

Энергетическое, металлургическое и химическое машиностроение

УДК 621.515

doi: 10.18698/0536-1044-2020-6-17-35

Разработка и внедрение новой математической модели тангенциальных выходных устройств центробежных компрессоров*

А.А. Дроздов, Ю.Б. Галеркин, А.А. Уцеховский

Объединенный научно-технологический институт ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Development and Implementation of a New Mathematical Model of the Tangential Exit Nozzles in Centrifugal Compressors

A.A. Drozdov, Y.B. Galerkin, A.A. Utsekhovskiy

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

Для оптимального газодинамического проектирования центробежных компрессоров применяют различные инженерные подходы. К их числу относится разработанный в Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого Метод универсального моделирования, представляющий собой набор компьютерных программ. Тангенциальные выходные устройства являются элементами проточной части центробежного компрессора. Анализ результатов исследований тангенциальных выходных устройств на основе текущей версии математической модели показал необходимость ее усовершенствования. В основу новой модели положены следующие положения: проходное сечение определяется с использованием уравнения расходов на входе и выходе в выходное устройство (причем полученные размеры следует увеличить на 25...35 % согласно известным отечественным рекомендациям); реальный характер течения потока газа в выходном устройстве учитывается введением эмпирического коэффициента в уравнение расходной составляющей скорости; выходной диффузор профилируется с учетом оптимального угла раскрытия эквивалентного конического диффузора; язык улитки смещается из сечения с углом раскрытия 0° в сечение с углом раскрытия 30° , что способствует выравниванию параметров потока газа по окружности и уменьшает суммарные потери. Для упрощения процесса расчетов в математической модели принята постоянная плотность газа по длине улитки. Окружная составляющая скорости потока также рассчитывается приближенно по уравнению постоянства циркуляции без учета вязкости. В улитках и сборных камерах потери вычисляются в радиальной и меридиональной плоскостях. В радиальной плоскости главными являются потери напора трения,

* Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 18-79-10165.

в меридиональной — потери напора расширения. Для трапециевидной улитки эти потери напора определяются в зависимости от угла ее раскрытия. В нерасчетных режимах работы к указанным потерям добавляются потери напора вследствие ударного обтекания языка улитки. Предложенная модель применена в новой версии Метода универсального моделирования. Модель была идентифицирована по результатам приемосдаточных испытаний турбодетандерных агрегатов и турбоагнетателей двигателей внутреннего сгорания.

Ключевые слова: ступень центробежного компрессора, тангенциальное выходное устройство, улитка, сборная камера, математическая модель, коэффициент потерь

Various engineering techniques are used for optimal gas-dynamic design of centrifugal compressors. This includes a universal modelling method that consists of software programs developed at Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Tangential exit nozzles are elements of the centrifugal compressor flow path. The analysis of the results of the tangential exit nozzle calculations using the current mathematical model showed a need of improvement. The following main provisions formed a basis for a new model: the size of the passage is determined using the flow rate equation at the entrance and exit of the output unit (the calculated cross sections should be increased by 25–35% according to the recognized recommendations by Russian experts); the real nature of the flow in the output unit is taken into account by introducing an empirical coefficient in the equation of the circumferential component of velocity; the output diffuser is designed taking into account the optimal angle of expansion of an equivalent conical diffuser; the scroll tongue is shifted from a section with an angle of expansion of 0° to a section with an angle of expansion of 30° , which aids levelling the circumferential flow parameters and reduces total losses. To simplify the calculation process, a constant density along the scroll length is adopted in the mathematical model. The circumferential component of velocity is also determined approximately using the flow continuity equation without taking viscosity into account. Losses in scrolls and annular chambers are calculated in the radial and meridional planes. In the radial plane, the main losses are friction losses, whereas in the meridional plane, the main losses are due to expansion. For a trapezoid scroll, these pressure losses are determined depending on the scroll's expansion angle. In the off-design operating modes, incidental losses due to impact flow around the scroll tongue are added. The presented model was implemented in the new version of the universal modeling method. The mathematical model was identified by the results of the commissioning test of the turboexpanders and turbochargers.

Keywords: centrifugal compressor stage, tangential exit nozzles, scroll, annular chamber, mathematical model, loss coefficient

Назначение выходного устройства центробежной ступени заключается в том, чтобы собрать поток газа (далее поток) в кольцевом сечении 4 на выходе из диффузора и подвести его к сечению К–К на выходе из компрессора.

Решение этой задачи демонстрирует рис. 1, где приведена схема улитки компрессора при ширине ее проходного сечения, равной таковой в кольцевом сечении 4 ($b = b_4$). Там же показаны основные размеры улитки, направление движения потока в ней и профили скорости в ее спиральной части (СЧ). Введены следующие обозначения: c , c_u и c_r — абсолютная скорость потока, ее окружная и радиальная (расходная) составляющие соответственно; c_{u4} и c_{r4} — окружная и расходная

скорости потока в сечении 4 на выходе из диффузора; r — радиус (расстояние от оси ротора); h — высота проходного сечения улитки; θ — центральный угол; α_4 — угол потока в сечении 4 на выходе из диффузора; ω — угловая скорость вращения ротора; $\theta_{из}$ — значение центрального угла, на котором расположен язык улитки; r_4 — радиус в сечении 4 на выходе из диффузора.

Выходные устройства концевой ступени центробежного компрессора подразделяют на два типа:

- улитки, характеризующиеся увеличением сечения с возрастанием угла охвата;
- сборные камеры, имеющие постоянное сечение вдоль выходной окружности.

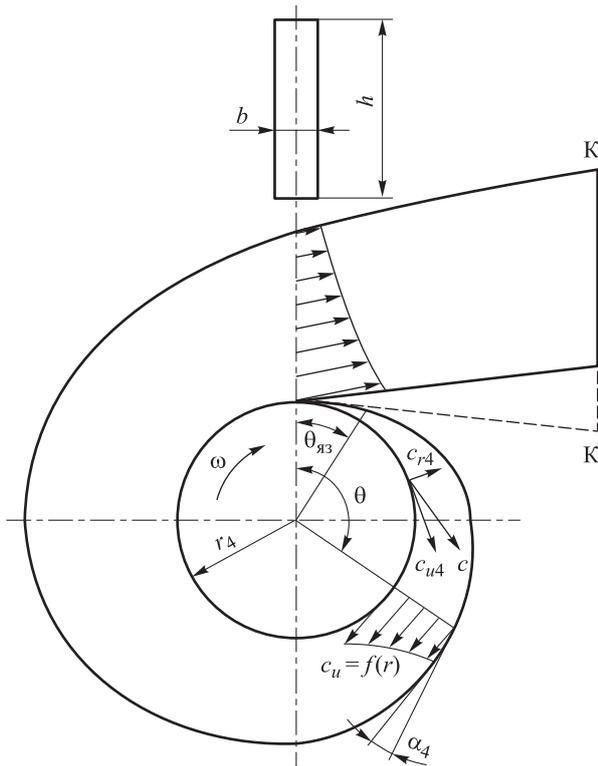


Рис. 1. Схема улитки при ширине ее проходного сечения $b = b_4$

В СЧ улитки поток собирается по окружности диффузора ступени и движется в выходной диффузор (ВД). Трапецевидное сечение улитки снижает диаметральный габарит проточной части, являясь более эффективным благодаря меньшим поверхностям трения. На рис. 2 показаны выходные поперечные сечения СЧ трапецевидной улитки с углом раскрытия $\nu = 30, 45$ и 60° .

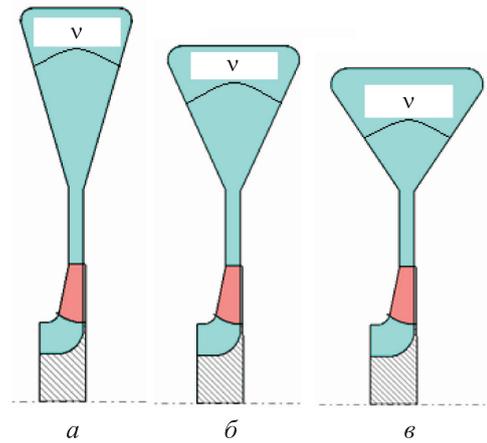


Рис. 2. Модели выходных поперечных сечений СЧ трапецевидной улитки с углом раскрытия $\nu = 30$ (а), 45 (б) и 60° (в)

Согласно данным работы [1], такие улитки имеют очень небольшой коэффициент потерь. Проблема заключается в том, что трапецевидные улитки создают значительную окружную неравномерность параметров потока (скорости, давления и т. д.) в начальном сечении — сечении выхода из диффузора. Неравномерность распространяется вниз по потоку и достигает выхода из рабочего колеса (РК).

Окружная неравномерность, определяемая зависимостью статического давления в сечении 2 за РК от угла раскрытия улитки, вызывает нестационарность обтекания лопаток и нестационарное (переменное во времени) воздействие сил на РК и ротор в целом. При больших давлениях, особенно в нерасчетных режимах,

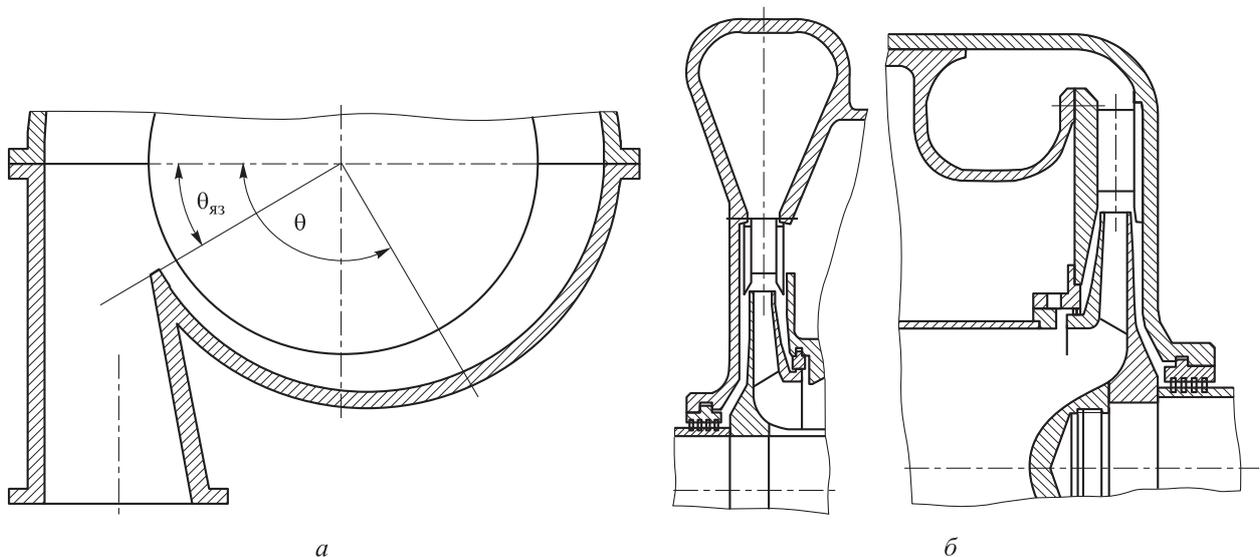


Рис. 3. Схемы трапецевидной (а) и внутренней боковой (б) улиток

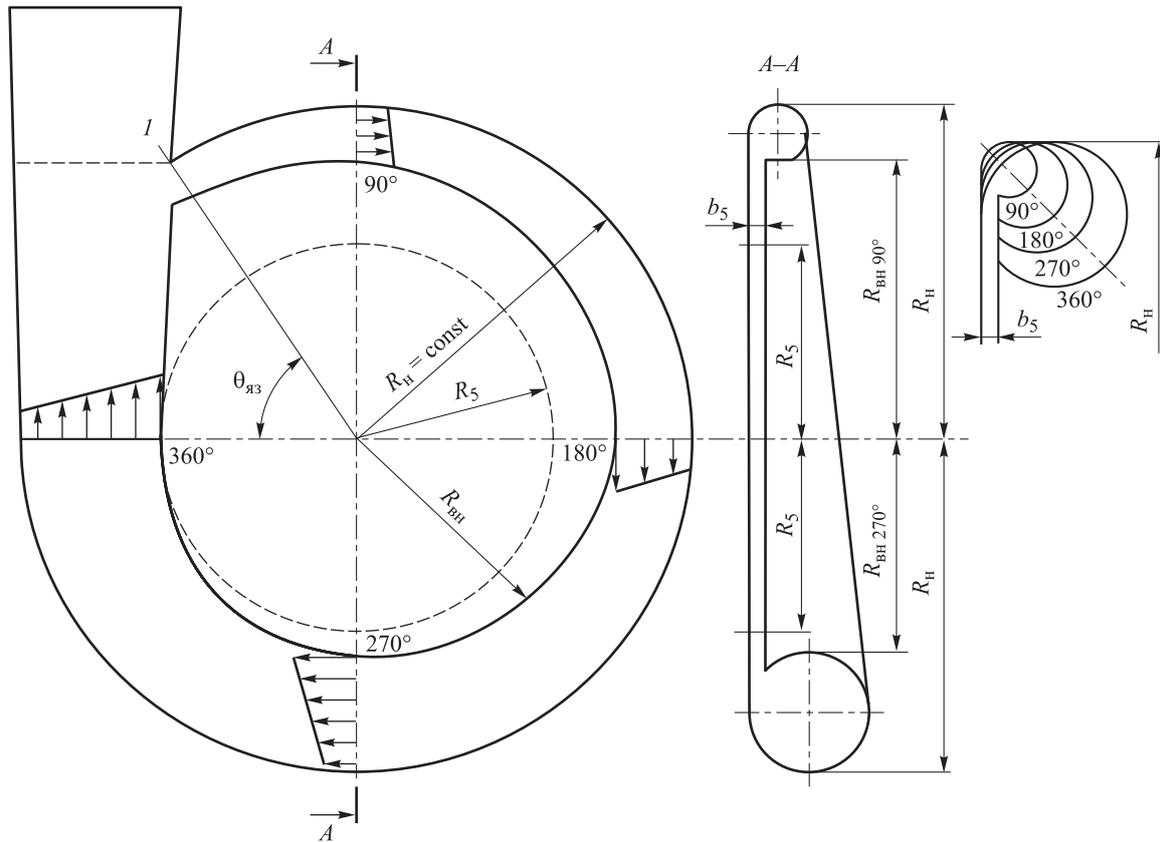


Рис. 4. Схема внутренней боковой улитки:

I — язычок; R_n и $R_{вн}$ — наружный и внутренний диаметры улитки;
 R_5 — радиус выхода из диффузора; b_5 — ширина диффузора;
 $R_{вн270}$ и $R_{вн90}$ — внутренние диаметры улитки с центральным углом $\theta = 270$ и 90°

эти нагрузки могут быть опасными. По этой причине широко распространенные в прошлом трапециевидные улитки уступают место боковым (рис. 3) [1].

Боковые улитки могут быть расположены со стороны всасывания (как показано на рис. 3, б) или нагнетания в зависимости от компоновки проточной части. Тот факт, что вызывающая окружную неравномерность потока СЧ отделена от выхода из диффузора осесимметричным криволинейным каналом, уменьшает отрицательное влияние улитки на равномерность потока на выходе из РК. Это одно из преимуществ боковых улиток, получивших большое распространение.

Рост проходных сечений СЧ внутренней боковой улитки происходит при постоянном наружном диаметре, что уменьшает диаметральный габарит проточной части (рис. 4) [2]. Рост проходных сечений СЧ внешней боковой улитки происходит при постоянном внутреннем диаметре, примерно равном диаметру конца диффузора.

В соответствии с изменением движения потока по закону $c_u \approx c_{u4} r_4 / r$ наружные СЧ являются диффузорами, а внутренние — конфузорами при любой форме поперечного сечения.

В боковой улитке расходная составляющая абсолютной скорости потока c_{r4} меняет направление, и поток начинает вращаться по окружности со скоростью c_m в поперечных сечениях СЧ и ВД (рис. 5, а). Как показали исследования [2], в СЧ и ВД поток движется по винтовым траекториям (см. рис. 5, а и б).

Есть основания полагать, что центробежная сила от вращательного движения потока со скоростью c_m , прижимая его к стенкам каналов, препятствует его возможному отрыву. Это положительный фактор. Форму поперечных сечений боковых улиток следует по возможности приближать к окружности. Когда поток приобретает вихревой характер течения его кинетическая энергия $c_m^2/2$ полностью преобразуется в тепло, поэтому в целом боковые улитки при прочих равных условиях уступают по эффективности трапециевидным.

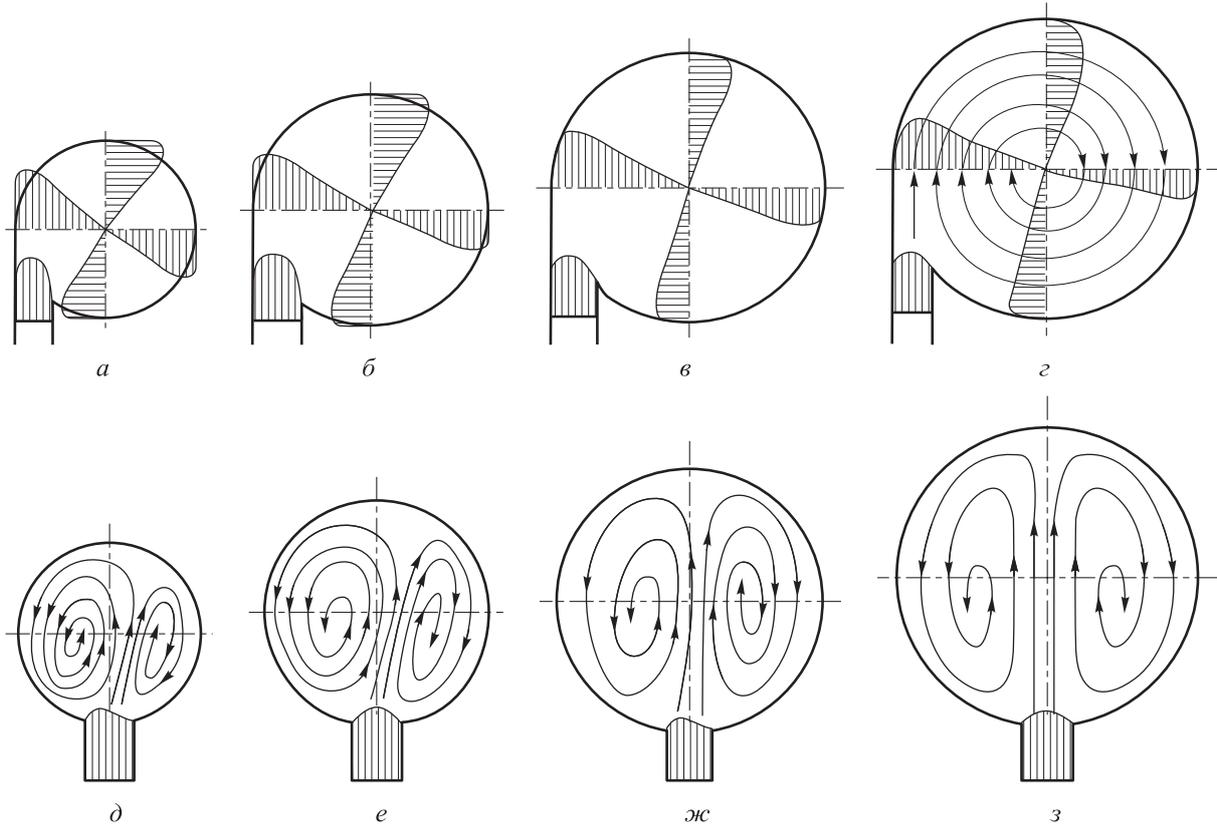


Рис. 5. Схемы меридионального течения потока в боковой (а-г) и симметричной (д-з) улитках круглого сечения при различных значениях центрального угла:
 а, д — $\theta = 90^\circ$; б, е — $\theta = 180^\circ$; в, ж — $\theta = 270^\circ$; г, з — $\theta = 360^\circ$

При высоких давлениях на выходе из улитки опасность повреждения ротора из-за окружной неравномерности потока возрастает настолько, что в них вместо внутренних боковых улиток применяют кольцевые сборные камеры (КСК). У них постоянное по центральному углу θ поперечное сечение. Конструктивная схема КСК показана на рис. 6.

Течение потока в кольцевой части КСК неупорядоченное, так как через одинаковые поперечные сечения в зависимости от центрального угла θ проходит разное количество газа. Однако в нерасчетных режимах возможность выравнивания параметров потока по окружности больше, чем в спиральных камерах улиток с поперечным сечением, переменным по центральному углу θ .

Разделительное ребро 1, показанное на рис. 6, выполняет роль языка улитки. В компрессорах высокого давления его обычно не делают. Это уменьшает окружную неравномерность, но коэффициент потерь становится еще больше. Правила профилирования улиток и сборных камер изложены в работах [1, 2]. Основные положения этих правил следующие:

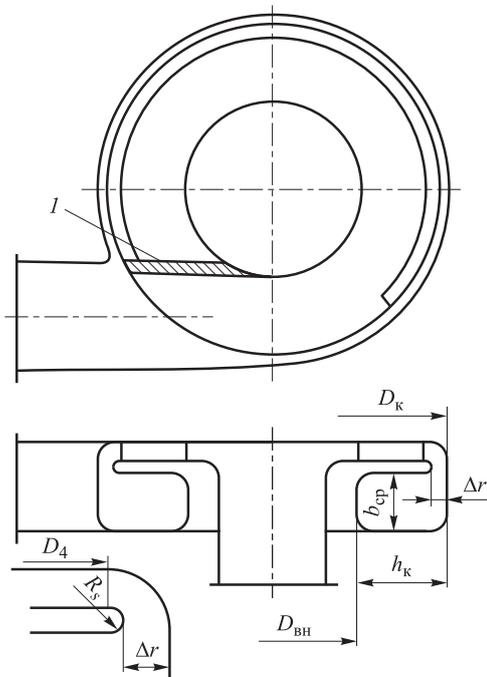


Рис. 6. Конструктивная схема КСК:
 1 — разделительное ребро; D_k — наружный диаметр КСК, $D_k = 2r_k$; Δr — высота поворотного колена на входе в КСК;
 $D_{вн}$ — внутренний диаметр КСК, $D_{вн} = 2r_{вн}$ ($r_{вн}$ — внутренний радиус); R_s — радиус диафрагмы

• для определения размеров проходного сечения улиток в зависимости от центрального угла θ используют выражение

$$\bar{m}_\theta = \frac{\theta}{360^\circ} \bar{m}_{\text{расч}} \approx \rho c_{u4} r_4 \int_{r_4}^{r_{\text{вн}}} b \frac{dr}{r}, \quad (1)$$

где \bar{m}_θ и $\bar{m}_{\text{расч}}$ — массовый расход газа и его расчетное значение; ρ — плотность газа; (здесь и далее индекс «расч» соответствует расчетному режиму);

• при расчете сечения КСК в соотношении (1) центральный угол $\theta = 360^\circ$;

• реальный характер течения потока учитывают введением эмпирического коэффициента $K_s = 1,25 \dots 1,35$ в уравнение окружной составляющей скорости:

$$c_u = \frac{1}{K_s} c_{u4} \frac{r_4}{r};$$

• ВД профилируют с учетом оптимального угла раскрытия эквивалентного конического диффузора, определенного в работе [3];

• язык улитки смещается из сечения $\theta = 0^\circ$ в сечение $\theta = 30^\circ$, что способствует выравниванию параметров потока по окружности и уменьшает суммарные потери.

Работами в области моделирования и расчета тангенциальных выходных устройств (ТВУ) занималась научная группа А.А. Мифтахова [4–7].

Цель работы — разработать простую и достоверную математическую модель расчета параметров потока в ТВУ.

Метод универсального моделирования. Центробежные компрессоры играют важную роль в промышленности развитых стран. Задача газодинамического проекта — создать проточную часть, обеспечивающую заданное отношение давлений при заданном расходе газа и максимальном коэффициенте полезного действия (КПД), чтобы снизить главную составляющую эксплуатационных расходов — стоимость энергии на привод компрессора.

Для решения этой задачи применяют разные подходы. Одним из самых эффективных является использование специализированных инженерных программ и методов. Инженерные методы основаны на упрощенной схеме движения газа (на физической модели) и описании этой схемы алгебраическими уравнениями полуэмпирического характера, т. е. на создании математической модели (ММ).

Такими методами пользуются все крупные производители компрессоров и инжиниринговые компании. Информация об этих моделях является коммерческой тайной, сведения о них публикуются на уровне рекламных материалов [8].

Самыми известными и широко описанными являются следующие три ММ. Модель потерь Agile engineering [9–12] оперирует приемами теории пограничного слоя. В модели потерь, приведенной в работах [13–15], их расчет в межлопаточных каналах осуществляется на основании эмпирических формул для прямых диффузоров, но с учетом кривизны канала и других особенностей. Результирующие коэффициенты потерь учитывают влияние чисел Маха и Рейнольдса с помощью эмпирических соотношений. Учет конечного числа лопаток выполняют по эмпирической формуле А. Стодоль.

В Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого (СПбПУ) на протяжении десятилетий проводились исследования компрессоров динамического действия, процессов и явлений, протекающих в них, разрабатывались методы проектирования расчета, выполнялось газодинамическое проектирование центробежных компрессоров разного назначения [1].

В результате сформулирована концепция рационального газодинамического проектирования и расчета центробежных компрессоров, создана ММ потерь напора в проточной части и пакет программ, получивший название Метода универсального моделирования (МУМ). Эта ММ описана в работах [17, 18]. Математические модели, лежащие в основе МУМ, непрерывно развиваются и совершенствуются, последние результаты исследований в этом направлении приведены в работах [19–30].

Программы МУМ, широко применяемые при расчете и конструировании центробежных компрессоров и компрессорных ступеней, доказали свою высокую эффективность. В 2000-х годах с их помощью было создано новое поколение центробежных нагнетателей и сменных проточных частей для газовой промышленности, получившее высокую оценку производителей и потребителей. С учетом проектов, выполненных специалистами СПбПУ, в промышленности РФ и других стран работает почти 500 центробежных компрессоров общей установленной мощностью более 5,5 млн кВт [31].

Текущая версия ММ ТВУ (модель № 1). Текущая версия модели расчета потерь в ТВУ была разработана и внедрена создателем МУМ Ю.Б. Галеркиным более 30 лет назад. Изложим основные положения этой ММ.

Потери напора в ТВУ складываются из потерь напора обтекания поверхности спиральной камеры, потерь напора вследствие ударного обтекания языка улитки, потерь напора, обусловленных радиальным подводом массы газа, индуктивных потерь и потерь в выходном патрубке [3]. Формула для расчета потерь КПД в ТВУ имеет вид

$$\Delta\eta = \frac{1}{1 + \beta_{тр} + \beta_{пр}} \frac{1}{2\psi_{т}} (1 + x_{12}M^{x_{13}}) \left(1 + \frac{x_{14}}{Re^{x_{15}}} \right) \times$$

$$\times \left\{ \frac{\varepsilon F_{ВУ} \bar{c}_{ВУср}^3}{\pi \Phi r_2^2} x_1 \left[1 + x_2 \left(\frac{\Delta \bar{c}_\theta}{\bar{c}_{ВУср}} \right) \right]^{x_3} \frac{F_{с.к}}{F_{ВУ}} + \right.$$

$$+ x_4 (\bar{c}_{\theta к} - \bar{c}_{\theta я})^2 \left(\frac{\text{tg } \alpha_5}{\text{tg } \alpha_{5р}} \right)^{x_5} +$$

$$+ x_6 \text{tg}^{1,25} \frac{v_{эм}}{2} \left(1 - \frac{b_5 r_5}{b_{ср} r_{ср}} \right)^2 \bar{c}_{r4}^2 +$$

$$+ \frac{\varepsilon F_{ВУ} \bar{c}_{ВУср}^3}{\pi \Phi r_2^2} x_7 \frac{c_a^2}{(b_{ср}/l_{ср})^{x_8}} +$$

$$+ \bar{c}_{\theta к}^2 \left[\left(1 - \frac{1}{\dot{c}_{ВД}^2} \right) \frac{x_9}{\sin(v_{экр}/2)} + \right.$$

$$\left. + x_{10} \text{tg}^{x_{11}} \frac{v_э}{2} \left(1 - \frac{1}{\dot{c}_{ВД}^2} \right)^2 \right] \Bigg\}, \quad (2)$$

где η — КПД в ТВУ; $\beta_{тр}$ — коэффициент дискового трения; $\beta_{пр}$ — коэффициент протечек в лабиринтных уплотнениях; $\psi_{т}$ — коэффициент теоретического напора; x_1, \dots, x_{15} — эмпирические коэффициенты; M — число Маха; Re — число Рейнольдса; ε — отношение плотностей; $F_{ВУ}$ — площадь поперечного сечения ТВУ; $\bar{c}_{ВУср}$ — безразмерная средняя скорость потока в тангенциальном выходном устройстве; Φ — условный коэффициент расхода; r_2 — наружный радиус РК; $\Delta \bar{c}_\theta$ — изменение скорости в радиальной плоскости ТВУ; $F_{с.к}$ — площадь поперечного сечения спиральной камеры; $\bar{c}_{\theta к}$ и $\bar{c}_{\theta я}$ — скорость потока над и под языком ТВУ; α_5 — угол потока на входе в ТВУ; $\alpha_{5р}$ — угол потока на входе в ТВУ в расчетном режиме; $\dot{c}_{ВД}$ — замедление потока в ВД; $v_{эм}$ — эквивалентный угол раскрытия меридионального сечения; c_a — коэффициент подъемной силы;

$l_{ср}$ — средняя длина тангенциального выходного устройства в радиальной плоскости; $v_{экр}$ — эквивалентный угол раскрытия диффузора.

Здесь и далее надстрочная черта означает, что параметр отнесен к характерному параметру. В частности, скорости потока, отнесены к окружной скорости РК на выходе.

Потери напора обтекания поверхности спиральной камеры приняты пропорциональными коэффициенту сопротивления, представленному как функция замедления потока

$$\frac{\varepsilon F_{ВУ} \bar{c}_{ВУср}^3}{\pi \Phi r_2^2} x_1 \left[1 + x_2 \left(\frac{\Delta \bar{c}_\theta}{\bar{c}_{ВУср}} \right) \right]^{x_3} \frac{F_{с.к}}{F_{ВУ}}.$$

Потери напора вследствие ударного обтекания языка ТВУ рассчитываются по разности скоростей над и под языком:

$$x_4 (\bar{c}_{\theta к} - \bar{c}_{\theta я})^2 \left(\frac{\text{tg } \alpha_5}{\text{tg } \alpha_{5р}} \right)^{x_5}.$$

Результаты экспериментов показывают, что при $\Phi > \Phi_{расч}$ ($\Phi_{расч}$ — коэффициент расхода в расчетном режиме) наблюдается значительный рост потерь. Это учтено множителем $\text{tg } \alpha_5 / \text{tg } \alpha_{5р}$, который отражает несимметричный характер кривой $\zeta = f(\Phi)$, где ζ — коэффициент потерь, относительно ее минимума, соответствующего $\Phi = \Phi_{расч}$

Потери напора в меридиональной плоскости, описываемые в уравнении (2) выражением

$$x_6 \text{tg}^{1,25} \frac{v_{эм}}{2} \left(1 - \frac{b_5 r_5}{b_{ср} r_{ср}} \right)^2 \bar{c}_{r4}^2,$$

пропорциональны кинетической энергии, рассчитанной по расходной составляющей скорости c_{r4} . При этом скорость вихревого вторичного течения зависит от степени раскрытия меридионального сечения.

Индуктивные потери напора, возникающие вследствие радиального градиента давления в ТВУ, учтены в формуле (2) с помощью соотношения

$$\frac{\varepsilon F_{ВУ} \bar{c}_{ВУср}^3}{\pi \Phi r_2^2} x_7 \frac{c_a^2}{(b_{ср}/l_{ср})^{x_8}}.$$

Потери напора в выходном диффузорном патрубке выделены в отдельную составляющую. Это связано с отличием профиля потока на входе в патрубок от такового в СЧ канала, а также со сложным пространственным харак-

тером потока. Потери трения и расширения потока в этом элементе определяются выражением

$$\bar{c}_{\theta k}^2 \left[\left(1 - \frac{1}{n} \right) \frac{x_9}{\sin(v_{\text{экр}}/2)} + x_{10} \operatorname{tg}^{x_{11}} \frac{v_3}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^2 \right].$$

Влияние критериев Маха и Рейнольдса учтено обобщенно для всех составляющих потерь в ТВУ.

ММ содержит 15 эмпирических коэффициентов x_1, \dots, x_{15} , представленных в формуле (2). Большое количество эмпирических коэффициентов и упрощения, используемые в этой модели привели к необходимости создания новой ММ.

Новая версия модели ТВУ (модель № 2). На основании обобщения накопленного опыта и анализа экспериментальных данных разработана новая версия модели (модель № 2) ТВУ (улиток и сборных камер). В ней применены подходы к математическому описанию параметров потока в ТВУ, отличные от использованных в модели № 1.

В начале расчета ТВУ осуществляется выбор их размеров. Если размеры ТВУ не заданы пользователем, то они должны быть автоматически согласованы с расчетным режимом работы центробежной компрессорной ступени.

Размеры тороида КСК — это размеры максимального сечения аналогичной круглой улитки. В СЧ улитки составляющая скорости, определяющая массовый расход потока через элемент проточной части — это скорость c_u (см. рис. 1). На рис. 1 показана внешняя улитка, СЧ которой расположена выше радиуса окончания диффузора.

Размеры сечений СЧ ТВУ определяются из уравнения расхода (1).

Для расчета $r_{\text{вн}}$, определяющего размер сечения, надо знать зависимости параметров ρ, b, c_u от радиуса r . Точное решение не имеет смысла, так как по проверенным экспериментами рекомендациям А.А. Мифтахова, точно рассчитанные проходные сечения следует увеличить на 25...35 % [2]. Приближенное определение этих зависимостей допустимо, если точное решение потом огрубляется в таком широком пределе.

Для ММ принято $\rho = \rho_4 = \text{const}$, где ρ_4 — плотность газа в сечении 4 на выходе из диффузора. Это позволяет вести расчет не по массовому, а по объемному расходу на выходе из

диффузора, $\bar{V}_{360} = \bar{V}_4 = c_{u4} \pi D_4 b_4$, где \bar{V}_{360} и \bar{V}_4 — объемный расход потока в выходном сечении и в сечении 4 на выходе из диффузора.

Окружная составляющая скорости также определяется приближенно по уравнению постоянства циркуляции без учета вязкости $c_u r = c_{u4} r_4 = \text{const}$.

Для расчета размеров выходного сечения СЧ принято, что скорость в нем ($\theta = 360^\circ$) равна средней окружной составляющей скорости в этом сечении. С учетом того, что в работе [2] рекомендовано увеличивать проходные сечения СЧ на 25...35 %, введен множитель 0,8 в выражение для расходной скорости, по которой рассчитывается размер выходного сечения:

$$\bar{c}_{\text{расч}360} = 0,8 \bar{c}_{u4 \text{ расч}} \frac{\bar{D}_4}{\bar{D}_{360 \text{ ср}}}, \quad (3)$$

где $\bar{D}_{360 \text{ ср}}$ — средний диаметр выходного сечения; надстрочная черта означает, что линейный размер отнесен к наружному диаметру РК D_2 .

Внешняя круглая улитка. Размеры выходного сечения СЧ внешней круглой улитки показаны на рис. 7.

Средний диаметр выходного сечения внешней круглой улитки определяется выражением

$$\bar{D}_{360 \text{ ср}} = \bar{D}_4 + \bar{d}_{360},$$

где d_{360} — диаметр меридионального сечения улитки.

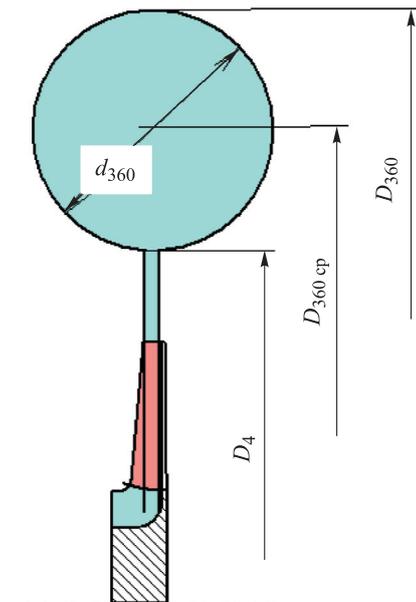


Рис. 7. Внешний вид и размеры выходного сечения СЧ внешней круглой улитки

Из уравнения расхода

$$\bar{V}_{360} = \bar{c}_{расч360} \frac{\pi}{4} \bar{d}_{360}^2 = \pi \bar{D}_4 \bar{b}_4 \bar{c}_{r4 расч}$$

получаем

$$\bar{d}_{360} = \sqrt{5\bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} \bar{D}_{360ср}} \quad (4)$$

Это уравнение применяют для проектирования всех круглых улиток и КСК.

Из уравнения (4) следует, что

$$\bar{d}_{360} = \frac{5\bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч}}{2} + \frac{\sqrt{(5\bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч})^2 + 4 \cdot 5\bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} \bar{D}_4}}{2}$$

Диаметр выходного сечения

$$\bar{D}_{360} = \bar{D}_4 + 2\bar{d}_{360}$$

Для любых круглых улиток и КСК безразмерная площадь выходного сечения из СЧ имеет вид

$$\bar{F}_{360} = \bar{d}_{360}^2$$

Скорость потока на выходе из СЧ c_{360} определяется с помощью уравнения неразрывности $\pi D_4 b_4 c_{r4} = F_{360} c_{360}$. Для всех трапецевидных и круглых улиток и КСК и всех режимов (не только расчетного) справедлива формула

$$\bar{c}_{360} = \frac{4\bar{D}_4 \bar{b}_4 \varphi_4}{\bar{F}_{360}} \quad (5)$$

где φ_4 — коэффициент расхода в сечении 4 на выходе из диффузора.

Внутренняя круглая улитка и КСК. Внешний и средний внутренний диаметры внутренней

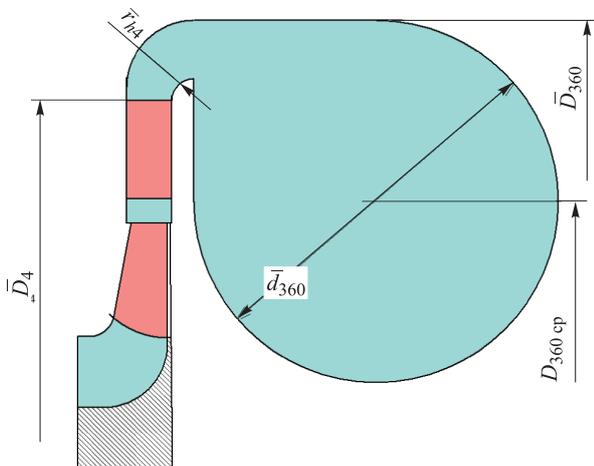


Рис. 8. Внешний вид и размеры выходного сечения СЧ внутренней круглой улитки

круглой улитки (рис. 8) определяются соответствующими выражениями:

$$\bar{D}_{360} = \bar{D}_4 + 2\bar{r}_{H4};$$

$$\bar{D}_{360ср.вн} = \bar{D}_4 + 2\bar{r}_{H4} - \bar{d}_{360},$$

где \bar{r}_{H4} — наружный радиус поворотного колена.

Из уравнения (4) следует, что

$$\bar{d}_{360вн} = \frac{-5\bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч}}{2} + \frac{\sqrt{(5\bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч})^2 + 4 \cdot 5\bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} (\bar{D}_4 + 2\bar{r}_{H4})}}{2}$$

Произвольная круглая улитка, заданная пользователем.

У произвольной круглой улитки средний диаметр выходного сечения $\bar{D}_{360ср.пр}$ определяется неравенством $\bar{D}_{360ср.н} > \bar{D}_{360ср.пр} > \bar{D}_{360ср.вн}$, где $\bar{D}_{360ср.н}$ — средний диаметр выходного сечения наружной круглой улитки. Все размеры этой улитки задает пользователь. Пример схемы одного из вариантов произвольной круглой улитки приведен на рис. 9.

Трапецевидная улитка. Внешний вид и размеры трапецевидной улитки приведены на

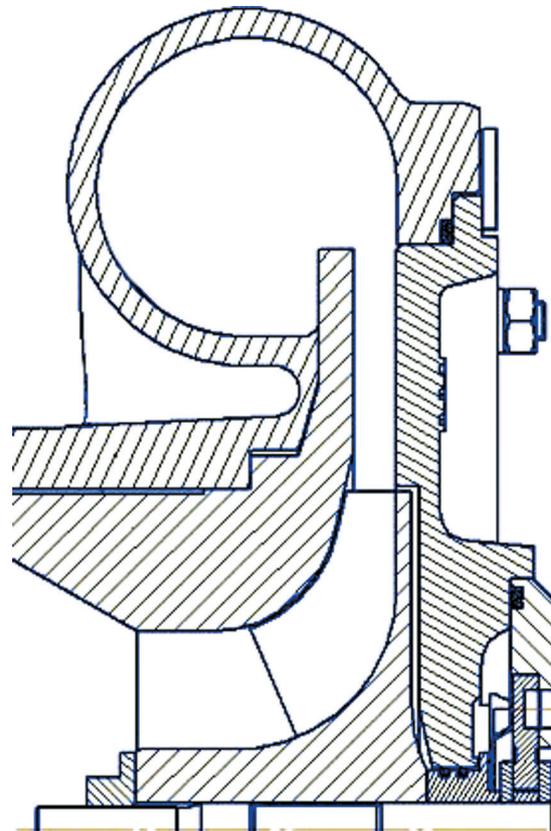


Рис. 9. Схема произвольной круглой улитки

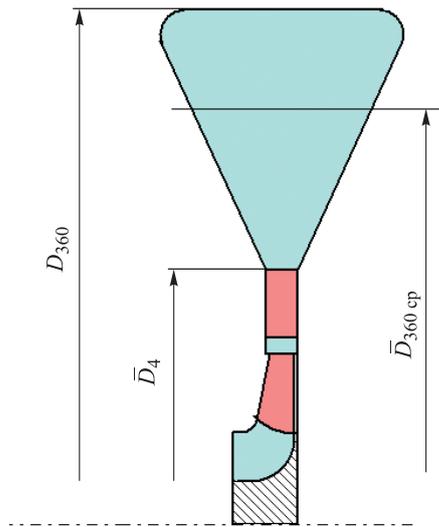


Рис. 10. Внешний вид и размеры выходного сечения СЧ трапецевидной улитки

рис. 10. Равенство объемных расходов на входе и выходе СЧ $F_{360}c_{расч360} = \pi D_4 b_4 c_{r4}$, средняя скорость потока на выходе из СЧ в расчетном режиме

$$c_{расч360} = 0,8c_{и4расч} \frac{\bar{D}_4}{D_{360ср}}$$

Отсюда

$$\bar{F}_{360} = \frac{\bar{F}_{360}}{\frac{\pi}{4} D_2^2} = 5D_4 b_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} \frac{\bar{D}_{360ср}}{\bar{D}_4}. \quad (6)$$

Площадь поперечного сечения трапецевидной улитки — сумма площадей прямоугольника и трапеции в сечении 360°:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{360} &= \frac{F_{360}}{\frac{\pi}{4} D_2^2} \\ &= \frac{0,95}{\pi} \left[2\bar{b}_4 (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4) + \operatorname{tg} \frac{\nu}{2} (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4)^2 \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

Здесь множитель 0,95 учитывает уменьшение площади из-за радиусов скругления.

Приравнявая уравнения (6) и (7), получаем

$$\begin{aligned} \frac{0,95}{\pi} \left[2\bar{b}_4 (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4) + \operatorname{tg} \frac{\nu}{2} (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4)^2 \right] &= \\ &= 5D_4 b_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} \frac{\bar{D}_{360ср}}{\bar{D}_4}. \end{aligned}$$

Согласно экспертной оценке, принимаем

$$\frac{\bar{D}_{360ср}}{\bar{D}_4} = 0,7(\bar{D}_{360} - \bar{D}_4).$$

Тогда

$$\bar{D}_{360} = \frac{11,6D_4 b_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} - 2\bar{b}_4}{\operatorname{tg} \frac{\nu}{2}} + \bar{D}_4.$$

Безразмерная площадь поперечного сечения рассчитывается по формуле (7), скорость потока на выходе из СЧ — по выражению (5).

Выходной диффузор. Согласно анализу экспериментальных данных, скорость на выходе из ступени принимаем равной 15 % окружной скорости потока на выходе из РК, $c_k = 0,15u_2$. Тогда

$$\bar{c}_k = 0,15.$$

Отношение скоростей в ВД

$$\dot{c}_{ВД} = \frac{0,15}{\bar{c}_{360}}.$$

Угол раскрытия ВД определяется из выражения

$$\operatorname{tg} \frac{\nu_{эkv}}{2} = \frac{0,5(\sqrt{\bar{F}_k} - \sqrt{\bar{F}_{360}})}{\bar{l}_{ВД}},$$

где \bar{F}_k — площадь поперечного сечения на выходе из ВД; $\bar{l}_{ВД}$ — длина ВД.

Отсюда

$$\bar{l}_{ВД} = \frac{0,5(\sqrt{\bar{F}_k} - \sqrt{\bar{F}_{360}})}{\operatorname{tg} \frac{\nu_{эkv}}{2}}.$$

Согласно работе [3], оптимальный (обеспечивающий минимальный коэффициент потерь) угол раскрытия при проектировании эквивалентного диффузора $\nu_{эkv} = 8^\circ$.

Площадь на выходе из ВД рассчитывается исходя из того, что скорость потока на выходе из ВД равна скорости потока на входе в ступень:

$$F_k c_k \varepsilon_k = F_n c_n \varepsilon_n,$$

где c_k и c_n — скорость потока на выходе из ВД и на входе в ступень; ε_k и ε_n — отношение плотностей газа на выходе из ВД и на входе в ступень; F_n — площадь поперечного сечения на входе в ступень.

Плотность газа на выходе из ВД принимаем равной плотности на выходе из диффузора. Тогда

$$\bar{F}_k = \bar{F}_n \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_k}.$$

После определения размеров ТВУ рассчитываются потери в его элементах.

Модель потерь ВД выполнена аналогично с ММ, описанной в работе [3]. Коэффициент сопротивления ВД определяется суммой коэффициентов трения и расширения:

$$\zeta_{ВД} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\nu}{2}} \left(1 - \frac{1}{\dot{c}_{ВД}}\right)^2 + 3,2 \text{tg}^{1,25} \frac{\nu}{2} \left(1 - \frac{1}{\dot{c}_{ВД}}\right)^2, \quad (8)$$

где λ — коэффициент трения поверхности.

Эта формула справедлива для круглого диффузора с равномерным потоком на выходе. Приведенные в работе [3] поправочные коэффициенты для неравномерного потока и некруглых сечений получены из экспериментов с другими объектами. Их использовать нерационально. Поэтому вместо них в ММ внесены эмпирические коэффициенты, значения которых будут определены в процессе идентификации ММ.

При числе Рейнольдса $Re > 4000$ коэффициент трения гладкой поверхности [3]

$$\lambda = \frac{1}{(1,8 \lg Re - 1,64)^2}. \quad (9)$$

Для круглых улиток и КСК число Рейнольдса в ВД

$$Re_{ВД} = \frac{c_{u4} \bar{d}_{360}}{\mu_0} = \bar{c}_{u4} \bar{d}_{360} Re_u,$$

где μ_0 — динамическая вязкость газа; Re_u — условное число Рейнольдса.

Для трапециевидной улитки гидравлический диаметр равен учетверенному отношению площади к периметру:

$$\bar{d}_{360\text{тр}} = \pi \frac{\bar{F}_{360}}{2b_4 + (D_{360} - D_4) \text{tg}(\nu/2) + \frac{D_{360} - D_4}{\cos(\nu/2)}}.$$

Коэффициент трения шероховатой поверхности рассчитывается по формуле Муди [33]

$$\lambda = \frac{1}{\left(2 \lg \frac{\bar{d}_{360}}{k_{ш}} - 1,14\right)^2}, \quad (10)$$

так как $d_r/k_{ш} = \bar{d}_r/\bar{k}_{ш}$, где d_r — гидравлический диаметр; $k_{ш}$ — шероховатость поверхности.

Расчет потерь в СЧ. В радиальной плоскости определяющими являются потери напора трения. Они рассчитываются так же, как и для трубы, но гидравлический диаметр, сечение, скорость и плотность являются переменными величинами:

$$h_{w \text{ тр СЧ}} = \sum_0^{360} \frac{c^2}{2} \lambda \frac{d_l}{d_r} \approx \frac{c_{\text{ср}}^2}{2} \lambda_{\text{ср}} \frac{l}{d_{r,\text{ср}}},$$

где $h_{w \text{ тр СЧ}}$ — потери напора трения в СЧ; d_l — диаметр средней линии улитки; $c_{\text{ср}}$ — средняя абсолютная скорость потока; $\lambda_{\text{ср}}$ — средний коэффициент трения поверхности; l — протяженность улитки в радиальной плоскости; $d_{r,\text{ср}}$ — средний гидравлический диаметр;

Принимаем $c_{\text{ср}}^2 = 0,5(c_4^2 + c_{360}^2)$, $d_{r,\text{ср}} = 0,5d_{r360}$, $\lambda_{\text{ср}} = f(Re_{\text{СЧ}})$, где c_4 — абсолютная скорость потока в сечении 4 на выходе из диффузора; $Re_{\text{СЧ}}$ — число Рейнольдса в СЧ. Коэффициент трения в СЧ

$$\zeta_{\text{СЧ}} = \lambda_{\text{СЧ}} 0,5 \frac{\pi \bar{D}_4}{\bar{d}_{r,\text{ср}}} \left(1 + \frac{\bar{c}_{360}^2}{\bar{c}_4^2}\right).$$

Здесь $\lambda_{\text{СЧ}}$ — коэффициент трения поверхности, рассчитываемый по формуле (9) или (10) в зависимости от шероховатости и числа Рейнольдса

$$Re_{\text{СЧ}} = 0,5 Re_{ВД},$$

так как средний гидравлический диаметр в 2 раза меньше выходного гидравлического диаметра.

В меридиональной плоскости потери напора определяются следующим образом. Для трапециевидной улитки примем потери напора расширения в зависимости от угла раскрытия улитки $\nu_{ул}$

$$h_{w \text{ мер}} = 0,5c_{r4}^2 \cdot 3,2 \text{tg}^{1,25} \frac{\nu_{ул}}{2}.$$

По аналогии с формулой (8) коэффициент сопротивления такой улитки

$$\zeta_{\text{мер.тр}} = \frac{h_{w \text{ мер}}}{0,5c_4^2} = \sin^2 \alpha_4 \cdot 3,2 \text{tg}^{1,25} \frac{\nu_{ул}}{2}.$$

В круглой улитке и КСК скорость потока c_4 переходит в скорость вращения потока в СЧ и будет полностью потеряна, т. е. преобразована в тепло. Но вращение потока подавляет потери напора расширения в СЧ, и кинетическая энергия меридионального потока теряется не вся. Тогда коэффициент потерь в круглой улитке

$$\zeta_{\text{мер.кр}} = X_i \sin^2 \alpha_4,$$

где X_i — эмпирический коэффициент, $X_i < 1$.

Суммарный коэффициент потерь в ТВУ рассчитывается по следующим выражениям:

- для трапециевидной улитки

$$\zeta_{\text{тр.ул}} = (\zeta_{\text{СЧ}} + \zeta_{\text{мер.трап}} + \zeta_{ВД}) X_{ул};$$

• для круглой наружной и произвольной улиток

$$\zeta_{кр.ул} = (\zeta_{сч} + \zeta_{мер.кр} + \zeta_{вд}) X_{ул};$$

• для круглой внутренней улитки

$$\zeta_{кр.вн.ул} = (\zeta_{сч} + \zeta_{мер.кр} + \zeta_{вд} + 0,5\zeta_{п.к}) X_{ул},$$

где $X_{ул}$ — эмпирический коэффициент улитки; $\zeta_{п.к}$ — коэффициент потерь в поворотном колене.

Так как в состав улитки входит только половина поворотного колена, коэффициент потерь во всех КСК

$$\zeta_{КСК} = X_{КСК} \zeta_{тр.ул},$$

где $X_{КСК}$ — эмпирический коэффициент, $X_{КСК} > 1$.

Все приведенные формулы предназначены для определения размеров и потерь в ТВУ при расчетном режиме работы ступени.

Для улитки с размерами, заданными пользователем, осуществляется поиск оптимального режима ее работы. Перебором условного коэффициента расхода решается задача поиска $\bar{c}_{и4расч}$ по уравнению (3).

Ударные потери в улитке рассчитываются по методике МУМ для обтекания лопаток РК, лопаточного диффузора и обратно направляющего аппарата. Скорость, определяющая ударные потери, имеет вид

$$\Delta c_{уд.ул} = \varphi_4 \left(\frac{\bar{c}_{и4}}{\varphi_4} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{яз}} \right),$$

где $\alpha_{яз}$ — угол языка улитки.

Ударные потери КПД $\Delta \eta_{уд}$ и коэффициент потерь $\zeta_{уд}$ в ТВУ при положительных и отрицательных углах атаки рассчитываются по следующим выражениям:

• при $\Delta c_{уд.ул} \leq 0$

$$\Delta \eta_{уд} = X_{22} \left[1 + X_{23} (\lambda_2 \bar{c}_4)^{X_{58}} \right] \frac{\Delta c_{уд.ул}^2}{2\psi_T};$$

$$\zeta_{уд} = X_{22} \left[1 + X_{23} (\lambda_2 \bar{c}_4)^{X_{58}} \right] \frac{\Delta c_{уд.ул}^2}{\bar{c}_4^2};$$

• при $\Delta c_{уд.ул} > 0$

$$\Delta \eta_{уд} = X_{24} (1 + X_{25} \lambda_2 \bar{c}_4) \frac{\Delta c_{уд.ул}^2}{2\psi_T};$$

$$\zeta_{уд} = X_{24} (1 + X_{25} \lambda_2 \bar{c}_4) \frac{\Delta c_{уд.ул}^2}{\bar{c}_4^2},$$

где X_{22}, \dots, X_{25} и X_{58} — эмпирические коэффициенты; λ_2 — скоростной коэффициент на выходе из РК.

В модели № 2 присутствует 10 эмпирических коэффициентов, что в 1,5 раза меньше, чем в модели № 1. Так как эмпирические коэффициенты в уравнениях ММ призваны учитывать различия между реальным и схематизированным характером течения, их меньшее количество указывает на большую корректность применяемых уравнений, расчеты по которым не нуждаются в корректировке с помощью эмпирических коэффициентов. Разработанная ММ была применена в 8-й версии программ МУМ.

Идентификация разработанной модели ТВУ.

Идентификация разработанной ММ проведена на основании газодинамических характеристик модельных ступеней семейства 21CV, разработанных К.В. Солдатовой [34]. Выбраны следующие диапазоны параметров проектирования этих ступеней: расчетный коэффициент расхода $\Phi_{расч} = 0,0100 \dots 0,0225$; расчетный коэффициент теоретического напора $\psi_{т.расч} = 0,37 \dots 0,69$; условные числа Маха $M_u = 0,50 \dots 0,60$ и Рейнольдса $Re_u = (5,0 \dots 6,0) \cdot 10^6$.

В ступенях семейства 21CV применяют все рассмотренные типы ТВУ (улитки и сборные камеры). Таким образом, эта выборка является репрезентативной для получения корректных значений эмпирических коэффициентов, входящих в разработанную ММ.

Идентификация ММ проведена с помощью специально разработанной программы IDENT. Под идентификацией понимается подбор значений эмпирических коэффициентов, при которых рассчитанные характеристики модельных ступеней — участников идентификации — максимально близки к экспериментальным КПД.

Процесс идентификации осуществлялся путем перебора эмпирических коэффициентов с расчетом КПД и сравнением с экспериментальными значениями. Отбирались такие значения X_i , при которых средняя погрешность расчета КПД минимальна [35]:

$$d\eta_{ср} = \frac{\sum_1^Z |\eta_{эксп} - \eta_{расч}|}{Z} \rightarrow 0,$$

где $\eta_{эксп}$ и $\eta_{расч}$ — экспериментальный и расчетный КПД; Z — число испытаний, по которым проводилась идентификация.

В результате проведенной идентификации новой ММ получены следующие результаты:

средняя погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД — 0,94 %, средняя погрешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) — 1,13 %.

В то время как предыдущая версия модели ТВУ показала для тех же ступеней среднюю погрешность моделирования расчетного (максимального) режима КПД 1,04 %, среднюю по-

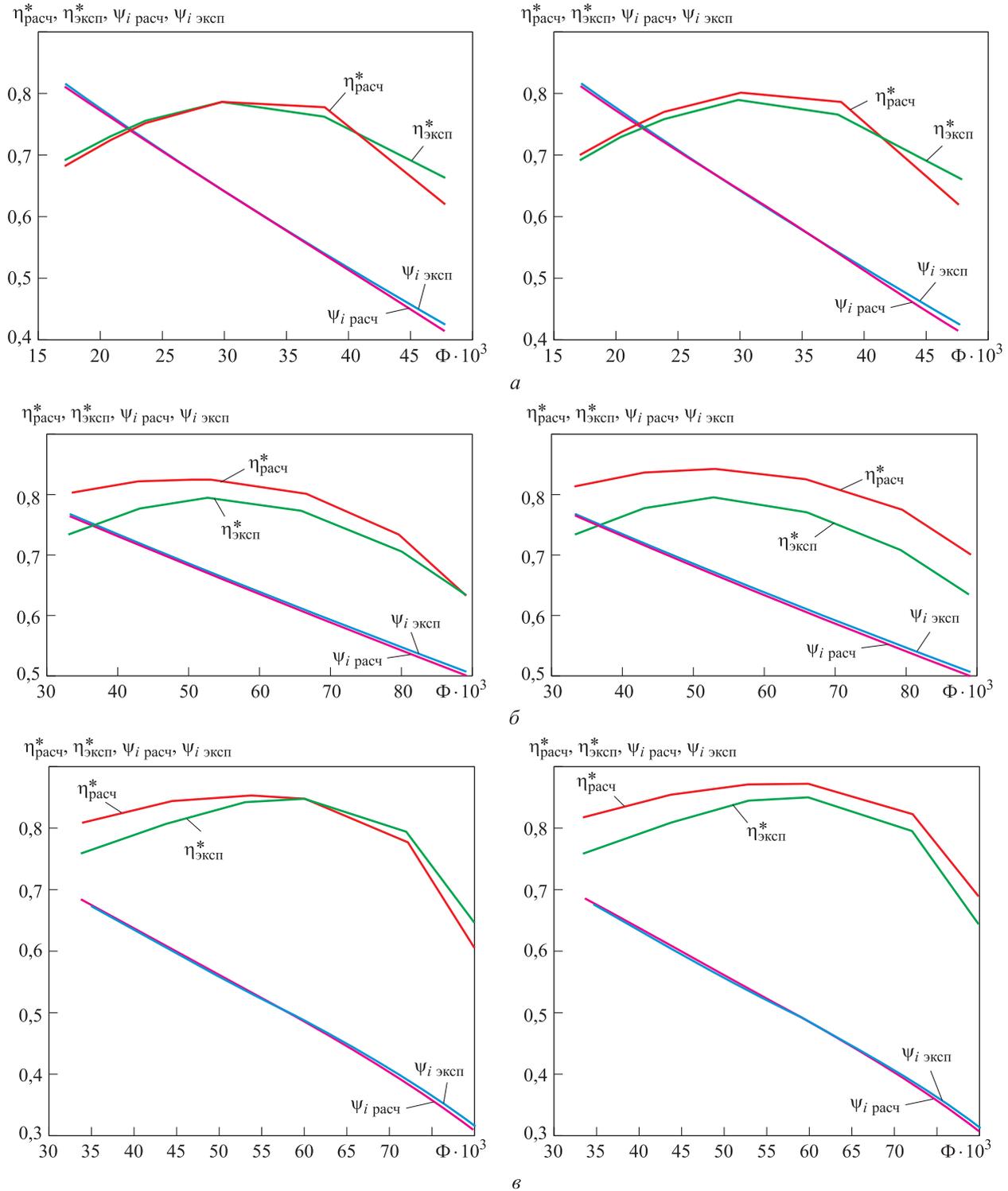


Рис. 11. Зависимости расчетных и экспериментальных коэффициентов внутреннего напора $\Psi_i_{расч}$, $\Psi_i_{эксп}$ и политропных КПД $\eta_{расч}^*$, $\eta_{эксп}^*$ от условного коэффициента расхода Φ , рассчитанные по математическим моделям № 2 (слева) и № 1 (справа), для ступени, оснащенной ТВУ разного типа: а — внешней КСК; б — внешней круглой улиткой; в — внутренней КСК

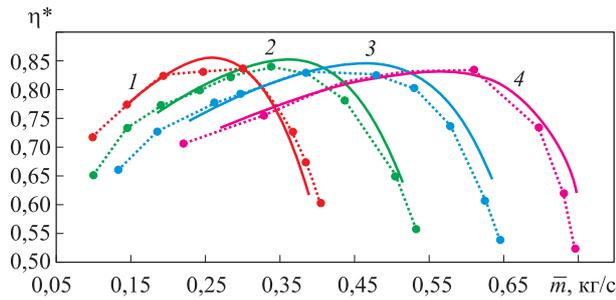


Рис. 12. Расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (точки) зависимости политропного КПД η^* от массы \bar{m} компрессора 140Э при окружной скорости $u_2 = 150$ (1), 200 (2), 250 (3) и 300 м/с (4)

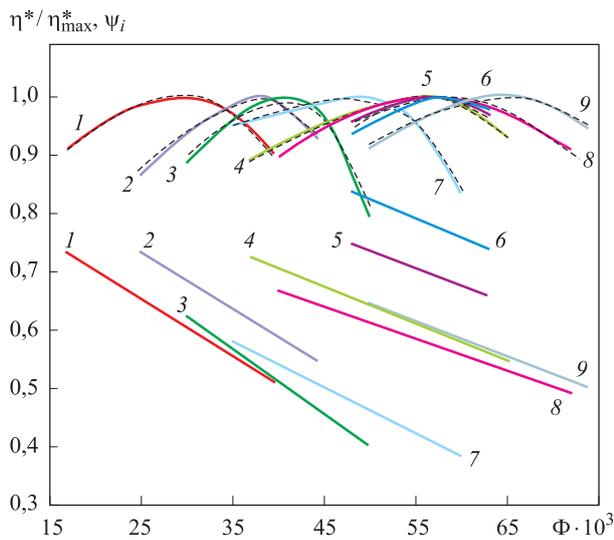


Рис. 13. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) зависимости относительного КПД η^*/η_{\max}^* и коэффициента внутреннего напора ψ_i от условного коэффициента расхода Φ разных компрессоров ТДА: 1 — ТК-1; 2 — ТК-14А; 3 — ТК-8; 4 — ТК-11А; 5 — ТК-4-410П; 6 — ТК-4-410Т; 7 — ТК-3; 8 — ТК-4-390; 9 — ТК-15

грешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) 1,72 %.

Пример сопоставления результатов расчета ступеней с разными ТВУ показан на рис. 11, а–в, где $\psi_{i \text{ расч}}$, $\psi_{i \text{ эксп}}$ и $\eta_{\text{расч}}^*$, $\eta_{\text{эксп}}^*$ — расчетные и экспериментальные коэффициенты внутреннего напора и политропные КПД соответственно.

Верификация разработанной модели (сопоставление расчетных и экспериментальных га-

зодинамических характеристик объектов, не участвующих в идентификации) проведена для компрессора 140Э турбонагнетателя и компрессоров турбодетандерных агрегатов (ТДА) двигателя внутреннего сгорания, спроектированных Ю.Б. Галеркиным.

Сравнение расчетных и экспериментальных характеристик приведено на рис. 12 и 13. На рис. 12 приведены расчетные и экспериментальные зависимости политропного КПД η^* от массы \bar{m} компрессора 140Э при окружной скорости $u_2 = 150, 200, 250$ и 300 м/с [36].

На рис. 13 верхняя группа кривых — расчетные и экспериментальные зависимости относительного КПД η^*/η_{\max}^* от массы \bar{m} разных компрессоров ТДА [37]. Нижняя группа прямых — экспериментальные зависимости коэффициента внутреннего напора ψ_i от массы \bar{m} разных компрессоров ТДА [37].

Полученные результаты показали достаточную точность моделирования газодинамических характеристик для проведения инженерных расчетов.

Выводы

1. Проведен анализ ТВУ различного типа, применяемых в центробежных компрессорах. Предыдущая версия математической модели ТВУ имела ряд значительных упрощений и большое число эмпирических коэффициентов. Это приводило к значительной погрешности результатов расчетов, а в некоторых случаях к необходимости варьирования значений эмпирических коэффициентов, определяющих потери напора в ТВУ.

2. Для устранения этих недостатков предложена и внедрена в программы МУМ математическая модель № 2, которая по сравнению с моделью № 1 показала меньшую погрешность расчета газодинамических характеристик. Для модельных ступеней семейства 21CV погрешность моделирования расчетного режима уменьшилась на 10 %, характеристики по пяти точкам для расчета параметров потока в ТВУ — на 35 %.

3. Верификация разработанной модели подтвердила ее эффективность.

Литература

- [1] Рис В.Ф. *Центробежные компрессорные машины*. Ленинград, Машиностроение, 1981. 351 с.
- [2] Мифтахов А.А., Зыков В.И. *Входные и выходные устройства центробежных компрессоров*. Казань, Фэн, 1996. 198 с.
- [3] Идельчик И.Е. *Аэрогидродинамика технологических аппаратов: (подвод, отвод и распределение потока по сечению аппаратов)*. Москва, Машиностроение, 1983. 350 с.
- [4] Мифтахов А.А., Селезнев К.П. Экспериментальное исследование аэродинамики улиток центробежных компрессоров. *Труды КХТИ*, 1971, вып. 49, с. 40–54.
- [5] Никитин А.А., Яминов В.Г. Расчет выходных устройств центробежного компрессора. *Повышение эффективности паровых и газовых холодильных машин и процессов тепломассопереноса. Сб. тр.*, Ленинград, ЛТИХП, 1989, с. 58–65.
- [6] Никитин А.А., Цукерман С.В. Результаты исследования выходных устройств унифицированных центробежных компрессорных машин (УЦКМ). *Конструирование, исследование, технология и организация производства компрессорных машин. Сб. тр.*, Сумы, ВНИИ-Компрессормаш, 1976, с. 60–66.
- [7] Мифтахов А.А., Воронов Г.Ф. Выходные устройства центробежных компрессоров: проектирование и расчет. *Компрессорная техника и пневматика*, 1996, вып. 1–2 (10–11), с. 5–9.
- [8] *PCA Engineers Limited*. URL: <https://www.pcaeng.co.uk/software> (дата обращения 15 января 2020).
- [9] Japikse D. Agile design system in the age of concurrent engineering. *JANNAF Conference*, Albuquerque, 1996, December, pp. 331–345.
- [10] Japikse D., Bitter J. Effective two-zone modeling of diffusers and return channel systems for radial and mixed-flow pumps and compressors. *Proceedings of the 11th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, 2006, vol. 2, pp. 511–520, doi: 10.1063/1.5122102
- [11] Japikse D., Dubitsky O. Vaneless diffuser advanced model. *Proceedings of the ASME Turbo Expo*, 2005, vol. 6 pt. B, no. GT2005-68130, pp. 823–834, doi: 10.1115/GT2005-68130
- [12] Qiu X., Japikse D., Zhao J., Anderson M.R. Analysis and Validation of a Unified Slip Factor Model for Impellers at Design and Off-Design Conditions. *Journal of Turbomachinery*, 2011, vol. 133(4), no. 041018, doi: 10.1115/1.4003022
- [13] Дроздов А.В., Лунев А.Т. Применение методов идентификации и многорежимной оптимизации при проектировании центробежных компрессоров. *Потребители-производители компрессоров и компрессорного оборудования. Тр. 19-го Междунар. симп.*, Санкт-Петербург, СПбПУ, 2015, с. 69–73.
- [14] Лунев А.Т. Структура метода проектирования и испытания проточной части нагнетателей для перекачивания природного газа. *Компрессорная техника и пневматика*, 2001, № 10, с. 4–7.
- [15] Лунев А.Т. *Разработка высокоэффективных сменных проточных частей центробежных компрессоров газоперекачивающих агрегатов*. Дис. ... канд. техн. наук. Казань, 2005. 123 с.
- [16] Галеркин Ю.Б. Формирование взглядов на рабочие процессы и современное состояние газодинамических методов проектирования промышленных центробежных компрессоров. *Компрессорная техника и пневматика*, 2000, № 2, с. 9–14.
- [17] Galerkin Y., Danilov K., Popova E. Design philosophy for industrial centrifugal compressors. *Institution of Mechanical Engineers (IMEchE) Conference Transactions, International Conference on Compressors and Their Systems*, London, City University, 1999, pp. 465–480.
- [18] Данилов К.А. *Создание математической модели и программных комплексов для оптимального газодинамического проектирования холодильных центробежных компрессоров*. Дис. ... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 1999. 176 с.
- [19] Galerkin Y., Drozdov A. New generation of Universal modeling for centrifugal compressors calculation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2015, vol. 90(1), no. 012040, doi: 10.1088/1757-899X/90/1/012040
- [20] Galerkin Y., Rekstin A., Soldatova K., Drozdov A. Universal modeling method — the instrument for centrifugal compressor gas dynamic design. *ASME Gas Turbine India Conference*, 2015, no. 119665, doi: 10.1115/GTINDIA2015-1202

- [21] Drozdov A., Galerkin Y. Modeling the non-incidence inlet flow rate coefficient in a centrifugal compressor impeller. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 2007, iss. 1, no. 030052, doi: 10.1063/1.5051913
- [22] Rekstin A., Popova Y., Ucehovscy A. Centrifugal compressor stages efficiency analysis by means of the approximate algebraic equations. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 2007, no. 030036, doi: 10.1063/1.5051897
- [23] Rekstin A.F., Drozdov A.A., Solovyeva O.A., Galerkin Y.B. Two mathematical models centrifugal compressor stage vaneless diffuser comparison. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 2007, no. 030035, doi: 10.1063/1.5051896
- [24] Galerkin Yu.B., Rekstin A.F., Solovyeva O.A. Vaneless diffuser of the centrifugal compressor stage design method. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030007, doi: 10.1063/1.5122057
- [25] Galerkin Yu.B., Rekstin A.F., Soldatova K.V., Drozdov A.A. Analysis of geometric and gas-dynamic parameters of centrifugal compressor stages in tenfold range of design flow rate. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030018, doi: 10.1063/1.5122068
- [26] Rekstin A.F., Galerkin Yu.B., Soldatova K.V. Computer programs application for development a primary design recommendations of low-flow rate centrifugal compressor stages. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030032, doi: 10.1063/1.5122082
- [27] Rekstin A.F., Galerkin Yu.B. The primary design method development of centrifugal compressor impellers based on the analysis of the geometrical parameters. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030052, doi: 10.1063/1.5122102
- [28] Rekstin A.F., Soldatova K.V., Galerkin Yu.B. Experience of application the computer program based on a simplified mathematical model for industrial centrifugal compressors candidates. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 604, iss. 1, no. 012045, doi: 10.1088/1757-899X/604/1/012045
- [29] Galerkin Y., Drozdov A., Rekstin A. Centrifugal compressor impeller loading factor analysis. *E3S Web of Conferences*, 2019, vol. 124, no. 01005, doi: 10.1051/e3sconf/201912401005
- [30] Rekstin A.F., Soldatova K.V., Galerkin Yu.B., Popova E.Y. Verification of a simplified mathematical model of centrifugal compressor stages. *E3S Web of Conferences*, 2019, vol. 124, no. 01005, doi: 10.1051/e3sconf/201912401007
- [31] Галеркин Ю.Б., Солдатова К.В. *Моделирование рабочего процесса промышленных центробежных компрессоров. Научные основы, этапы развития, современное состояние.* Санкт-Петербург, Изд-во СПбПУ, 2011. 327 с.
- [32] Селезнев К.П., Галеркин К.П. *Центробежные компрессоры.* Ленинград, Машиностроение, 1982. 271 с.
- [33] Галеркин Ю.Б., Рекстин Ф.С. *Методы исследования центробежных компрессорных машин.* Ленинград, Машиностроение, 1969. 303 с.
- [34] Солдатова К.В. *Создание новой математической модели проточной части центробежных компрессоров и базы данных модельных ступеней.* Дис. ... докт. техн. наук. Санкт-Петербург, 2017. 357 с.
- [35] Галеркин Ю.Б. *Турбокомпрессоры.* Санкт-Петербург, Изд-во КХТ, 2010. 650 с.
- [36] Галеркин Ю.Б., Рекстин А.Ф., Дроздов А.А., Каминский Р.В., Сибиряков С.В., Турегулов Т.И., Усенко А.Е. Опыт создания низконапорного турбокомпрессора для наддува ДВС с применением современной версии Метода универсального моделирования. *Компрессорная техника и пневматика*, 2019, № 2, с. 2–10.
- [37] Galerkin Yu.B., Semenovskiy V.B., Soldatova K.V. Creating model stages of centrifugal compressor based on experimental data. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030026, doi: 10.1063/1.5122076

References

- [1] Ris V.F. *Tsentrobezhnye kompressornye mashiny* [Centrifugal compressor machines]. Leningrad, Mashinostroenie publ., 1981. 351 p.
- [2] Miftakhov A.A., Zykov V.I. *Vkhdnyye i vykhdnyye ustroystva tsentrobezhnykh kompressorov* [Input and output devices of centrifugal compressors]. Kazan, Fen publ., 1996. 198 p.

- [3] Idel'chik I.E. *Aerogidrodinamika tekhnologicheskikh apparatov: (podvod, otvod i raspredeleniye potoka po secheniyu apparatov)* [Aerohydrodynamics of technological devices: (inlet, outlet and flow distribution over the cross section of devices)]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1983. 350 p.
- [4] Miftakhov A.A., Seleznev K.P. Experimental study of aerodynamics of scrolls of centrifugal compressors. *Trudy KKHITI*, 1971, iss. 49, pp. 40–54 (in Russ.).
- [5] Nikitin A.A., Yaminov V.G. Calculation of the output devices of a centrifugal compressor. *Povysh. effektiv. parov. i gazov. kholod. mashin i protsessov teplomassoperenosa. Sbornik trudov* [Improving the efficiency of steam and gas refrigeration machines and heat and mass transfer processes. Collection of works]. Leningrad, LTIKHP publ., 1989, pp. 58–65 (in Russ.).
- [6] Nikitin A.A., Tsukerman S.V. The research results of the output devices of unified centrifugal compressor machines (UTsKM). *Konstruirovaniye, issledovaniye, tekhnologiya i organizatsiya proizvodstva kompressornykh mashin. Sb. tr.* [Design, research, technology and organization of production of compressor machines. Collection of works]. Sumy, VNII-Kompressormash publ., 1976, pp. 60–66 (in Russ.).
- [7] Miftakhov A.A., Voronov G.F. The output devices of centrifugal compressors: design and calculation. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 1996, iss. 1–2 (10–11), pp. 5–9 (in Russ.).
- [8] *PCA Engineers Limited*. Available at: <https://www.pcaeng.co.uk/software> (accessed 15 January 2020).
- [9] Japikse D. Agile design system in the age of concurrent engineering. *JANNAF Conference*, Albuquerque, 1996, December, pp. 331–345.
- [10] Japikse D., Bitter J. Effective two-zone modeling of diffusers and return channel systems for radial and mixed-flow pumps and compressors. *Proceedings of the 11th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, 2006, vol. 2, pp. 511–520, doi: 10.1063/1.5122102
- [11] Japikse D., Dubitsky O. Vaneless diffuser advanced model. *Proceedings of the ASME Turbo Expo*, 2005, vol. 6 pt. B, no. GT2005-68130, pp. 823–834, doi: 10.1115/GT2005-68130
- [12] Qiu X., Japikse D., Zhao J., Anderson M.R. Analysis and Validation of a Unified Slip Factor Model for Impellers at Design and Off-Design Conditions. *Journal of Turbomachinery*, 2011, vol. 133(4), no. 041018, doi: 10.1115/1.4003022
- [13] Drozdov A.V., Lunev A.T. The use of identification methods and multi-mode optimization in the design of centrifugal compressors. *Potrebiteli-proizvoditeli kompressorov i kompressornogo oborudovaniya. Tr. 19 mezhdunar. simp.* [Consumer manufacturers of compressors and compressor equipment. Proceedings of the 19th international symposium]. Sankt-Petersburg, SPbPU publ., 2015, pp. 69–73.
- [14] Lunev A.T. The structure of the method for designing and testing the flow of the superchargers for pumping natural gas. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2001, no. 10, pp. 4–7 (in Russ.).
- [15] Lunev A.T. *Razrabotka vysokoeffektivnykh smennykh protochnykh chastey tsentrobezhnykh kompressorov gazoperekachivayushchih agregatov*. Kand. Diss. [Development of high-efficiency replaceable flow parts of centrifugal compressors of gas pumping units. Cand. Diss.]. Kazan, 2005. 123 p.
- [16] Galerkin Yu.B. Formation of views on work processes and the current state of gas-dynamic methods for designing industrial centrifugal compressors. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2000, no. 2, pp. 9–14 (in Russ.).
- [17] Galerkin Y., Danilov K., Popova E. Design philosophy for industrial centrifugal compressors. *Institution of Mechanical Engineers (IMEchE) Conference Transactions, International Conference on Compressors and Their Systems*, London, City University, 1999, pp. 465–480.
- [18] Danilov K.A. *Sozdaniye matematicheskoy modeli i programmnykh kompleksov dlya optimal'nogo gazodinamicheskogo proyektirovaniya kholodil'nykh tsentrobezhnykh kompressorov*. Kand. Diss. [Creation of a mathematical model and software systems for optimal gas-dynamic design of refrigeration centrifugal compressors. Cand. Diss.]. Sankt-Petersburg, 1999. 176 p.
- [19] Galerkin Y., Drozdov A. New generation of Universal modeling for centrifugal compressors calculation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2015, vol. 90(1), no. 012040, doi: 10.1088/1757-899X/90/1/012040
- [20] Galerkin Y., Rekstin A., Soldatova K., Drozdov A. Universal modeling method — the instrument for centrifugal compressor gas dynamic design. *ASME Gas Turbine India Conference*, 2015, no. 119665, doi: 10.1115/GTINDIA2015-1202

- [21] Drozdov A., Galerkin Y. Modeling the non-incidence inlet flow rate coefficient in a centrifugal compressor impeller. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 2007, iss. 1, no. 030052, doi: 10.1063/1.5051913
- [22] Rekstin A., Popova Y., Ucehovscy A. Centrifugal compressor stages efficiency analysis by means of the approximate algebraic equations. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 2007, no. 030036, doi: 10.1063/1.5051897
- [23] Rekstin A.F., Drozdov A.A., Solovyeva O.A., Galerkin Y.B. Two mathematical models centrifugal compressor stage vaneless diffuser comparison. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 2007, no. 030035, doi: 10.1063/1.5051896
- [24] Galerkin Yu.B., Rekstin A.F., Solovyeva O.A. Vaneless diffuser of the centrifugal compressor stage design method. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030007, doi: 10.1063/1.5122057
- [25] Galerkin Yu.B., Rekstin A.F., Soldatova K.V., Drozdov A.A. Analysis of geometric and gas-dynamic parameters of centrifugal compressor stages in tenfold range of design flow rate. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030018, doi: 10.1063/1.5122068
- [26] Rekstin A.F., Galerkin Yu.B., Soldatova K.V. Computer programs application for development a primary design recommendations of low-flow rate centrifugal compressor stages. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030032, doi: 10.1063/1.5122082
- [27] Rekstin A.F., Galerkin Yu.B. The primary design method development of centrifugal compressor impellers based on the analysis of the geometrical parameters. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030052, doi: 10.1063/1.5122102
- [28] Rekstin A.F., Soldatova K.V., Galerkin Yu.B. Experience of application the computer program based on a simplified mathematical model for industrial centrifugal compressors candidates. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 604, iss. 1, no. 012045, doi:10.1088/1757-899X/604/1/012045
- [29] Galerkin Y., Drozdov A., Rekstin A. Centrifugal compressor impeller loading factor analysis. *E3S Web of Conferences*, 2019, vol. 124, no. 01005, doi: 10.1051/e3sconf/201912401005
- [30] Rekstin A.F., Soldatova K.V., Galerkin Yu.B., Popova E.Y. Verification of a simplified mathematical model of centrifugal compressor stages. *E3S Web of Conferences*, 2019, vol. 124, no. 01005, doi: 10.1051/e3sconf/201912401007
- [31] Galerkin Yu.B., Soldatova K.V. *Modelirovaniye rabocheho protsessa promyshlennykh tsentrobezhnykh kompressorov. Nauchnyye osnovy, etapy razvitiya, sovremennoye sostoyaniye* [Modeling the workflow of industrial centrifugal compressors. Scientific basis, stages of development, current status]. Sankt-Petersburg, SPbPU publ., 2011. 327 p.
- [32] Seleznev K.P., Galerkin K.P. *Tsentrobezhnyye kompressory* [Centrifugal compressors]. Leningrad, Mashinostroyeniye publ., 1982. 271 p.
- [33] Galerkin Yu.B., Rekstin F.S. *Metody issledovaniya tsentrobezhnykh kompressornykh mashin* [Research Methods for Centrifugal Compressor Machines]. Leningrad, Mashinostroyeniye publ., 1969. 303 p.
- [34] Soldatova K.V. *Sozdaniye novoy matematicheskoy modeli protochnoy chasti tsentrobezhnykh kompressorov i bazy dannykh model'nykh stupeney*. Dokt. Diss. [Creation of a new mathematical model of the flow part of centrifugal compressors and a database of model stages. Doct. Diss.]. Sankt-Petersburg, 2017. 357 p.
- [35] Galerkin Yu.B. *Turbokompressory* [Turbochargers]. Sankt-Petersburg, KKHT publ., 2010. 650 p.
- [36] Galerkin Yu.B., Rekstin A.F., Drozdov A.A., Kaminskiy R.V., Sibiryakov S.V., Turegulov T.I., Usenko A.E. Design experience for low-pressure turbocharger based on the modern version of the Universal Modeling Method. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2019, no. 2, pp. 2–10 (in Russ.).
- [37] Galerkin Yu.B., Semenovskiy V.B., Soldatova K.V. Creating model stages of centrifugal compressor based on experimental data. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, no. 030026, doi: 10.1063/1.5122076

Информация об авторах

ДРОЗДОВ Александр Александрович — кандидат технических наук, старший научный сотрудник НИЛ «Газовая динамика турбомашин». Объединенный научно-технологический институт ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, ул. Политехническая, д. 29, e-mail: a_drozdi@mail.ru).

ГАЛЕРКИН Юрий Борисович — доктор технических наук, профессор, заведующий НИЛ «Газовая динамика турбомашин». Объединенный научно-технологический институт ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», почетный председатель Ассоциации компрессорщиков и пневматиков (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, ул. Политехническая, д. 29, e-mail: yuri_galerkin@mail.ru).

УЦЕХОВСКИЙ Александр Александрович — преподаватель. Институт среднего профессионального образования ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (195251, Санкт-Петербург, Российская Федерация, ул. Политехническая, д. 29, e-mail: au-mail@list.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Дроздов А.А., Галеркин Ю.Б., Уцеховский А.А. Разработка и внедрение новой математической модели тангенциальных выходных устройств центробежных компрессоров. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 6, с. 17–35, doi: 10.18698/0536-1044-2020-6-17-35

Please cite this article in English as:

Drozdo A.A., Galerkin Y.B., Utsekhovskiy A.A. Development and Implementation of a New Mathematical Model of the Tangential Exit Nozzles in Centrifugal Compressors. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 6, pp. 17–35, doi: 10.18698/0536-1044-2020-6-17-35

Information about the authors

DROZDOV Aleksandr Aleksandrovich — Candidate of Science (Eng.), Senior Researcher of Research Laboratory for Gas Dynamics of Turbomachines. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, St. Petersburg, Russian Federation, Politekhnikeskaya St., Bldg. 29, e-mail: a_drozdi@mail.ru).

GALERKIN Yuri Borisovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Research Laboratory for Gas Dynamics of Turbomachines. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Honorary Chairman, Association of Compressor and Pneumatic Engineers (195251, St. Petersburg, Russian Federation, Politekhnikeskaya St., Bldg. 29, e-mail: yuri_galerkin@mail.ru).

UTSEKHOVSKIY Aleksandr Aleksandrovich — Lecturer. Institute of Vocational Education at the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (195251, St. Petersburg, Russian Federation, Politekhnikeskaya St., Bldg. 29, e-mail: au-mail@list.ru).