

УДК 621.941.1

doi: 10.18698/0536-1044-2020-10-26-37

Расчет сил и момента резания при фрезеровании концевыми фрезами

С.В. Грубый

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Calculation of the Cutting Forces and Torque when Milling with End Mills

S.V. Grubyi

Bauman Moscow State Technical University

Рассмотрена последовательность расчета составляющих силы резания и крутящего момента при фрезеровании твердосплавными концевыми фрезами. Алгоритм расчета включает в себя переход от тангенциальной и радиальной составляющих силы резания к составляющим силы в станочной системе координат. На винтовой режущей кромке (на цилиндрической (периферийной) поверхности и дуге закругления вершины зуба) выделены две части. Эти части режущей кромки разбиты на участки, для которых выполнен расчет с последующим суммированием составляющих силы резания вдоль осей станочной системы координат и крутящего момента относительно оси фрезы. Проведен анализ составляющих силы и крутящего момента в зависимости от глубины резания, подачи, числа зубьев фрезы, износа лезвия и радиуса закругления вершины. Показано соотношение сил резания и крутящего момента для условий фрезерования конструкционной углеродистой стали и алюминиевых сплавов. По разработанному алгоритму составлена расчетная программа, с помощью которой можно осуществлять оперативный расчет сил и момента для различных условий фрезерования. Расчетные показатели могут быть использованы как технологические ограничения в задачах оптимизации, а также для прочностных расчетов инструмента, фрезерной оснастки и выбора компонентов приводов фрезерных станков.

Ключевые слова: концевая фреза, составляющие силы, момент резания, глубина резания, число зубьев, износ зуба

This paper presents a computational sequence for calculating the components of the cutting force and torque when milling with carbide end mills. The calculation algorithm includes the transition from the tangential and radial components of the force to the force components in the machine coordinate system. On the helical cutting edge, two parts are highlighted: one on the cylindrical (peripheral) surface and the other one on the arc of the rounded tip of the tooth. These parts of the cutting edge are divided into sections where the calculation is performed, followed by summation of the force components along the axes of the machine co-ordinate system and the moment relative to the axis of the cutter. An analysis of the components of the force and torque depending on the depth of cutting, feed, number of teeth of the cutter, blade wear and radius of the tip rounding is performed. The ratio of forces and moments for various milling conditions of structural carbon steel and aluminum alloys is shown. The developed algorithm is applied in a computational program that can be used to perform operational calculations of forces and torque for various milling conditions. The calculated parameters can be used as technological limiters in optimization problems, as well as for strength calculations of tools, milling equipment, and the selection of components of milling machine drives.

Keywords: end mill, force components, torque, cutting depth, number of teeth, tooth wear

В аэрокосмической промышленности, машино- и приборостроении используют корпусные детали с различными габаритными размерами и назначением. Обрабатываемые материалы можно разбить на три группы: конструкционные стали, высоколегированные коррозионностойкие стали и алюминиевые сплавы. При обработке корпусных деталей большой объем механических операций приходится на фрезерование карманов, пазов и уступов. Применяют современные режущие инструменты, в частности, цельные твердосплавные фрезы.

В связи с этим возникает актуальная научно-техническая задача повышения эффективности и надежности использования этих инструментов на многокоординатных станках с программным управлением. В частности, при проектировании операции фрезерования нужно учитывать ограничения по мощности и крутящему моменту шпинделя фрезерного станка. Для обеспечения этой задачи необходимо разрабатывать расчетные методики по силовым параметрам фрезерования.

Цель работы — разработка модели и расчетной методики сил резания, крутящего момента для цельных твердосплавных фрез с винтовым зубом на цилиндрической части, для использования в алгоритмах оптимизации и управления станками с контролем силовых показателей.

Развитие расчетных методов по силам резания отмечено на протяжении длительного периода времени. Так, в литературном обзоре работы [1] приведена модель расчета сил резания, предложенная М. Веком (M. Weck) и К. Тейпелом (K. Teipel) в 1977 г., для которой сила резания записывается как $F = Ka_p h$, где K — константа, зависящая от обрабатываемого материала и скорости резания, определяемая экспериментально; a_p — осевая глубина; h — толщина срезаемого слоя.

Ю. Алтинтас (Yu. Altintas) использовал и расширил этот подход и предложил выражение для расчета силы резания $F = Ka_p h + K_e a_p$ (K_e — параметр, определяемый экспериментально), в котором при нулевой толщине второе слагаемое учитывает влияние режущей кромки [2].

С.А. Тобиас (S.A. Tobias) и Ж. Стэпан (G. Stepan) предложили нелинейную зависимость силы резания от толщины удаляемого слоя [1] $F = Ka_p h^x$, где x — второй экспериментальный параметр.

Р.П.Х. Фассен (R.P.H. Faassen) использовал комбинацию предыдущих моделей для определения тангенциальной F_t и радиальной F_r составляющих силы резания [3]:

$$F_t = K_t a_p h^x + K_{te} a_p; \quad F_r = K_r a_p h^x + K_{re} a_p,$$

где K_t , K_{te} , K_r , K_{re} — параметры, определяемые экспериментально.

Аналогичный подход применен в работе [4] для аналитического расчета сил резания при фрезеровании через постоянные для данного обрабатываемого материала коэффициенты, пропорциональные толщине срезаемого слоя.

Развитием изложенных подходов является распространенная в настоящее время зарубежными инструментальными фирмами методика расчета сил резания через удельную силу. Согласно этой методике, для любого вида лезвийной обработки тангенциальная составляющая силы резания

$$F_c = bhK_c K_f = bh^{(1-m)} k_{c11} K_f,$$

где b — ширина срезаемого слоя; K_c — удельная сила резания; K_f — поправочный коэффициент; m — показатель степени; k_{c11} — удельная сила, приходящаяся на единицу площади среза.

Значения удельной силы и показателя степени приведены для групп обрабатываемых материалов в справочных литературе и материалах инструментальных фирм. В частности, эта формула использована для расчета сил фрезерования и последующего прочностного расчета инструмента [5].

В отечественной справочной литературе [6, 7] для расчета скорости резания и ее тангенциальной составляющей используют степенные уравнения

$$v = \frac{C_v d^{q_v} K_v}{T^{m_v} t^{x_v} s_z^{y_v} B^{u_v} z^{p_v}}; \quad P_z = \frac{C_p t^x s_z^y B^u z^p K_p}{d^q n^w}, \quad (1)$$

где C_v , C_p — постоянные; q_v , m_v , x_v , y_v , u_v , p_v , x , y , u , p , q , w — показатели степеней; d — диаметр фрезы, мм; K_v , K_p — поправочные коэффициенты; T — стойкость инструмента, мин; t , s_z и B — глубина, подача на зуб и ширина фрезерования соответственно, мм; z — число зубьев; n — частота вращения шпинделя, мин^{-1} .

Переменные, входящие в состав выражений (1) даны в общепринятой записи. Постоянные, показатели степеней, поправочные коэффициенты приведены в соответствующих таблицах справочников для ограниченного

числа сочетаний пар обрабатываемый материал — инструментальный материал по отдельным видам рабочих инструментов, в частности, по концевым фрезам.

Сравнение расчетов по выше приведенным формулам показывает относительно близкие результаты [8].

Степенные уравнения (1) позволяют рассчитать сначала скорость резания, затем тангенциальную составляющую силы, момент, мощность резания и использовать эти зависимости как ограничения при выборе станка и прочностном расчете приспособления. Так, в учебной дисциплине «Проектирование операций механической обработки» предусмотрено домашнее задание по расчету показателей фрезерования по степенным уравнениям, а для проверки результатов разработана программа *Dz2_17.exe*.

В качестве примера в табл. 1 приведены результаты расчета по степенным уравнениям (1) при различных значениях подачи на зуб для условий обработки концевой фрезой из твердого сплава марки Т15К6 полного паза в заготовке из стали 45. Значения параметров составили: $t = 12$ мм; $B = 12$ мм; $d = 12$ мм; число зубьев $z = 3$; стойкость $T = 60$ мин. Значения постоянных, показателей степеней и поправочных коэффициентов заимствованы из справочника [6].

Серьезным недостатком указанных выражений является то, что они отражают и обобщают результаты экспериментальных данных, соответствующих конкретным условиям механической обработки (прежде всего по видам фрезерования, инструментальному и обрабатываемому материалу). Изменение этих условий принято отражать поправочными коэффициентами. В математическом смысле это означает пропорциональное масштабирование нелинейных уравнений, что может привести к значительным расчетным погрешностям.

Большое число исследований направлено на использование конечно-элементного моде-

лирования процесса стружкообразования, расчета сил и температур резания. В частности, расчет сил для фрезерования проводят в программной среде ABAQUS с использованием модели динамического разрушения материала Джонсона — Кука [9]. Подобное моделирование возможно в исследовательских лабораториях и затруднено для использования в инженерных приложениях.

Основываясь на проведенном обзоре литературных источников, обоснована необходимость развития аналитических методов расчета силовых параметров процесса фрезерования. В настоящей статье приведена методика, позволяющая без дополнительных экспериментов рассчитать силы и крутящий момент при обработке твердосплавными концевыми фрезами заготовок из различных материалов.

Помимо отмеченных факторов методика учитывает влияние геометрических параметров зуба фрезы: γ и α — переднего и заднего углов; ω — угла наклона винтовой линии зуба к оси; r — радиуса закругления вершины. Концевая фреза имеет следующие конструктивные параметры: наружный диаметр d и число зубьев z . Такой инструмент обрабатывает паз или уступ с шириной резания B (размер, параллельный оси фрезы) и глубиной резания t (размер, перпендикулярный оси).

Кинематическими параметрами являются частота вращения n и подача фрезы со скоростью s_m . Инструмент вращается и перемещается с кинематическими движениями, как показано на рис. 1, частный случай — он обрабатывает полный паз, когда глубина фрезерования равна диаметру инструмента. Показана фреза с правой винтовой канавкой и праворежущая.

Каждый зуб фрезы имеет начальную точку контакта n_c на дуге окружности в плоскости станочной системы координат (ССК) $Ox_c Y_c Z_c$. В положительном направлении угловая координата ψ_n положения зуба на дуге контакта откладывается от точки m_c против хода часовой

Таблица 1

Результаты расчета по степенным уравнениям (1)

Подача s_z , мм/зуб	Скорость резания v , м/мин	Сила резания P_z , Н	Крутящий момент M , Н·м
0,03	180,7	1235,1	7,4
0,05	158,2	1780,7	10,7
0,07	145,0	2266,0	13,6
0,10	132,1	2925,5	17,6
0,12	126,0	3333,5	20,0

стрелки, в отрицательном — по ходу часовой стрелки. Для прямоугольной фрезы конечной точкой контакта является точка m_c . Для фрезы с винтовым зубом и углом $\omega > 0$ конечная точка контакта имеет отрицательное значение угла положения ψ_n .

На схеме, приведенной на рис. 1, также показана система координат YZ , ось Y направлена в вершине зуба по радиусу, ось Z — по касательной к окружности вращения зуба. В этой системе координат традиционно для определения параметров резания заданы радиальная P_y и тангенциальная P_z составляющие силы.

Режущая кромка зуба разделена на две части: винтовую кромку 12 с углом наклона к оси фрезы ω и кромку по дуге 23 с радиусом закругления вершины r . Длина винтовой кромки зуба на цилиндрической части фрезы b определена упрощенно как гипотенуза развернутого прямоугольного треугольника и разделена на n_b участков. Точка пересечения винтовой кромки 12 с окружностью наружного диаметра фрезы в плоскости ССК обозначена на рис. 1 как n_j .

Кромка по дуге также разбита на k участков, каждый из которых имеет ширину $b_i = r\epsilon/k$, радиус относительно оси вращения фрезы R_i и угловую координату ϵ_i . Число участков на цилиндрической и радиусной частях зуба пропорционально соответствующим длинам.

Каждый i -й участок на винтовой кромке зуба имеет угловую координату ψ_i и соответствующую координату по оси OZ_c — z_i .

На винтовую режущую кромку каждого участка со стороны обрабатываемого материала действует тангенциальная P_{zi} (по касательной к окружности вращения) и радиальная P_{yi} (по радиусу) составляющие силы резания. Их можно разложить на продольную F_{xi} (по направлению подачи) и поперечную F_{yi} составляющие силы резания, действующие в ССК.

Осевая составляющая силы резания F_{zi} найдена по рекомендациям А.М. Розенберга, а также по справочным данным [6]. Соответствующие векторы в ССК определены их проекциями:

- для угловой координаты $\psi_i < \pi/2$

$$\begin{aligned} F_{xi} &= P_{zi} \cos \psi_i - P_{yi} \sin \psi_i; \\ F_{yi} &= P_{zi} \sin \psi_i + P_{yi} \cos \psi_i; \\ F_{zi} &= 0,28P_{zi} \operatorname{tg} \omega; \end{aligned} \quad (2)$$

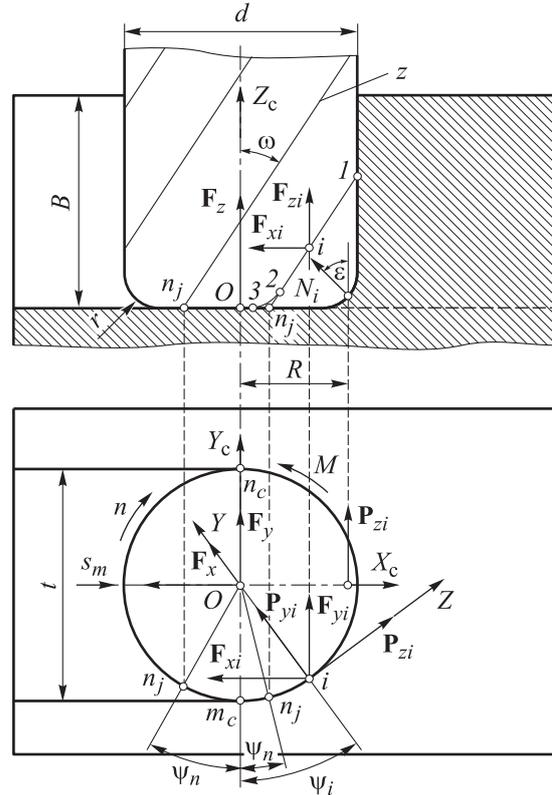


Рис. 1. Схема для расчета сил при фрезеровании концевой фрезой

- для угловой координаты $\psi_i \geq \pi/2$

$$\begin{aligned} F_{xi} &= -P_{zi} \sin (\psi_i - \pi/2) - P_{yi} \cos (\psi_i - \pi/2); \\ F_{yi} &= P_{zi} \cos (\psi_i - \pi/2) - P_{yi} \sin (\psi_i - \pi/2); \\ F_{zi} &= 0,28P_{zi} \operatorname{tg} \omega. \end{aligned} \quad (3)$$

На радиусную часть режущей кромки зуба 23 участка действуют тангенциальная P_{zi} и нормальная N_i составляющие силы резания. На рис. 1 показан частный случай, когда $\psi_i = \pi/2$. Аналогично винтовой режущей кромке определены координаты векторов в ССК:

- для угловой координаты $\psi_i < \pi/2$

$$\begin{aligned} F_{xi} &= -N_i \sin \epsilon_i \sin \psi_i + P_{zi} \cos \psi_i; \\ F_{yi} &= N_i \sin \epsilon_i \cos \psi_i + P_{zi} \sin \psi_i; \\ F_{zi} &= N_i \cos \epsilon_i; \end{aligned} \quad (4)$$

- для угловой координаты $\psi_i \geq \pi/2$

$$\begin{aligned} F_{xi} &= -N_i \sin \epsilon_i \cos (\psi_i - \pi/2) - P_{zi} \sin (\psi_i - \pi/2); \\ F_{yi} &= -N_i \sin \epsilon_i \sin (\psi_i - \pi/2) + P_{zi} \cos (\psi_i - \pi/2); \\ F_{zi} &= N_i \cos \epsilon_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, для текущего положения зуба фрезы, задаваемого углом положения ψ_n ,

можно определить суммарные составляющие силы резания в ССК и крутящий момент на винтовой и радиусной частях режущей кромки суммированием по участкам:

$$\begin{aligned} F_x &= \sum_{i=1}^{n_b} F_{xi} + \sum_{i=1}^k F_{xi}; F_y = \sum_{i=1}^{n_b} F_{yi} + \sum_{i=1}^k F_{yi}; \\ F_z &= \sum_{i=1}^{n_b} F_{zi} + \sum_{i=1}^k F_{zi}; M = \frac{d}{2000} \sum_{i=1}^{n_b} P_{zi} + \sum_{i=1}^k P_{zi} \frac{R_i}{1000}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для расчета по выражениям (2)–(6) необходимо знать тангенциальную, радиальную и нормальную составляющие силы резания, действующие на каждом участке винтовой и радиусной частей режущей кромки. Вопросы определения толщины срезаемого слоя, угла сдвига, силы стружкообразования, тангенциальной и радиальной составляющих силы резания по участкам режущей кромки для общего случая обработки концевой фрезой (в том числе с подачей, направленной под углом τ к горизонтальной плоскости) подробно рассмотрены в статьях [10, 11]. При горизонтальном движении подачи (см. рис. 1) угол врезания $\tau = 0$, а влияние торцевой режущей кромки исключено.

Для расчета угла сдвига β_i использовано выражение, учитывающее его зависимость от ширины участка b_i , толщины срезаемого слоя на участке кромки a_i , упругой постоянной η двух соприкасающихся материалов (обрабатываемого и инструментального) и переднего угла γ_i : $\beta_i = f(b_i, a_i, \eta, \gamma_i)$. Значение переднего угла усреднено с учетом его изменения по радиусу округления кромки. Результирующая сила стружкообразования на передней поверхности рассчитана через угол сдвига и касательное напряжение в плоскости сдвига τ_p : $R_{ci} = f(b_i, a_i, \beta_i, \tau_p)$.

Нормальные и касательные силы на дуге округления режущей кромки и задней поверхности инструмента определены через контактное давление, площадь контакта и коэффициент трения. Тангенциальная и радиальная составляющие силы резания на каждом участке режущей кромки имеют вид

$$\begin{aligned} P_{zi} &= R_{czi} + P_{mzi} + F_{2i}; \\ P_{yi} &= R_{cyi} + P_{myi} + P_{2i}, \end{aligned} \quad (7)$$

где R_{czi} , R_{cyi} и P_{mzi} , P_{myi} — составляющие от силы стружкообразования и радиальной силы на радиусе округления кромки; F_2 и P_2 — сила соответственно трения и нормальная на задней поверхности лезвия.

Аналитический расчет составляющих в выражениях (7) изложен в ряде работ автора, в том числе по фрезерованию [10, 11]. По уровню эти расчеты являются инженерными и, в частности, их используют студенты при выполнении домашнего задания по основам теории резания. Методика решения приведена в учебном пособии [12].

Характерной особенностью и определенной новизной расчета сил резания в данной статье является переход от каждого участка ко всей режущей кромке путем суммирования сил в ССК и момента относительно оси фрезы. Аналитически решить такую задачу трудно, поэтому решение найдено алгоритмически и по разработанной программе *Trailer_mill.exe*.

Выбраны базовые условия и значения параметров: концевая фреза из твердого сплава марки Т15К6 диаметром $d = 12$ мм; передний угол $\gamma = 16^\circ$; задний угол $\alpha = 15^\circ$; угол наклона кромки к оси $\omega = 45^\circ$; радиус закругления вершины $r = 0,2$ мм; радиус округления кромки $\rho = 0,01$ мм; износ по задней поверхности $h_z = 0$; ширина фрезерования $B = 12$ мм. Для обрабатываемого материала — стали 45 — принята частота вращения $n = 4200$ мин⁻¹; подача на зуб $s_z = 0,05$ мм.

Толщина срезаемого слоя a_i для каждого участка шириной b_i со своим углом контакта ψ_i определены по известным выражениям. Для винтового зуба, положение которого в каждый момент времени задано углом ψ_n , площадь срезаемого слоя определена суммированием по участкам:

$$F_{ab} = \sum_{i=1}^{n_b} a_i b_i \cos \omega.$$

Значение параметра F_{ab} непосредственно в расчетах не использовано и рассмотрено для анализа положения зуба с наибольшими значениями площади, момента и силы резания.

Получены следующие результаты при базовых условиях по одному зубу:

- зависимость площади срезаемого слоя от угла положения зуба фрезы при разной глубине резания (рис. 2); при обработке полного паза глубиной $t = d = 12$ мм и шириной $B = 12$ мм угол контакта изменяется от 180 до -113° ;

- зависимость площади срезаемого слоя от угла положения зуба фрезы для различных значений угла наклона кромки при обработке полного паза (рис. 3, а): с увеличением угла наклона кромки растет угол контакта, а максимум

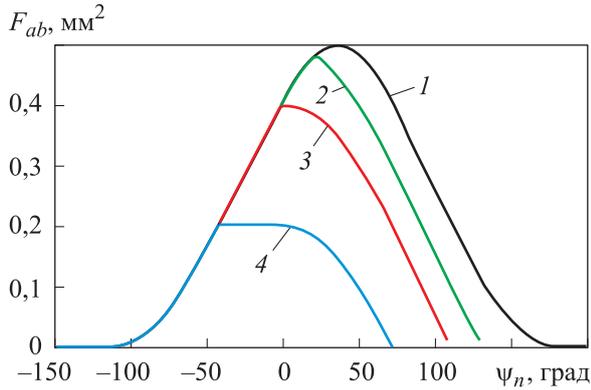


Рис. 2. Зависимость площади срезаемого слоя F_{ab} от угла положения зуба ψ_n фрезы при глубине резания $t = 12$ (1), 10 (2), 8 (3) и 4 мм (4)

площади среза смещается к меньшим значениям угла положения;

- зависимость крутящего момента от угла положения зуба фрезы (рис. 3, б); наибольшее значение момента повышается с ростом угла наклона кромки, что связано с увеличением ширины кромки;

- зависимость составляющих силы резания в ССК от угла положения зуба фрезы при угле его наклона $\omega = 45^\circ$ (рис. 4).

Расчет момента и составляющих силы резания выполнялся, если толщина срезаемого слоя на участке кромки $a_i \geq 1,75\rho$, в противном случае принимались нулевые значения. Графики момента качественно не отличаются от таковых для площади срезаемого слоя, а максимальные значения совпадают по углу положения. Составляющая силы резания F_x почти для всех углов положения зуба фрезы имеет отрицательное значение, т. е. действует на инструмент против движения подачи. Для больших отрицательных значений этого угла составляющая силы F_x действует на инструмент по направлению движения подачи. Составляющая силы F_y имеет положительное значение и действует на фрезу «против вращения», а составляющая силы F_z — на шпиндель станка.

Момент и составляющие силы резания для однозубой фрезы имеют ярко выраженный переменный характер, их максимальные значения не совпадают по углу положения зуба, что затрудняет их измерение и количественное определение при проведении экспериментальных исследований с использованием стандартного динамометра.

С увеличением подачи составляющие силы резания и крутящий момент растут. В табл. 2

приведены их значения для однозубой фрезы, соответствующие углу положения $\psi_n = 33^\circ$ с максимальным значением крутящего момента.

Расчетные значения крутящего момента соответствуют значениям, полученным по эмпирическим степенным зависимостям и приведенным в табл. 1.

Для различных обрабатываемых материалов составляющие силы резания и крутящий момент

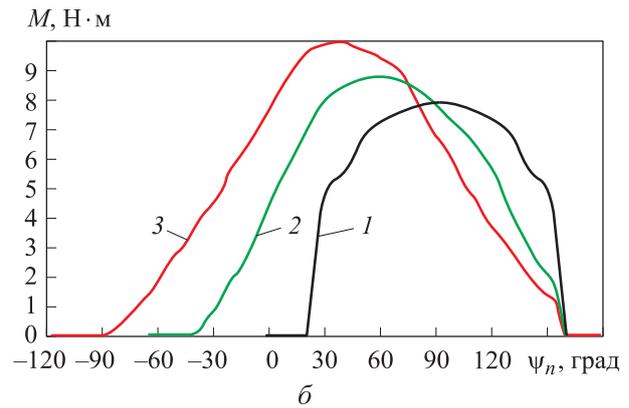
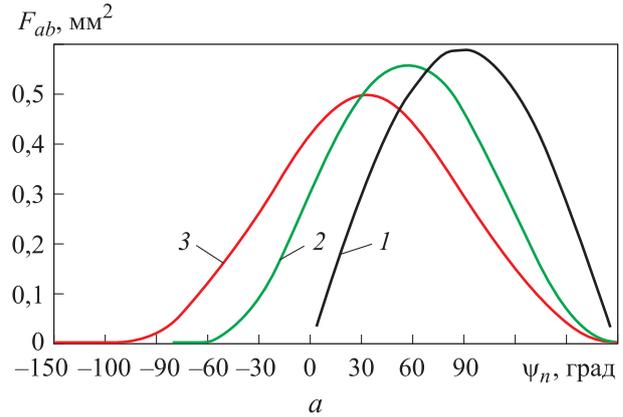


Рис. 3. Зависимости площади срезаемого слоя F_{ab} (а) и крутящего момента M (б) от угла положения зуба ψ_n фрезы при угле его наклона $\omega = 0$ (1), 30 (2) и 45° (3)

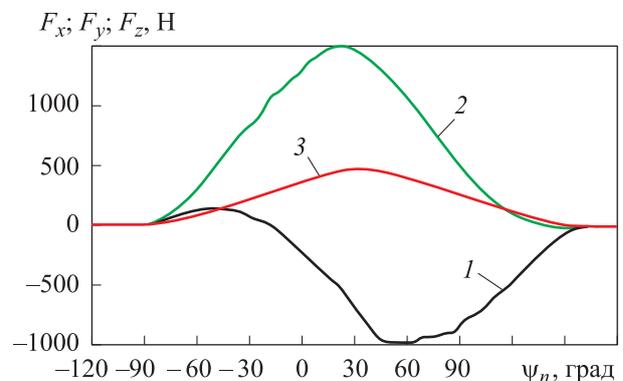


Рис. 4. Зависимость составляющих силы резания в ССК F_x (1), F_y (2) и F_z (3) от угла положения зуба ψ_n фрезы при угле его наклона $\omega = 45^\circ$

Таблица 2

Результаты расчета составляющих силы резания и крутящего момента однозубой фрезы при различных значениях подачи на зуб

Подача на зуб s_z , мм	Составляющие силы резания, Н			Крутящий момент M , Н·м
	F_x	F_y	F_z	
0,05	-797,8	1439,0	465,2	10,0
0,08	-1072,0	2149,0	691,4	14,8
0,12	-1357,0	3017,0	972,4	20,8

увеличиваются с ростом прочности и соответствующего напряжения в плоскости сдвига. В табл. 3 приведены соответствующие результаты для алюминиевых сплавов в сравнении с базовым обрабатываемым материалом. Частота вращения шпинделя n при обработке алюминиевых сплавов принята равной $12\,000\text{ мин}^{-1}$.

С увеличением числа зубьев фрезы растет число зубьев, одновременно режущих и находящихся на дуге контакта. Для базовых условий начальный угол положения зуба фрезы $\psi_n = 180^\circ$, а конечный $\psi_n = -113^\circ$. Таким образом, суммарный угол контакта по положению зуба составляет 293° , в отличие от угла контакта по дуге обрабатываемой поверхности для фрезы с прямым зубом, равным 180° .

От числа зубьев фрезы зависит равномерность обработки, которую будем оценивать по изменению крутящего момента при вращении инструмента. Результаты анализа положения зубьев и соответствующих моментов по суммарному углу контакта для дву- и трехзубой фрез приведены на рис. 5, а и б соответственно. Здесь видно, что у фрезы с двумя зубьями суммарный крутящий момент имеет значительное изменение, а у фрезы с тремя зубьями он несколько больше, но его изменение существенно меньше.

Для шестизубой фрезы суммарный момент значительно возрастает, так как все зубья являются одновременно режущими, изменение момента такое же, как у трехзубого инструмен-

Таблица 3

Результаты расчета составляющих силы резания и крутящего момента для различных обрабатываемых материалов

Материал	Предел прочности σ_b , МПа	Твердость НВ, МПа	Напряжение в плоскости сдвига τ_p , МПа	Составляющие силы резания, Н			Крутящий момент M , Н·м
				F_x	F_y	F_z	
АМг6	300	858	285	-295	540	175	3,7
Д16	400	1142	380	-390	713	231	5,0
В95Т1	524	1497	498	-464	847	274	5,9
Сталь 45	631	1828	583	-797	1438	465	10,0

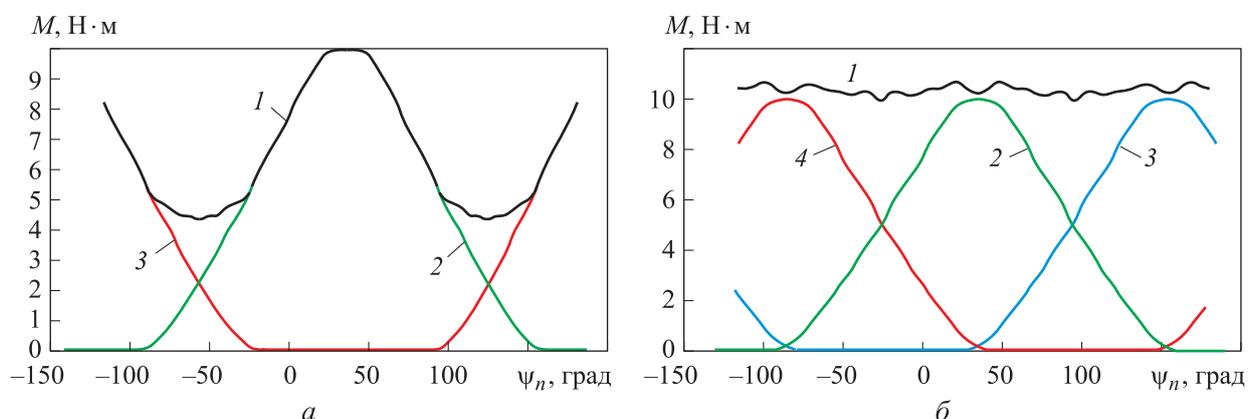


Рис. 5. Влияние угла положения зуба ψ_n дву- (а) и трехзубой (б) фрез на крутящий момент M : 1 — суммарный; 2–4 — от первого–третьего зубьев

та. Результаты анализа приведены в табл. 4. Дополнительно показано значение коэффициента равномерности периферийного фрезерования, который равен отношению ширины фрезерования к осевому шагу зубьев ($K_r = (Bz/\pi d)\text{tg } \omega$) и должен стремиться к целому числу.

Аналогичные результаты получены по составляющим силы резания. Минимальные, максимальные значения и изменения по двум составляющим силы резания при разном числе зубьев фрезы приведены в табл. 5. Следует отметить значительное увеличение составляющих силы для фрезы с шестью зубьями.

Также проанализировано влияние на силы резания радиуса закругления вершины r и износа зуба, который может характеризоваться двумя параметрами: значением площадки износа по задней поверхности h_z и радиусом округления кромки ρ .

С увеличением радиуса закругления вершины зуба уменьшается длина режущей кромки на цилиндрической части 12 и увеличивается дли-

на дуги радиусной части 23 (см. рис. 1). Следует учитывать, что участки на дуге 23 имеют соответствующие радиусы относительно оси фрезы R_i , которые меньше, чем радиус цилиндрической части фрезы.

В табл. 6 приведены значения крутящих моментов для кромок зуба фрезы при разном радиусе закругления его вершины. Для исследования приняты следующие значения параметров: подача на зуб $s_z = 0,12$ мм, радиус округления кромки $\rho = 0,01$ мм и износ по задней поверхности $h_z = 0,1$ мм. Первый зуб имел угол положения, соответствующий максимальной площади срезаемого слоя, второй — угол положения через угловой шаг зубьев. Отмечена тенденция снижения крутящего момента по цилиндрической кромке и увеличения крутящего момента по дуге радиусной кромки. Суммарный момент уменьшается с увеличением радиуса закругления вершины зуба.

С увеличением износа задней поверхности составляющие силы резания и крутящий мо-

Таблица 4

Значения суммарного крутящего момента и коэффициента равномерности при разном числе зубьев фрезы

Число зубьев z	Суммарный крутящий момент, Н·м			Коэффициент равномерности K_r
	минимальный	максимальный	изменение	
1	0	10,00	10,00	0,32
2	4,40	10,00	5,60	0,63
3	9,94	10,67	0,73	0,96
6	20,15	20,91	0,76	1,91

Таблица 5

Значения составляющих силы резания при разном числе зубьев фрезы

Число зубьев z	Составляющая силы F_x , Н			Составляющая силы F_y , Н		
	минимальная	максимальная	изменение	минимальная	максимальная	изменение
1	-985,3	146,9	1132,1	-6,2	1535,0	1541,2
3	-895,1	-682,6	212,5	1351,5	1534,7	183,3
6	-1694,5	-1477,0	217,4	2795,4	2999,6	204,2

Таблица 6

Значения крутящих моментов при разном радиусе закругления вершины зуба

Радиус r , мм	Число участков		Крутящий момент, Н·м		
	n_b	k	по цилиндрической кромке	по радиусной кромке	суммарный
0,2	17	1	23,33/1,76	0,23/0,20	25,52
1,0	16	2	22,15/1,09	1,24/0,56	25,04
2,0	14	3	20,59/0,48	2,61/1,15	24,84
3,0	13	5	18,80/0,52	3,41/1,54	24,27

Примечание. В числителе дроби указаны значения крутящего момента от первого зуба, в знаменателе — от второго.

Таблица 7

**Значения составляющих силы резания и крутящего момента
при разном износе задней поверхности зуба фрезы**

Износ h_z , мм	Составляющие силы резания, Н			Крутящий момент M , Н·м
	F_x	F_y	F_z	
0	-1603,1	3001,9	1053,3	22,45
0,1	-2760,3	3191,2	1225,2	25,52
0,3	-5186,2	3543,9	1562,9	31,48

Таблица 8

**Значения составляющих силы резания и крутящего момента
при разном радиусе округления кромки**

Радиус округления кромки ρ , мм	Составляющие силы резания, Н			Крутящий момент M , Н·м
	F_x	F_y	F_z	
0,01	-2760,3	3191,2	1225,2	25,52
0,02	-2923,4	3471,7	1264,5	26,13
0,03	-2936,1	3699,4	1208,4	25,89

мент растут. В расчете принято допущение о равномерной площадке износа по задней поверхности цилиндрической и радиусной частей режущей кромки зуба. В табл. 7 приведены значения составляющих силы резания и крутящего момента при разном износе задней поверхности зуба фрезы.

Износ зуба фрезы в виде увеличения радиуса округления режущей кромки приводит к изменению значений составляющих силы резания и крутящего момента. В табл. 8 приведены значения составляющих силы и крутящего момента для изношенных зубьев фрезы в виде равномерной площадки по задней поверхности $h_z = 0,1$ мм и округления режущей кромки с различным радиусом. Для расчета приняты следующие значения параметров: подача $s_z = 0,12$ мм; радиус округления кромки $\rho = 0,01$ мм; радиус закругления вершины зуба $r = 0,2$ мм.

Крутящий момент и составляющая силы резания F_z , действующая вдоль оси фрезы, практически не изменяются (см. табл. 8). Составляющая силы резания по направлению скорости подачи F_x и перпендикулярная ей F_y возрастают в гораздо меньшей степени, чем при увеличении износа.

С учетом проведенного анализа составляющих силы и крутящего момента резания при обработке концевой фрезой можно отметить следующие общие положения:

- линией приложения момента является ось инструмента, поэтому расчетные значения крутящего момента могут быть применены как

ограничения при выборе шпинделя фрезерного станка, а также для расчета фрезерного патрона;

- точка приложения силы резания как суммарного вектора по составляющим вдоль осей ССК не определена; условно составляющие силы можно приложить в центр фрезы и использовать их для выбора привода подачи и расчета деформаций элементов технологической системы;

- для прочностного расчета инструмента целесообразно проводить суммирование по выражениям (6), а граничные условия на лезвии зуба необходимо задавать в виде распределенной нагрузки по участкам вдоль режущей кромки зуба фрезы.

Разработанный алгоритм и программа позволяют рассчитать по участкам вдоль режущей кромки параметры: длины контактных площадок по передней и задней поверхностям с учетом округления кромки; касательные и нормальные давления; тангенциальную и радиальную составляющие силы резания; составляющие силы резания в ССК.

В качестве примера на рис. 6 показано изменение составляющих силы резания по участкам для цилиндрической части режущей кромки при условиях фрезерования по базовому варианту (угол наклона зуба к оси $\omega = 45^\circ$, износ $h_z = 0$). Зуб фрезы занимает угловое положение $\psi_n = 33^\circ$, т. е. имеет наибольшую площадь срезаемого слоя и крутящий момент в соответствии с рис. 3, а и б.

Режущая кромка разбита на семнадцать участков, середины которых имеют соответ-

ствующие угловые координаты — углы контакта — в диапазоне $\psi_i = 33,0 \dots 145,6^\circ$. Общая длина кромки $b = 16,7$ мм. При суммировании составляющих силы резания по всем участкам получены следующие значения: $F_x = -798$ Н; $F_y = 1439$ Н; $F_z = 465$ Н. Это соответствует графикам, приведенным на рис. 4 для выбранного угла положения. Угловая координата, характеризующая положение участка на режущей кромке, может быть пересчитана в соответствующие линейные в ССК:

$$x_i = \frac{d}{2} \sin \psi_i; \quad y_i = -\frac{d}{2} \cos \psi_i; \quad z_i = \frac{(\psi_i - \psi_n)d}{2 \operatorname{tg} \omega}.$$

Точку приложения составляющих силы резания на каждом участке можно условно считать точкой пересечения передней и задней поверхностей. В этом случае могут быть рассчитаны радиальные напряжения от сосредоточенной силы в режущем клине инструмента и выполнена проверка по прочностному критерию. Соответствующие формулы для расчета

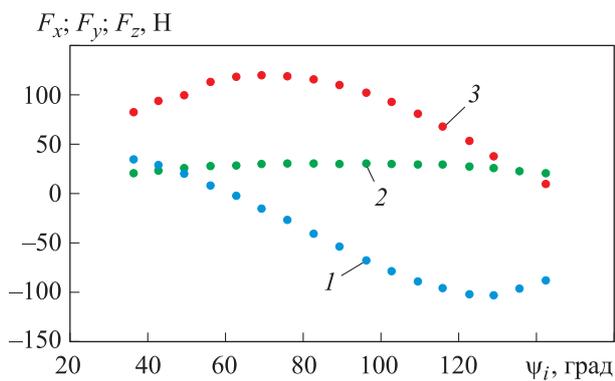


Рис. 6. Зависимость составляющих силы резания F_x (1), F_z (2) и F_y (3) на участках вдоль режущей кромки от угловой координаты ψ_i

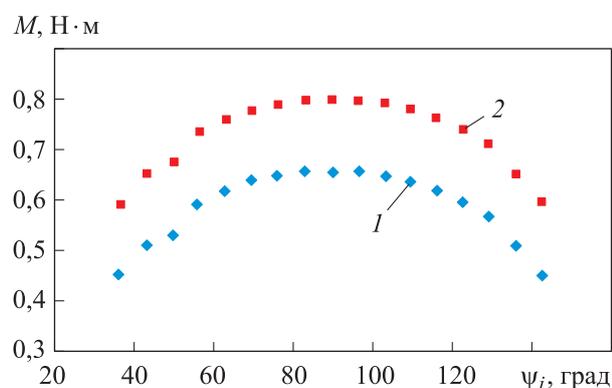


Рис. 7. Зависимость крутящего момента M на участках вдоль режущей кромки от угловой координаты ψ_i при износе $h_z = 0$ (1) и $0,1$ мм (2)

со ссылками на первоисточники приведены в учебном пособии [12]. Для прочностного расчета лезвия инструмента по методу конечных элементов силы следует заменить контактными давлениями с реальными размерами контактных площадок.

Распределение крутящего момента по участкам на режущей кромке для нулевого износа и износа задней поверхности $h_z = 0,1$ мм показано на рис. 7. Здесь максимальное значение момента соответствует участку с угловой координатой $\psi_i = 90^\circ$ и линейными координатами $y_i = 0$; $x_i = 6$ мм; $z_i = 5,9$ мм.

Выводы

1. Расчет сил резания и крутящего момента по степенным зависимостям, приведенным в справочных литературных источниках, можно проводить только для соответствующих условий, определенных прежде всего выбором инструментального и обрабатываемого материалов. Использование поправочных коэффициентов может привести к значительным погрешностям. Расчет тангенциальной составляющей силы резания по удельной силе и толщине срезаемого слоя является разновидностью расчета по степенным зависимостям.

2. Разработанная методика по силам резания и крутящему моменту для обработки концевыми фрезами, реализованная программно, позволяет выполнить расчет по заданным условиям и параметрам без дополнительных экспериментов. Проанализировано влияние глубины, подачи, износа лезвия с учетом влияния ширины фрезерования и диаметра фрезы на силы резания и крутящий момент. Значение угла наклона кромки к оси фрезы целесообразно увеличивать до 45° , а число зубьев — до трех для повышения равномерности обработки. Увеличивать число зубьев до шести нецелесообразно в связи с ростом силы резания и крутящего момента.

3. Эксперименты по силам резания и крутящему моменту при фрезеровании можно проводить только при условиях, обеспечивающих достаточную равномерность. Для общих условий фрезерования максимальные значения составляющих силы резания и момента не совпадают по углу контакта.

4. Расчетная методика может быть распространена на другие виды фрезерования и обрабатываемые материалы.

Литература

- [1] Rott O., Homberg D., Mense C. *A comparison of analytical cutting force models*. Preprint no. 1151, WIAS, Berlin, 2006. 23 p.
- [2] Altintas Yu. *Manufacturing Automation*. Cambridge University Press, 2000. 286 p.
- [3] Faassen R.P.H., Van de Wouw N., Oosterling J.A.J., Nijmeijer H. Prediction of regenerative chatter by modelling and analysis of high-speed milling. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2003, vol. 43, iss. 14, pp. 1437–1446, doi: [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(03\)00171-8](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00171-8)
- [4] Алейников Д.П., Лукьянов А.В. Моделирование сил резания и определение вибродиагностических признаков дефектов концевых фрез. *Системы. Методы. Технологии*, 2017, № 1(33), с. 39–47, doi: 10.18324/2077-5415-2017-1-39-47
- [5] Древаль А.Е., Виноградов Д.В., Мальков О.В. Определение минимального диаметра концевой фрезы. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2015, № 11, с. 43–59. URL: <http://engineering-science.ru/doc/827318.html> (дата обращения 05 апреля 2020), doi: 10.7463/1115.0827318
- [6] Васильев А.С., Кутин А.А., ред. *Справочник технолога-машиностроителя. В 2 т. Т. 2*. Москва, Инновационное машиностроение, 2018. 818 с.
- [7] Гуревич Я.Л. *Режимы резания труднообрабатываемых материалов: Справочник*. Москва, Машиностроение, 1986. 240 с.
- [8] Бондаренко И.Р. Оценка некоторых подходов к определению силы резания при фрезеровании на высоких и сверхвысоких подачах. *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*, 2017, № 7, с. 131–135, doi: 10.12737/article_5940f01a2f8156.34410116
- [9] Медведев Ф.В., Черемных Е.А. Физико-геометрический расчетный комплекс «динамика концевой фрезерования». *Вестник ИРГТУ*, 2010, № 6(46), с. 40–48.
- [10] Грубый С.В., Зайцев А.М. Исследование концевых фрез при фрезеровании корпусных деталей из алюминиевых сплавов. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2013, № 12, с. 31–52. URL: <http://engineering-science.ru/doc/634375.html> (дата обращения 05 апреля 2020), doi: 10.7463/1213.0634375
- [11] Грубый С.В., Зайцев А.М. Обоснование условий фрезерования карманов в корпусных деталях из алюминиевых сплавов. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2014, № 5, с. 11–30. URL: <http://engineering-science.ru/issue/704624.html> (дата обращения 05 апреля 2020), doi: 10.7463/0514.0709770
- [12] Грубый С.В. *Расчет параметров и показателей процесса резания*. Вологда, Инфра-Инженерия, 2020. 192 с.

References

- [1] Rott O., Homberg D., Mense C. *A comparison of analytical cutting force models*. Preprint no. 1151, WIAS, Berlin, 2006. 23 p.
- [2] Altintas Y. *Manufacturing Automation*. Cambridge University Press, 2000. 286 p.
- [3] Faassen R.P.H., Van de Wouw N., Oosterling J.A.J., Nijmeijer H. Prediction of regenerative chatter by modelling and analysis of high-speed milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, vol. 43, iss. 14, pp. 1437–1446, doi: [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(03\)00171-8](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00171-8)
- [4] Aleynikov D.P., Luk'yanov A.V. Cutting forces modeling and vibration diagnostics of signs of end mills defects. *Systems. Methods. Technologies*, 2017, no. 1(33), pp. 39–47 (in Russ.), doi: 10.18324/2077-5415-2017-1-39-47
- [5] Dreval' A.E., Vinogradov D.V., Mal'kov O.V. Defining a Minimum End Mill Diameter. *Sciences and Education of BMSTU*, 2015, no. 11, pp. 43–59 (in Russ.). Available at: <http://engineering-science.ru/doc/827318.html> (accessed 05 April 2020), doi: 10.7463/1115.0827318
- [6] *Spravochnik tekhnologa-mashinostroitelya* [Reference technologist-mechanical engineer]. Vol. 2. Ed. Vasil'yev A.S., Kutin A.A. Moscow, Innovatsionnoye mashinostroyeniye publ., 2018. 818 p.

- [7] Gurevich Ya.L. *Rezhimy rezaniya trudnoobrabatyvayemykh materialov: Spravochnik* [Cutting modes for hard-to-work materials: Reference]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1986. 240 p.
- [8] Bondarenko I.R. Appraisal of some methods to define the cutting force in high and extra high feeding milling. *Vestnik BGTU im. V.G. Shukhova*, 2017, no. 7, pp. 131–135 (in Russ.), doi: 10.12737/article_5940f01a2f8156.34410116
- [9] Medvedev F.V., Cheremnykh E.A. Physical and geometric calculated complex “dynamics of end milling process”. *Proceedings of Irkutsk State Technical University*, 2010, no. 6(46), pp. 40–48 (in Russ.).
- [10] Grubyy S.V., Zaytsev A.M. Research of end mills during milling of body parts made of aluminum alloys. *Sciences and Education of BMSTU*, 2013, no. 12, pp. 31–52 (in Russ.). Available at: <http://engineering-science.ru/doc/634375.html> (accessed 05 April 2020), doi: 10.7463/1213.0634375
- [11] Grubyy S.V., Zaytsev A.M. The Provement of the Conditions of End Mill Operation in External Panels of the Aluminum Alloys. *Sciences and Education of BMSTU*, 2014, no. 5, pp. 11–30 (in Russ.). Available at: <http://engineering-science.ru/issue/704624.html> (accessed 05 April 2020), doi: 10.7463/0514.0709770
- [12] Grubyy S.V. *Raschet parametrov i pokazateley protsessa rezaniya* [Calculation of parameters and indicators of the cutting process]. Vologda, Infra-Inzheneriya publ., 2020. 192 p.

Статья поступила в редакцию 15.06.2020

Информация об авторе

ГРУБЫЙ Сергей Витальевич — доктор технических наук, заведующий кафедрой «Инструментальная техника и технологии». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: grusv@yandex.ru; grusv_16@bmstu.ru).

Information about the author

GRUBYI Sergei Vitalievich — Doctor of Science (Eng.), Head of Tools and Tooling Technology Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: grusv@yandex.ru; grusv_16@bmstu.ru).

Просьба сослаться на эту статью следующим образом:

Грубый С.В. Расчет сил и момента резания при фрезеровании концевыми фрезами. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 10, с. 26–37, doi: 10.18698/0536-1044-2020-10-26-37

Please cite this article in English as:

Grubyy S.V. Calculation of the Cutting Forces and Torque when Milling with End Mills. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 10, pp. 26–37, doi: 10.18698/0536-1044-2020-10-26-37



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебно-методическое пособие

«Расчет погрешности размера и погрешности формы при многоинструментальной обработке»

Авторы: А.П. Яковлева, Л.В. Савельева, А.В. Зайцев,
Ю.С. Иванова, В.В. Галий

Содержит описание и анализ особенностей возникновения погрешности по дисциплине «Комплексная автоматизация технологических процессов» для конкретной детали.

Для студентов МГТУ им. Н. Э. Баумана, обучающихся по специальности 15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов», а также молодых специалистов и инженеров.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru