

УДК 621.512.001

doi: 10.18698/0536-1044-2019-11-19-25

Реализация и сравнение методов расчета частот собственных крутильных колебаний в поршневых компрессорах

Т.С. Дегтярева¹, Г.С. Сурков²

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана

² ЗАО «КРОК инкорпорейтед»

The Implementation and Comparison of Calculation Methods of Natural Torsional Vibrations for Reciprocating Compressors

T.S. Degtyareva¹, G.S. Surkov²

¹ Bauman Moscow State Technical University

² ZAO KROK Incorporated

Проблема крутильных колебаний актуальна для поршневого компрессора, так как в процессе его работы возникают переменные крутящие моменты, создающие дополнительные напряжения кручения. Такие колебания особенно опасны при резонансе, когда первая частота собственных колебаний совпадает с гармонической составляющей низшего порядка вынужденных колебаний. Проведен анализ описанных в научно-технической литературе методов расчета частот собственных крутильных колебаний коленчатого вала многорядного поршневого компрессора. Даны рекомендации по выбору метода расчета на различных этапах проектирования. Приведены аналитические зависимости, положенные в основу трех методов: остатка, цепных дробей (метода В.П. Терских) и матричного. Аналитически описаны этапы расчета частоты собственных крутильных колебаний. Представлено разработанное для такого расчета программное обеспечение. Выполнено сравнение результатов расчета для рассматриваемых методов.

Ключевые слова: крутильные колебания, собственная частота, метод остатка, метод цепных дробей, матричный метод, многомассовая система

The problem of torsional vibrations is relevant for reciprocating compressors due to the occurrence of alternating torques that create additional torsional stresses during operation. Such vibrations are particularly dangerous in resonance frequencies when the first natural vibration frequency coincides with the harmonic component of the lower order of forced vibrations. This article analyzes the methods described in the literature for calculating natural torsional frequencies of crankshafts of multirow reciprocating compressors. Recommendations are given on selecting an appropriate calculation method at various design stages. The analytical dependencies that describe three various methods are presented: the iterative method based on moments equation, the method of continued fractions (Tersky's method) and the matrix method. The stages of calculation are described analytically, and the calculation results are compared. The developed computational software is presented.

Keywords: torsional vibration, natural vibrations, iterative method based on moments equation, method of continued fractions, matrix method, multi mass system

Необходимость расчета крутильных колебаний (КК) обусловлена экспериментальными исследованиями [1–3], которые показали, что КК, возникающие в коленчатых валах (далее валы) поршневого компрессорного оборудования, более опасны, чем изгибные. Это объясняется тем, что при эксплуатации компрессора появляются переменные крутящие моменты, создающие дополнительные напряжения кручения [4, 5].

КК особенно опасны при резонансе, когда одна из частот собственных колебаний совпадает с гармонической составляющей низшего порядка вынужденных колебаний. Резонанс может возникнуть при регулировании изменением частоты вращения вала [6]. Алгоритм расчета КК [7–9] включает в себя определение частот собственных КК приведенной многомассовой системы (ММС) валопровода поршневой компрессорной установки (рис. 1), а также нахождение векторов амплитуд, соответствующих каждой рассчитанной собственной частоте колебаний.

Цель работы — выбор метода расчета частот собственных КК вала многорядного поршневого компрессора.

Для расчета требуемых величин применяют три метода: остатка [10–12], цепных дробей (метод В.П. Терских) [12, 13] и матричный (QR-алгоритм) [5, 14].

Метод остатка основан на том, что при свободных КК приведенной системы валопровода сумма моментов сил упругости отдельных участков вала $\sum M_{уп}$ и моментов сил инерции всех колеблющихся масс $\sum M_{ин}$ должна равняться нулю:

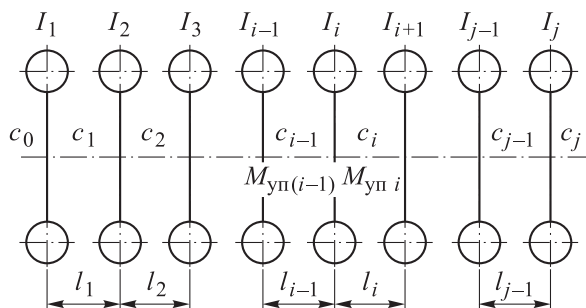


Рис. 1. Схема приведенной ММС валопровода поршневой компрессорной установки:

c_i — сопротивление i -го участка вала закручиванию;
 I_i — приведенный момент i -й сосредоточенной на валу массы; l_i — длина i -го участка вала приведенной системы; $M_{уп i}$ — момент сил упругости i -го участка вала

$$\sum M_{уп} + \sum M_{ин} = 0. \quad (1)$$

Вначале определяют величину $\sum M_{уп} + \sum M_{ин} = R_i(\omega_{ci})$, где $R_i(\omega_{ci})$ — остаточный момент при колебаниях ММС валопровода компрессора с приближенно заданной частотой ω_{ci} . Если остаточный момент $R_i(\omega_{ci})$ не равен нулю, то задают приближенное значение частоты ω_{ci1} , вычисляют остаточный момент $R_{i1}(\omega_{ci1})$ и вновь проверяют условие (1).

После n -го количества попыток находят искомую частоту ω_c , при которой

$$\sum M_{уп} + \sum M_{ин} = R = 0, \quad (2)$$

где R — остаточный момент при колебаниях ММС валопровода компрессора с частотой ω_c .

Колебания i -й массы происходят по гармоническому закону

$$\varphi_i = a_i \cos \omega t, \quad (3)$$

где φ_i — угол поворота i -й массы; a_i — амплитуда колебаний i -й массы.

Чтобы найти значения частот собственных КК в системе, содержащей j масс (см. рис. 1), необходимо ввести обозначения действующих на i -ю массу моментов сил упругости:

- для участка слева от текущей i -й массы — $M_{уп(i-1)}$;
- для участка справа от текущей i -й массы — $M_{уп i}$;
- для текущей i -й массы — $M_{ин i}$.

С помощью формул (1)–(3) и зависимостей, приведенных в работах [10, 11], можно подобрать частоту собственных колебаний ММС ω_c (см. рис. 1), придерживаясь следующего алгоритма:

- определение момента сил упругости участка вала с жесткостью c_1 при произвольных значениях относительной амплитуды колебаний a_1 и относительной частоты ω_{c1} первой массы (например, $a_1 = 1$, $\omega_{c1} = 1$) по выражению

$$M_1 = M_0 - I_1 a_1 \omega_{c1}^2 = -I_1 \omega_{c1}^2;$$

- вычисление амплитуды второй массы по формуле

$$a_2 = a_1 + \frac{M_1}{c_1} = 1 - \frac{I_1 \omega_{c1}^2}{c_1};$$

- нахождение момента сил упругости участка вала с жесткостью c_2 из соотношения

$$M_2 = M_1 - I_2 a_2 \omega_{c1}^2;$$

- определение амплитуды третьей массы a_3 , момента сил упругости M_3 участка вала с жесткостью c_3 и т. д. до момента сил упругости M_j участка вала за последней массой с жесткостью c_j ;

- если произвольно выбранная частота ω_{c1} окажется равной одной из действительных частот собственных КК ММС, то момент сил упругости M_j ($M_j = R$) должен быть равен нулю, т. е. будет выполнено условие (2);

- если частота ω_{c1} окажется не равной одной из действительных собственных частот ММС, то необходимо задать второе значение для частоты собственных колебаний, повторяя описанный алгоритм до того момента, пока количество найденных частот собственных КК не станет равным $j - 1$.

Тогда, согласно ранее принятым обозначениям, для ММС эквивалентной системы справедливы следующие уравнения:

$$\begin{cases} M_1 = -I_1 a_1 \omega_c^2, & a_2 = a_1 + \frac{M_1}{c_1}; \\ M_2 = M_1 - I_2 a_2 \omega_c^2, & a_3 = a_2 + \frac{M_2}{c_2}; \\ \dots \\ M_j = M_{j-1} - I_j a_j \omega_c^2, & a_j = a_{j-1} + \frac{M_{j-1}}{c_{j-1}}. \end{cases} \quad (4)$$

Метод В.П. Терских базируется на оригинальном преобразовании уравнений (4) в так называемую цепную дробь [12, 13]. Решение осуществляется путем подстановок в цепную дробь пробных значений собственной частоты КК. При совпадении произвольно выбранной частоты с действительной собственной частотой КК рассматриваемой системы получаемая эквивалентная динамическая жесткость будет равна нулю. С помощью метода подстановок в функцию цепной дроби итерационных значений ω_c определяют частоты собственных КК ММС.

Матричный метод сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений [7]

$$\begin{cases} (-I_1 \omega_c^2 + \sum c_{1j}) a_1 & -c_{12} a_2 & \dots & -c_{1j} a_j & = 0; \\ -c_{12} a_2 & (-I_2 \omega_c^2 + \sum c_{2j}) a_2 & \dots & -c_{2j} a_j & = 0; \\ \dots & \dots & \dots & \dots & = 0; \\ -c_{1j} a_1 & -c_{2j} a_2 & \dots & (-I_j \omega_c^2 + \sum c_{ij}) a_j & = 0, \end{cases}$$

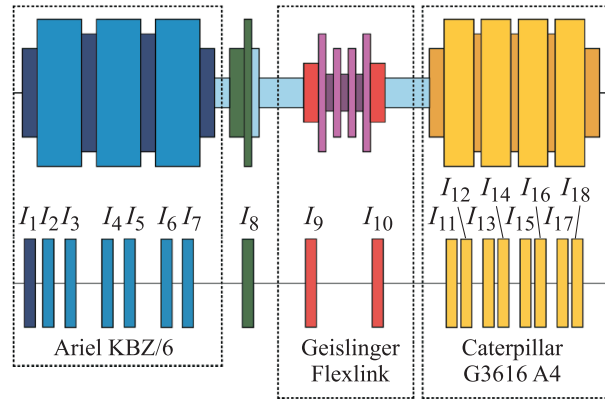


Рис. 2. Многомассовая система компрессорной установки

которая в матричной форме приобретает вид

$$(C - J\omega_c^2)A = 0,$$

где C — матрица жесткости; J — матрица инерционных членов; A — вектор-столбец неизвестных значений амплитуд.

Так как в реальных системах матрицы J и C симметричны, а J — положительно определенная матрица, для их приведения к стандартной форме можно использовать метод вращения Якоби или более быстрые методы (метод Гивенса, QR-алгоритм и его модификации).

Таблица 1

Исходные данные для рассматриваемой ММС

Номер массы i	Момент инерции I_i , кг·м ²	Номер участка j	Крутильная жесткость $c_j \cdot 10^{-7}$, Н·м
1	0,613	1	2,419
2	7,078	2	3,327
3	7,079	3	1,770
4	7,078	4	3,327
5	7,079	5	1,770
6	7,071	6	3,327
7	7,079	7	2,694
8	642,812	8	2,578
9	11,700	9	6,853
10	11,700	10	6,106
11	32,611	11	3,969
12	15,035	12	3,933
13	15,035	13	3,969
14	15,035	14	3,883
15	15,035	15	3,969
16	15,035	16	3,933
17	15,035	17	6,106
18	96,944	–	–

```

input.txt
18 ← Количество эквивалентных масс [n]
0.613
7.078 ← Значение приведенных моментов инерции [Jв]
7.079
...
2.419E+07 ← Значение крутильных жесткостей участков [Cд-1]
3.327E+07
1.77E+07
...
Имя входного файла:      input.txt
Имя выходного файла:    output.txt
Метод расчета:          Метод цепных дробей (Метод В.П. Терских)
Итерационная точность: 0.005

      [J, кг*м^2]          [с, Н*м]
1      6.130000e-01        2.419000e+07
2      7.078000e+00        3.327000e+07
...
17     1.503500e+01        6.106000e+07
18     9.694400e+01

20:39:23  Начало расчета
20:39:27  w[1] = 1.914503e+02 Гц  Амплитудных узлов = 1  K(w[1]) = 1.302860e+00
20:39:31  w[2] = 4.608458e+02 Гц  Амплитудных узлов = 2  K(w[2]) = 4.242070e+02
20:39:32  w[3] = 5.612584e+02 Гц  Амплитудных узлов = 3  K(w[3]) = 2.397050e+01

output.txt
[1.91450e+02 Гц, 1] ← Значение собственной частоты и количество амплитудных узлов
[1]1.000000e+00
[2]9.972335e-01 ← Единичный вектор амплитуд для данной частоты
...
[18]-1.303365e+00

```

Рис. 3. Фрагмент расчета частот собственных КК методом цепных дробей с помощью разработанного ПО

В настоящее время самым эффективным признан метод решения полной проблемы собственных значений квадратных заполненных матриц общего вида QR-алгоритмом [14]. Решение задачи значительно упрощается благодаря симметричности матриц инерции и жесткости.

При реализации разработанного расчетного программного обеспечения (ПО) по каждому

из рассмотренных методов определения частот КК n -массовой системы использованы исходные данные для крутильной системы компрессорной установки, изображенной на рис. 2. Компрессорная установка состоит из шестирядного компрессора Ariel KBZ/6, муфты Geislinger и приводного газопоршневого двигателя Caterpillar G3616 A4.

Таблица 2

Результаты расчета

Номер частоты	Частота собственных КК, Гц, полученная методом		
	остатка	цепных дробей	матричным
1	191,480	191,450	191,450
2	466,843	460,846	460,846
3	561,355	561,258	561,258
4	998,607	998,605	998,604
5	1326,871	1313,080	1313,071
6	1565,568	1565,612	1565,567
7	2016,138	2008,131	2008,130
8	2064,788	2064,785	2064,778
9	2309,092	2311,529	2309,091
10	2671,412	2671,425	2671,411
11	3001,816	3001,816	3001,816
12	3150,588	3108,807	3108,807
13	3183,370	3183,398	3183,369
14	3493,407	3476,456	3476,891
15	3725,998	3722,463	3722,451
16	4013,749	4013,755	4013,748
17	6281,853	6584,439	6584,583

Таблица 3

Значения параметров сравнения
трех методов расчета

Параметр	Значение, полученное методом		
	остатка	цепных дробей	матричным
Максимальная погрешность (относительно матричного метода), %	4,598	0,105	–
Время расчета, с	9	5880	112
Выделенный объем ОЗУ, Мбайт	16	256	64

Исходные данные для рассматриваемой ММС — значения моментов инерции каждой приведенной массы и крутильных жесткостей участков вала, соединяющих массы, — приведены в табл. 1.

На рис. 3 показан фрагмент расчета частоты собственных КК методом цепных дробей с помощью разработанного ПО, где также охарактеризован вектор выходных данных (порядок вывода выходных данных, их содержание) и приведен пример таких данных.

Программное обеспечение разработано на объектно-ориентированном языке C++. Входными данными программы являются крутильные жесткости участков между сконцентрированными эквивалентными массами, приведенные моменты инерции возвратно-поступательно движущихся масс (т. е. поршневой группы) и моменты инерции приведенных масс участ-

ков вала (щек, коренной шейки и сбегов между ними).

Последовательность работы с созданным ПО включает в себя следующие этапы: введение исходных данных с клавиатуры или из файла, выбор одного из трех методов расчета частоты собственных КК, проведение вычислений и выведение результатов на экран или в файл.

В табл. 2 приведены результаты расчета частоты собственных КК рассматриваемой ММС тремя методами, в табл. 3 — параметры сравнения и их значения для каждого метода расчета.

Выводы

1. С помощью разработанного ПО определены частоты собственных КК многомассового валопровода поршневого компрессора.

2. Анализ результатов расчета показал, что самым быстрым и нересурсоемким является метод остатка. Метод цепных дробей не следует использовать для системы, состоящей более чем из двенадцати эквивалентных масс, так как множественные вложения в цепную дробь [12, 13] значительно усложняют вычислительные операции, а сам расчет может занимать больше времени. Это делает метод цепных дробей применимым для систем с ограниченным количеством эквивалентных масс.

3. Для предварительных (оценочных) вычислений рекомендовано использовать итерационные методы, а для более точного последующего расчета — матричный метод.

Литература

- [1] Desavale R.G., Patil A.M. Theoretical and Experimental Analysis of Torsional and Bending Effect on Four Cylinders Engine Crankshafts. *International Journal of Engineering Research*, 2013, no. 2, pp. 379–386.
- [2] Tiwari R. *Rotor Systems: Analysis and Identifying best practices for measuring and analyzing torsional vibration*. Plano, USA, Siemens Product Lifecycle Management Software Inc., 2014. 19 p.
- [3] Troy Feese P.E., Hill C. *Guidelines for preventing torsional problems in reciprocating machinery*. San Antonio, USA, Engineering Dynamics Incorporated, University Oak, 2002. 19 p.
- [4] Пластинин П.И. *Поршневые компрессоры. Т. 2. Основы проектирования. Конструкции*. Москва, КолосС, 2008. 711 с.
- [5] Краснокутский А.Н. *Расчет коленчатого вала ДВС на крутильные колебания*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 36 с.
- [6] Артнер Д., Юрин А., Тояма К. Разработка и внедрение эффективных методов регулирования производительности поршневых компрессоров. Ч. 2. *Компрессорная техника и пневматика*, 2013, № 7, 17 с.
- [7] Tiwari R. *Rotor Systems: Analysis and Identification*. Florida, CRC Press, 2017. 1069 p.

- [8] Дегтярева Т.С., Сибатулин К.О. Определение резонансных частот крутильных колебаний коленчатого вала поршневого компрессора. *Инженерный вестник*, 2014, № 11, с. 29–37. URL: <http://engsi.ru/doc/740900.html> (дата обращения 15 мая 2019).
- [9] Дегтярева Т.С., Ефимов А.В., Сибатулин К.О. Определение действительных амплитуд и напряжений от крутильных колебаний вала поршневого компрессора при резонансе. *Компрессорная техника и пневматика*, 2016, № 4, с. 28–33.
- [10] Вихерт М.М., Доброгаев Р.П., Ляхов М.И. *Конструкция и расчет автотракторных двигателей*. Москва, Машиностроение, 1964. 550 с.
- [11] Попык К.Г. *Динамика автомобильных и тракторных двигателей*. Москва, Высшая школа, 1970. 328 с.
- [12] Ефремов Л.В. *Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий*. Санкт-Петербург, Наука, 2007. 276 с.
- [13] Терских В.П. *Крутильные колебания валопровода силовых установок*. Ленинград, Судостроение, 1969. 206 с.
- [14] Лашко В.А., Лейбович М.В. *Матричные методы в расчетах крутильных колебаний силовых установок с ДВС*. Хабаровск, Изд-во ХГТУ, 2003. 213 с.

References

- [1] Desavale R.G., Patil A.M. Theoretical and Experimental Analysis of Torsional and Bending Effect on Four Cylinders Engine Crankshafts. *International Journal of Engineering Research*, 2013, no. 2, pp. 379–386.
- [2] Tiwari R. *Rotor Systems: Analysis and Identifying best practices for measuring and analyzing torsional vibration*. Plano, USA, Siemens Product Lifecycle Management Software Inc., 2014. 19 p.
- [3] Troy Feese P.E., Hill C. *Guidelines for preventing torsional problems in reciprocating machinery*. San Antonio, USA, Engineering Dynamics Incorporated, University Oak, 2002. 19 p.
- [4] Plastinin P.I. *Porshnevyye kompressory. T. 2. Osnovy proyektirovaniya. Konstruktsii* [Piston compressors. T. 2. Basics of design. Constructions]. Moscow, KolosS publ., 2008. 711 p.
- [5] Krasnokutskiy A.N. *Raschet kolenchatogo vala DVS na krutil'nyye kolebaniya* [Calculation of the engine crankshaft for torsional vibrations]. Moscow, Bauman Press, 2002. 36 p.
- [6] Artner D., Yurin A., Toyama K. Preparation and Implementation of Efficient & Flexible Flow Control Methods for Reciprocating Compressors. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2013, no. 7, 17 p (in Russ.).
- [7] Tiwari R. *Rotor Systems: Analysis and Identification*. Florida, CRC Press, 2017. 1069 p.
- [8] Degtyareva T.S., Sibatulina K.O. Determination of resonant frequencies of torsional vibrations of the crankshaft of a piston compressor. *Inzhenernyy vestnik*, 2014, no. 11, pp. 29–37 (in Russ.). Available at: <http://engsi.ru/doc/740900.html> (accessed 15 May 2019).
- [9] Degtyareva T.S., Efimov A.V., Sibatulina K.O. Determining the Actual Amplitudes and Stresses of the Reciprocating Compressors Crankshaft Caused by Torsion Vibrations in Resonance. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2016, no. 4, pp. 28–33 (in Russ.).
- [10] Vihert M.M., Dobrogayev R.P., Lyakhov M.I. *Konstruktsiya i raschet avtotraktornykh dvigateley* [Design and calculation of automotive engines]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1964. 550 p.
- [11] Popyk K.G. *Dinamika avtomobil'nykh i traktornykh dvigateley* [Dynamics of automobile and tractor engines]. Moscow, Vysshaya shkola publ., 1970. 328 p.
- [12] Efremov L.V. *Teoriya i praktika issledovaniy krutil'nykh kolebaniy silovykh ustanovok s primeneniym komp'yuternykh tekhnologiy* [Theory and practice of research of torsional vibrations of power plants using computer technology]. Sankt-Petersburg, Nauka publ., 2007. 276 p.
- [13] Terskikh V.P. *Krutil'nyye kolebaniya valoprovoda silovykh ustanovok* [Torsional vibrations of the shaft drive of power plants]. Leningrad, Sudostroyeniye publ., 1969. 206 p.

- [14] Lashko V.A., Leybovich M.V. *Matrichnyye metody v raschetakh krutil'nykh kolebaniy silovyykh ustanovok s DVS* [Matrix methods in the calculation of torsional vibrations of power plants with internal combustion engines.]. Khabarovsk, KhSTU publ., 2003. 213 p.

Статья поступила в редакцию 26.09.2019

Информация об авторах

ДЕГТЯРЕВА Татьяна Сергеевна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Вакуумная и компрессорная техника». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: tatserd@yandex.ru).

СУРКОВ Глеб Сергеевич — менеджер проектов. ЗАО «КРОК инкорпорейтед» (105082, Москва, Российская Федерация, ул. Большая Почтовая, д. 26В, стр. 2, e-mail: surkov_gleb@bk.ru).

Information about the authors

DEGTYAREVA Tatiana Sergeevna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Vacuum and Compressor Equipment. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: tatserd@yandex.ru).

SURKOV Gleb Sergeevich — Project Manager. ZAO KROK Incorporated (105082, Moscow, Russian Federation, Bolshaya Pochtovaya St., Bldg. 26B, Block 2 e-mail: surkov_gleb@bk.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Дегтярева Т.С., Сурков Г.С. Реализация и сравнение методов расчета частот собственных крутильных колебаний в поршневых компрессорах. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2019, № 11, с. 19–25, doi: 10.18698/0536-1044-2019-11-19-25

Please cite this article in English as:

Degtyareva T.S., Surkov G.S. The Implementation and Comparison of Calculation Methods of Natural Torsional Vibrations for Reciprocating Compressors. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2019, no. 11, pp. 19–25, doi: 10.18698/0536-1044-2019-11-19-25