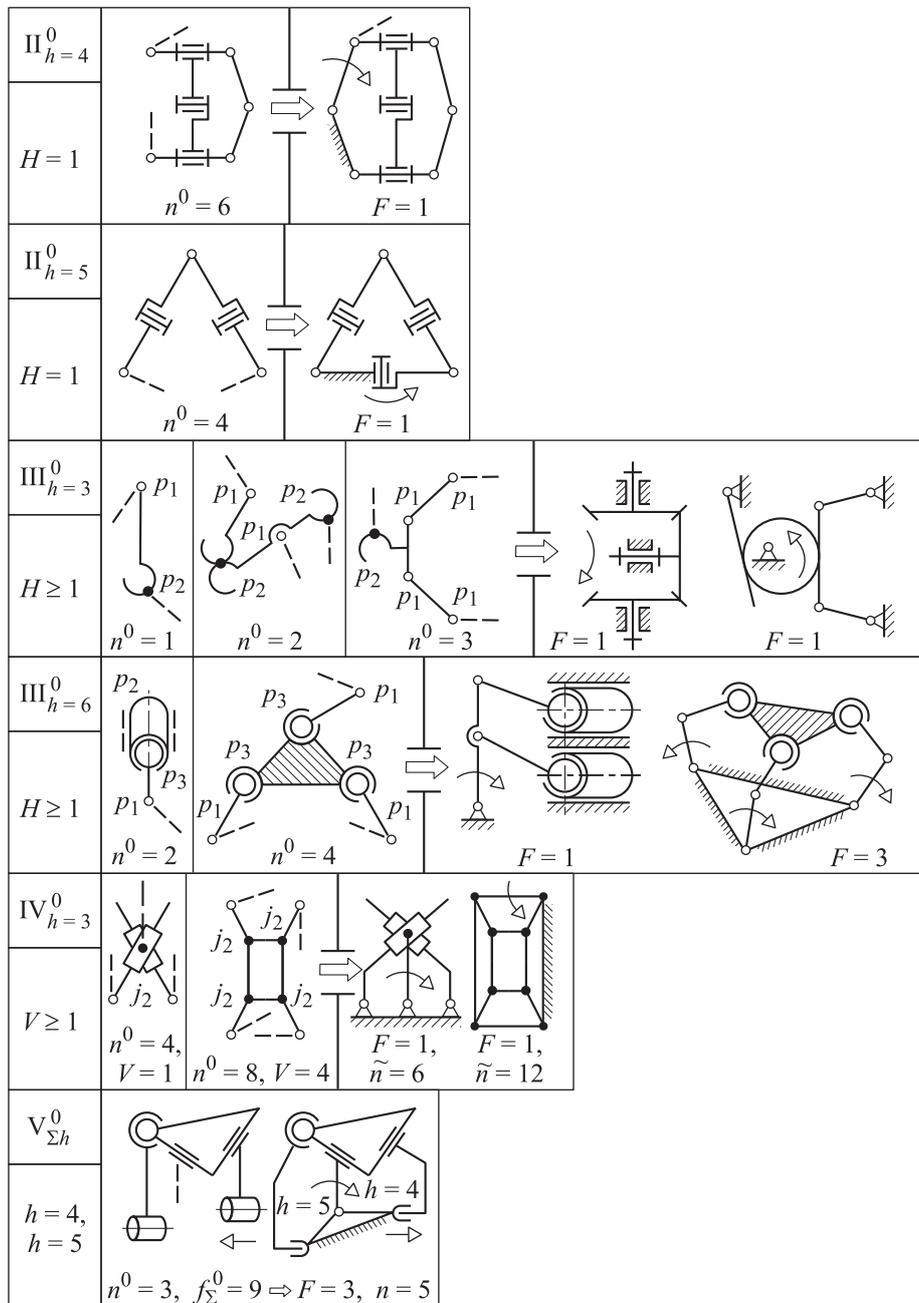


Рис. 2 (окончание). Примеры синтеза оптимальных механизмов на основе пяти типов БСГ

• БСГ II<sub>h=4</sub><sup>0</sup> ( $n^0 = 6$ ) — пространственные механизмы со скрещивающимися осями вращательных пар, причем такие устройства могут быть выполнены без поступательных пар ( $F \geq 1$ );

• БСГ типа II<sub>h=5</sub><sup>0</sup> ( $n^0 = 4$ ) — пространственные шарнирные механизмы, состоящие только из простых двухшарнирных звеньев с попарно перпендикулярными осями вращательных кинематических пар ( $F = 1$ ); такие механизмы-хамелеоны обладают уникальным свойством

превращения (в одном из положений) в плоские структуры, что обеспечивает их изготовление и сборку, а также уменьшает их габаритные размеры при хранении и транспортировке; например, подобные механизмы позволяют создать многоемкостный пространственный турбулентный смеситель с приводом от одного двигателя [46];

• БСГ типа III<sub>h=6</sub><sup>0</sup> ( $n^0 \geq 2$ ) — пространственные платформенные манипуляторы параллельной оптимальной структуры ( $n^0 = 2, F = 1$  и

$n^0 = 4, F = 3$ ) с разным числом степеней свободы [47];

- БСГ типа  $IV_{h=6}^0$  ( $n^0 = 8$ ) — уникальный по структуре двенадцатизвенный шарнирный механизм, состоящий только из двухшарнирных звеньев, в котором все восемь шарниров выполнены двухкратными; это предельный случай строения многоконтурного механизма с  $F = 1$  (что снижает его габаритные размеры, упрощает его конструкцию и сборку, а также расширяет его функциональные возможности) [48];

- БСГ типа  $V_{\Sigma h}^0$  (например, с  $h = 4, h = 5$  в составе  $n^0 = 3, f_{\Sigma}^0 = 9$ ) — пространственный платформенный манипулятор параллельной структуры с тремя степенями свободы ( $F = 3$ ) и с предельно уменьшенным числом звеньев (до  $\tilde{n}_{\min} = 5$ ) и общим числом кинематических пар (до  $p_{\min} = 6$ ).

## Выводы

1. Приведенные в предельных теоремах аналитические структурные зависимости в виде целочисленных алгебраических соотношений между основными проектными топологическими параметрами возможного строения разнообразных МС с кинематическими парами и гибкими/динамическими связями могут быть использованы:

- для создания эффективных машин в разных областях машиностроения, охватывая все указанные предельные области существования;

- для полного структурного синтеза и анализа всего возможного многообразия сложных многоконтурных механизмов с заданным числом приводов для последующего отбора из них схем с наилучшими функциональными и эксплуатационными характеристиками;

- для направленного структурного синтеза БСГ разного типа и создания на их основе оптимальных механизмов (без вредных избыточных связей и неуправляемых лишних подвижностей) для различных областей техники;

2. Применение пяти типов БСГ позволяет создать разнообразные механизмы ( $F \geq 2$ ) с

гибкими связями, клиновые и шарнирные механизмы с непараллельными осями вращения ( $F \geq 1$ ); плоские и пространственные (сферические) механизмы, в том числе с круговыми звеньями и круговыми направляющими ( $F \geq 1$ ); пространственные механизмы со скрещивающимися осями вращательных пар, причем такие устройства могут быть выполнены без поступательных пар ( $F \geq 1$ ); пространственные шарнирные механизмы, состоящие только из простых двухшарнирных звеньев с попарно перпендикулярными осями вращательных кинематических пар ( $F = 1$ ); пространственные платформенные манипуляторы параллельной оптимальной структуры ( $n^0 = 2, F = 1$  и  $n^0 = 4, F = 3$ ) с разным числом степеней свободы [47]; уникальный по структуре двенадцатизвенный шарнирный механизм, состоящий только из двухшарнирных звеньев, в котором все восемь шарниров выполнены двухкратными ( $F = 1$ ); пространственный платформенный манипулятор параллельной структуры с тремя степенями свободы ( $F = 3$ ).

3. Предлагаемый в двадцатой топологической теореме основной принцип образования многозвенных МС является более универсальным по сравнению с известным в ТММ принципом Ассура [5]. Это подтверждено приведенными на рис. 2 примерами структурного синтеза одно- ( $K = 1$ ), многоконтурных ( $K \geq 2$ ) и многоподвижных ( $F \geq 2$ ) механизмов, представляющих собой плоские, сферические и пространственные системы (реализуемые в рычажных, кулачковых и зубчатых приводах машин).

4. Другие случаи такого более универсального подхода приведены в работе [49], где даны примеры выполненного парадоксального структурного синтеза, при котором в результате сложения (сборки) между собой только двух четырехзвенных структурных групп нулевой подвижности с  $W_1 = 0$  и  $W_2 = 0$  (т. е. без добавления к ним при синтезе стойки и ведущего звена) образуется суммарная структура работоспособного восьмизвенного рычажного механизма с  $W_{\Sigma} = F = 1$ .

## Литература

- [1] Крайнев А.Ф. *Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь*. Москва, Машиностроение, 2000. 904 с.
- [2] Артоболевский И.И. *Механизмы в современной технике. Элементы механизмов. Простейшие рычажные и шарнирно-рычажные механизмы. В 7 т. Т. 1*. Москва, URSS, 2019. 500 с.

- [3] Решетов Л.Н. *Конструирование самоустанавливающихся механизмов*. Москва, Машиностроение, 1967. 205 с.
- [4] Кожевников С.Н. *Механизмы. Справочник*. Москва, Машиностроение, 1965. 1058 с.
- [5] Артоболевский И.И. *Теория механизмов и машин*. Москва, URSS, 2019. 640 с.
- [6] Вульфсон И.И., Ерихов М.Л., Коловский М.З., Пейсах Э.Е., Семенов Ю.А., Слоущ А.В., Смирнов Г.А. *Механика машин*. Москва, Высшая школа, 1996. 511 с.
- [7] Евграфов А.Н., Коловский М.З., Петров Г.Н. *Теория механизмов и машин*. Санкт-Петербург, Изд-во Политех. ун-та, 2014. 206 с.
- [8] Тимофеев Г.А. *Теория механизмов и механика машин*. Москва, Юрайт, 2019. 368 с.
- [9] Баранов Г.Г. *Курс теории механизмов и машин*. Москва, Машиностроение, 1975. 496 с.
- [10] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of Mechanisms*. New York, Oxford University Press, 2016. 976 p.
- [11] Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., Slousch A.V. *Advanced theory of mechanism and machines*. Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000. 394 p.
- [12] Ассур Л.В. *Исследование плоских стержневых механизмов с точки зрения их структуры и классификации*. Москва, Изд-во АН СССР, 1952. 529 с.
- [13] Grüebler M. *Gegtriebelehre. Eine Theorie des Zwanglaufes und der ebene Mechanismen*. Berlin, Springer-Verlag, 1917. 153 p.
- [14] Кожевников С.Н. *Основания структурного синтеза механизмов*. Киев, Наукова думка, 1979. 232 с.
- [15] Марковец А.В., Полотебнов В.О. Синтез механизмов транспортирования материалов с прямолинейным участком траектории движения зубчатой рейки. *Известия высших учебных заведений. Технология легкой промышленности*, 2018, № 1, т. 38, с. 117–121.
- [16] Мингазов М.Р., Галиуллин И.А. Программа структурного синтеза пространственных механизмов. *Проблемы механики современных машин. Тр. V Междунар. конф.*, Улан-Удэ, 25–30 июня 2012, Улан-Удэ, Изд-во ВСГУТУ, 2012, с. 93–95.
- [17] Польцер Г., Майсснер Ф. *Основы трения и изнашивания*. Москва, Машиностроение, 1984. 263 с.
- [18] Пожбелко В.И. *Инерционно-импульсные приводы машин с динамическими связями*. Москва, Машиностроение, 1989. 136 с.
- [19] Пожбелко В.И. Универсальный метод топологического синтеза многоконтурных структур и атлас кинематических цепей восьмизвенных механизмов и их инвариантов. *Теория механизмов и машин*, 2014, т. 12, № 2(24), с. 66–80.
- [20] Пожбелко В.И. Метод решения задачи выявления изоморфизма или метаформизма при структурном синтезе сложных многоконтурных механических систем. *Теория механизмов и машин*, 2015, т. 13, № 1(25), с. 23–40, doi: 10.5862/ТММ.25.3
- [21] Pozhbelko V.I., New analytical limiting friction laws and universal tribological constants of dry static and kinetic friction. *Proceedings of 5<sup>th</sup> World Tribology Congress, WTC 2013*, Torino, 2013, vol. 2, pp. 1549–1552.
- [22] Пожбелко В.И. Механическая модель трения и нахождение универсальных триботехнических констант. *Известия Челябинского научного центра УРО РАН*, 2000, вып. 1, с. 71–80.
- [23] Пожбелко В.И. Возникновение переменной (изменяемой) структуры и расчет размеров области особых положений механизма с учетом зазоров и вырождения кинематических пар. *Теория механизмов и машин*, 2010, т. 8, № 2, с. 71–80.
- [24] Пожбелко В.И. Основные законы биомеханики. *Динамика систем, механизмов и машин. Матер. II Междунар. науч.-техн. конф.*, 18–20 ноября 1997, Омск, Изд-во ОмГТУ, 1997, с. 152.
- [25] Пожбелко В.И. Биомеханика систем переменной структуры с большим числом управляемых степеней свободы. Механизмы переменной структуры и вибрационные машины. *Матер. II Междунар. конф.*, Бишкек, 10–15 октября 1998, Бишкек, МЕКТЕП, 1999, с. 27–31.
- [26] Пожбелко В.И. Единая теория и результаты моделирования механических, трибомеханических и биомеханических систем. *Тр. XXII Российской школы по проблемам науки и технологий*, 2003, Москва, УРО РАН, с. 375–392.

- [27] Tuttle E.R., Peterson S.W., Titus J.E. Enumeration of basic kinematic chains. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1989, vol. 111, iss. 4, pp. 498–503, doi: 10.1115/1.3259028
- [28] Yan H.-S., Chiu Y.-T. On the number synthesis of kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, vol. 89, no. 9, pp. 128–144, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.012
- [29] Chu J., Zou Y. An algorithm for structural synthesis of planar simple and multiple joint kinematic chains. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, vol. 228, pp. 2178–2192, doi: 10.1177/0954406213516306
- [30] Liu J. Representations & isomorphism identification of planar kinematic chains with multiple joints based on the converted adjacent matrix. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, vol. 48, pp. 15–21, doi: 10.3901/JME.2012.05.015
- [31] Gogu G. Mobility of mechanisms: a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, vol. 40, pp. 1068–1097, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2004.12.014
- [32] Gogu G. Chebychev–Grubler–Kutzbach’s criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2005, vol. 24, pp. 427–441, doi: 10.1016/j.euromechsol.2004.12.003
- [33] Pozhbelko V. Type Synthesis Method of Planar and Spherical Mechanisms Using the Universal Structural Table with All Possible Link Assortments. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 73, pp. 1517–1526, doi: 10.1007/978-3-030-20131-9\_150
- [34] Pozhbelko V., Kuts E. Creative Design of 2-DOF, 7-link Multiloop Robotic Mechanisms. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 58, pp. 189–200, doi: 10.1007/978-3-319-89911-4\_14
- [35] Pozhbelko V., Kuts E. Structural synthesis of planar 10-link 1-DOF kinematic chains with up to pentagonal links with all possible multiple joint assortments for mechanism design. *Mechanism and Machine Science*, 2018, vol. 57, pp. 27–35, doi: 10.1007/978-3-319-79111-1\_3
- [36] Pozhbelko V., Kuts E. Structural Synthesis of 2-DOF, 7-Link, 2-Basic Loops Simple and Multiple Joint Mechanisms for Robotics. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 72, pp. 83–93, doi: 10.1007/978-3-030-17677-8\_7
- [37] Pozhbelko V. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, no. 6, vol. 100, pp. 1–16, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001
- [38] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006
- [39] Pozhbelko V. Advanced technique of type synthesis and construction of veritable complete atlases of multiloop F-DOF generalized kinematic chains. EuCoMeS 2018. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> European Conference on Mechanism Science. Mechanism and Machine Science*, Switzerland, Springer, 2019, vol. 59, pp. 207–214, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-98020-1\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-319-98020-1_24)
- [40] Ermoshina E., Pozhbelko V. Structural Synthesis, Mobility Analysis and Creation of Complete Atlas of Multiloop Planar Multiple-Jointed Kinematic Chains on Base All Possible Sets of Color Multiple Joints for Industrial Applications. *Mechanism and Machine Science*, 2017, vol. 43, pp. 375–382, doi: 10.1007/978-3-319-44156-6\_38
- [41] Пожбелко В.И. Единая теория структуры, синтеза и анализа многозвенных механических систем с геометрическими, гибкими и динамическими связями звеньев. Часть 1. Базовые структурные уравнения и универсальные таблицы строения. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 9, с. 24–43, doi: 10.18698/0536-1044-2020-9-24-43
- [42] Пожбелко В.И. VIP-лебедка для перемещения груза (с роторно-винтовым гибким двигателем). Патент РФ № 2478558, бюл. № 10, 2013.
- [43] Пожбелко В.И. Планетарный инерционный импульсный механизм. А.с. 627280 СССР, бюл. № 10, 1986.
- [44] Пожбелко В.И. VIP трибометр для определения характеристик трения гибких тел. Патент РФ № 2486493, бюл. № 18, 2013.

- [45] Пожбелко В.И. *VIP-механизм для прямолинейного перемещения подвешенного груза (маятникового типа)*. Патент РФ № 2605701, бюл. № 36, 2016.
- [46] Пожбелко В.И. *Пространственный турбулентный рычажный смеситель*. Патент РФ № 2554584, бюл. № 18, 2015.
- [47] Пожбелко В.И. *Сферический V-манипулятор*. Патент РФ № 2730345, бюл. № 24, 2020.
- [48] Пожбелко В.И. *Многократный шарнир передачи*. Патент РФ № 2543135, бюл. № 23, 2014.
- [49] Пожбелко В.И., Куц Е.Н. Разработка метода структурного синтеза многоконтурных рычажных механизмов с многократными шарнирами на основе базисных групп. *Теория механизмов и машин*, 2018, т. 16, № 4(40), с. 136–149, doi: 10.5862/ТММ.40.1

## References

- [1] Kraynev A.F. *Mekhanika (iskusstvo postroyeniya) mashin. Fundamental'nyy slovar'* [Mechanics (the art of building) machines. Fundamental Dictionary]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 2000. 904 p.
- [2] Artobolevskiy I.I. *Mekhanizmy v sovremennoy tekhnike. Elementy mekhanizmov. Prosteyskiye rychazhnyye i sharnirno-rychazhnyye mekhanizmy* [Mechanisms in modern technology. Image elements. The simplest lever and articulated lever mechanisms]. In 7 vol. Vol. 1. Moscow, URSS publ., 2019. 500 p.
- [3] Reshetov L.N. *Konstruirovaniye samoustanavlivayushchikhsya mekhanizmov* [Design of self-locking mechanisms]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1967. 205 p.
- [4] Kozhevnikov S.N. *Mekhanizmy. Spravochnik* [The mechanisms. Directory]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1965. 1058 p.
- [5] Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, URSS publ., 2019. 640 p.
- [6] Vul'fon I.I., Erikhov M.L., Kolovskiy M.Z., Peysakh E.E., Semenov Yu.A., Slousch A.V., Smirnov G.A. *Mekhanika mashin* [Machine mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola publ., 1996. 511 p.
- [7] Evgrafov A.N., Kolovskiy M.Z., Petrov G.N. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Sankt-Petersburg, Politekh. un-t publ., 2014. 206 p.
- [8] Timofeyev G.A. *Teoriya mekhanizmov i mekhanika mashin* [Theory of mechanisms and mechanics of machines]. Moscow, Yurayt publ., 2019. 368 p.
- [9] Baranov G.G. *Kurs teorii mekhanizmov i mashin* [The course of the theory of mechanisms and machines]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1975. 496 p.
- [10] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of Mechanisms*. New York, Oxford University Press, 2016. 976 p.
- [11] Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., Slousch A.V. *Advanced theory of mechanism and machines*. Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000. 394 p.
- [12] Assur L.V. *Issledovaniye ploskikh sterzhnevyykh mekhanizmov s tochki zreniya ikh struktury i klassifikatsii* [The study of flat bar mechanisms in terms of their structure and classification]. Moscow, AN SSSR publ., 1952. 529 p.
- [13] Grüebler M. *Gegriebelehre. Eine Theorie des Zwanglaufes und der ebene Mechanismen* [Gearing theory. A theory of forced running and the level mechanisms]. Berlin, Springer-Verlag, 1917. 153 p.
- [14] Kozhevnikov S.N. *Osnovaniya strukturnogo sinteza mekhanizmov* [The foundations of structural synthesis of mechanisms]. Kiyev, Naukova dumka publ., 1979. 232 p.
- [15] Markovets A.V., Polotebnov V.O. Synthesis of mechanisms of material handling mechanism with a toothed bar straight line section of the movement. *The News of higher educational institutions. Technology of Light Industry*, 2018, no. 1, vol. 38, pp. 117–121 (in Russ.).
- [16] Mingazov M.R., Galiullin I.A. The program of structural synthesis of spatial mechanisms. *Problemy mekhaniki sovremennykh mashin. Trudy V Mezhd. konf.* [Problems of the mechanics of Modern machines. Proceedings of the V International Conference]. Ulan-Ude, 2012, pp. 93–95.

- [17] Polzer G., Meissner F. *Fundamentals of friction and wear*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig, Leipzig, 1983. 340 p.
- [18] Pozhbelko V.I. *Inertsionno-impul'snyye privody mashin s dinamicheskimi svyazyami* [Inertial-pulse drives of machines with dynamic connections]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1989. 136 p.
- [19] Pozhbelko V.I. A universal method for the topological synthesis of many-loop structures and atlas of eight-link kinematic chains and its invariants. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2014, vol. 12, no. 2(24), pp. 66–80 (in Russ.).
- [20] Pozhbelko V.I. Method for solving the problem of identifying isomorphism or metaformism in the structural synthesis of complex multi-circuit mechanical systems. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2015, no. 1(25), vol. 13. pp. 23–40 (in Russ.), doi: 10.5862/TMM.25.3
- [21] Pozhbelko V.I., New analytical limiting friction laws and universal tribological constants of dry static and kinetic friction. *Proceedings of 5<sup>th</sup> World Tribology Congress, WTC 2013*, Torino, 2013, vol. 2, pp. 1549–1552.
- [22] Pozhbelko V.I. Mechanical model of friction and finding universal tribotechnical constants. *Izvestiya Chelyabinskogo nauchnogo tsentra URO RAN*, 2000, iss. 1, pp. 71–80 (in Russ.).
- [23] Pozhbelko V.I. The appearance of a variable (variable) structure and the calculation of the size of the region of special positions of the mechanism, taking into account gaps and degeneration of kinematic pairs. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2010, vol. 8, no. 2, pp. 71–80 (in Russ.).
- [24] Pozhbelko V.I. Basic laws of biomechanics. *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin. Mater. II Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Dynamics of systems, mechanisms and machines. Proceedings of the II International scientific and technical conference]. Omsk, OmSTU publ., 1997. 152 p.
- [25] Pozhbelko V.I. Biomechanics of variable structure systems with a large number of controlled degrees of freedom. Variable structure gears and vibrating machines. *Mater. II Mezhdunar. konf.* [Proceedings of the II International conference]. Bishkek, MEKTEP publ., 1999, pp. 27–31.
- [26] Pozhbelko V.I. Unified theory and simulation results of mechanical, tribomechanical and biomechanical systems. *Trudy XXII Rossiyskoy shkoly po problemam nauki i tekhnologii* [Proceedings of the XXII Russian School on Science and Technology]. Moscow, UrO RAN publ., 2003, pp. 375–392.
- [27] Tuttle E.R., Peterson S.W., Titus J.E. Enumeration of basic kinematic chains. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1989, vol. 111, iss. 4, pp. 498–503, doi: 10.1115/1.3259028
- [28] Yan H.-S., Chiu Y.-T. On the number synthesis of kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, vol. 89, no. 9, pp. 128–144, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.012
- [29] Chu J., Zou Y. An algorithm for structural synthesis of planar simple and multiple joint kinematic chains. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, vol. 228, pp. 2178–2192, doi: 10.1177/0954406213516306
- [30] Liu J. Representations & isomorphism identification of planar kinematic chains with multiple joints based on the converted adjacent matrix. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, vol. 48, pp. 15–21, doi: 10.3901/JME.2012.05.015
- [31] Gogu G. Mobility of mechanisms: a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, vol. 40, pp. 1068–1097, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2004.12.014
- [32] Gogu G. Chebychev–Grubler–Kutzbach's criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2005, vol. 24, pp. 427–441, doi: 10.1016/j.euromechsol.2004.12.003
- [33] Pozhbelko V. Type Synthesis Method of Planar and Spherical Mechanisms Using the Universal Structural Table with All Possible Link Assortments. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 73, pp. 1517–1526, doi: 10.1007/978-3-030-20131-9\_150

- [34] Pozhbelko V., Kuts E. Creative Design of 2-DOF, 7-link Multiloop Robotic Mechanisms. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 58, pp. 189–200, doi: 10.1007/978-3-319-89911-4\_14
- [35] Pozhbelko V., Kuts E. Structural synthesis of planar 10-link 1-DOF kinematic chains with up to pentagonal links with all possible multiple joint assortments for mechanism design. *Mechanism and Machine Science*, 2018, vol. 57, pp. 27–35, doi: 10.1007/978-3-319-79111-1\_3
- [36] Pozhbelko V., Kuts E. Structural Synthesis of 2-DOF, 7-Link, 2-Basic Loops Simple and Multiple Joint Mechanisms for Robotics. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 72, pp. 83–93, doi: 10.1007/978-3-030-17677-8\_7
- [37] Pozhbelko V. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, no. 6, vol. 100, pp. 1–16, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001
- [38] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006
- [39] Pozhbelko V. Advanced technique of type synthesis and construction of veritable complete atlases of multiloop F-DOF generalized kinematic chains. EuCoMeS 2018. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> European Conference on Mechanism Science*. *Mechanism and Machine Science*, Switzerland, Springer, 2019, vol. 59, pp. 207–214, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-98020-1\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-319-98020-1_24)
- [40] Ermoshina E., Pozhbelko V. Structural Synthesis, Mobility Analysis and Creation of Complete Atlas of Multiloop Planar Multiple-Jointed Kinematic Chains on Base All Possible Sets of Color Multiple Joints for Industrial Applications. *Mechanism and Machine Science*, 2017, vol. 43, pp. 375–382, doi: 10.1007/978-3-319-44156-6\_38
- [41] Pozhbelko V.I. A Unified Theory of Structure, Synthesis and Analysis of Multibody Mechanical Systems with Geometrical, Flexible and Dynamic Connections. Part 1. Basic Structural Equations and Universal Structure Tables. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 9, pp. 24–43, doi: 10.18698/0536-1044-2020-9-24-43
- [42] Pozhbelko V.I. *VIP-lebedka dlya peremeshcheniya gruzha (s rotorno-vintovym gibkim dvizhitelem)* [VIP winch for moving cargo (with rotor-screw flexible propulsion)]. Patent no. 2478558 RF, 2013.
- [43] Pozhbelko V.I. *Planetarnyy inertsionnyy impul'snyy mekhanizm* [Planetary Inertial Pulse Mechanism]. USSR copyright certificate no. 627280, 1986.
- [44] Pozhbelko V.I. *VIP tribometr dlya opredeleniya kharakteristik treniya gibkikh tel* [VIP tribometer for determining the friction characteristics of flexible bodies]. Patent no. 2486493 RF, 2013.
- [45] Pozhbelko V.I. *VIP-mekhanizm dlya pryamolineynogo peremeshcheniya podveshennogo gruzha (mayatnikovogo tipa)* [VIP mechanism for the rectilinear movement of a suspended load (pendulum type)]. Patent no. 2605701 RF, 2016.
- [46] Pozhbelko V.I. *Prostranstvennyy turbulentnyy rychazhnyy smesitel'* [Spatial turbulent lever mixer]. Patent no. 2554584 RF, 2015.
- [47] Pozhbelko V.I. *Sfericheskiy V-manipulyator* [Spherical V-manipulator]. Patent no. 2730345 RF, 2020.
- [48] Pozhbelko V.I. *Mnogokratnyy sharnir peredachi* [Multiple gear hinge]. Patent no. 2543135 RF, 2014.
- [49] Pozhbelko V.I., Kuts E.N. Structural synthesis of multiloop linkages with multiple joints. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2018, vol. 16, no. 4(40), pp. 136–149 (in Russ.), doi: 10.5862/TMM.40.1

## Информация об авторе

**ПОЖБЕЛКО Владимир Иванович** — заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук, профессор. ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (454080, Челябинск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

## Information about the author

**POZHBELKO Vladimir Ivanovich** — Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, Doctor of Science (Eng.), Professor. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University (National Research University) (454080, Chelyabinsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пожбелко В.И. Единая теория структуры, синтеза и анализа многосвязных механических систем с геометрическими, гибкими и динамическими связями звеньев. Часть 2. Предельные теоремы и области существования. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 11, с. 36–52, doi: 10.18698/0536-1044-2020-11-36-52

### Please cite this article in English as:

Pozhbelko V.I. A Unified Theory of Structure, Synthesis and Analysis of Multibody Mechanical Systems with Geometrical, Flexible and Dynamic Connections. Part 2. Limiting Theorems and Existence Areas. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 11, pp. 36–52, doi: 10.18698/0536-1044-2020-11-36-52



**В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышло в свет учебно-методическое пособие  
Н.И. Казначеевой**

### **«Техника и технология при доставке лесоматериалов водным транспортом»**

Представлены учебные и справочные материалы для самостоятельной подготовки к выполнению курсовой работы по дисциплине «Техника и технология лесопромышленных предприятий при поставке древесного сырья водным транспортом». Рассмотрены технологии лесосплавных работ по организации проплава круглых лесоматериалов и буксировке плотов.

Учебно-методическое пособие предназначено для магистров направления подготовки 35.04.02 «Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств», направленность подготовки «Лесозаготовительное производство».

### **По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru