

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.833

doi: 10.18698/0536-1044-2019-11-3-8

Влияние угловой координаты неподвижного зубчатого колеса на кинематическую погрешность волновой передачи

И.Е. Люминарский¹, С.Е. Люминарский¹, Ю.С. Иванов²¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана² Московский политехнический университет

The Influence of the Angular Coordinate of a Fixed Gear Wheel on the Kinematic Error of a Harmonic Drive

I.E. Lyuminarsky¹, S.E. Lyuminarsky¹, Y.S. Ivanov²¹ Bauman Moscow State Technical University² Moscow Polytechnic University

При проектировании волновой зубчатой передачи актуальной задачей является уменьшение ее кинематической погрешности, возникающей из-за деформации гибкого колеса, радиальных колебаний кулачка, погрешности изготовления и установки зубчатых колес. Обычно эту задачу решают путем повышения классов точности зубчатых колес и деталей, погрешности изготовления которых влияют на точность установки кулачка. Предложена математическая модель, позволяющая на этапе проектирования исследовать зависимость кинематической погрешности волновой зубчатой передачи от различных факторов. Разработана методика расчета, учитывающая упругое взаимодействие основных элементов передачи, погрешности их изготовления и установки. Приведены результаты теоретических исследований влияния углового положения гибкого и жесткого зубчатых колес на кинематическую погрешность волновой зубчатой передачи с кулачковым генератором волн. Доказана возможность снижения кинематической погрешности передачи за счет поворота неподвижного зубчатого колеса.

Ключевые слова: волновая зубчатая передача, кинематическая погрешность, гибкое колесо, жесткое колесо, упругое взаимодействие

When designing harmonic drives, it is important to address the issue of reducing the kinematic error of the drive occurring due to the deformation of the flexible gear, radial oscillations of the cam, manufacturing and installation errors of the gears. Conventionally, this problem is solved by increasing the accuracy class of the gears and the parts where manufacturing errors impact the accuracy of cam installation. A mathematical model is proposed that enables researchers to study the dependency of the kinematic error of the harmonic drive on various factors already at the design stage. Calculation techniques are developed that take into account elastic interaction between the main elements of the drive as well as manufacturing and installation errors. The results of theoretical studies of the influence of the angular position of the flexible and rigid gears on the kinematic error of a harmonic

drive with a cam wave generator are presented. The possibility of reducing the kinematic error by turning the fixed gear is proven.

Keywords: harmonic drive, kinematic error, flexible gear, rigid gear, elastic interaction

Благодаря многозонности и многопарности зацепления волновые зубчатые передачи (ВЗП) имеют малый мертвый ход, высокие кинематическую точность и нагрузочную способность при небольших массе и габаритных размерах. ВЗП широко применяют в высокоточных электро-механических приводах. При этом качественные показатели приводов в значительной степени зависят от точности передаточных механизмов, повышение которой является актуальной задачей при проектировании ВЗП.

Исследованию кинематической погрешности (КП) ВЗП посвящены работы С.Н. Истомина, П.К. Попова, Ф.И. Фурсяка, Г.А. Тимофеева и др. [1–7]. В своих исследованиях ученые отмечают, что КП таких передач обусловлена деформацией их элементов (собственной погрешностью) и погрешностью изготовления и установки зубчатых колес (ЗК) и генератора волн.

Алгебраическое суммирование погрешностей деталей существенно завышает значение КП ВЗП, что объясняется упругой деформацией звеньев. Поэтому для определения КП необходимо использовать методику, основанную на расчете упругого взаимодействия элементов ВЗП [7–9].

Постановка задачи. В ранее проведенных исследованиях анализировалось влияние погрешностей изготовления ЗК и установки элементов

передачи на ее КП. Применяемые при этом методики учитывали возможность различного положения векторов погрешностей кулачка, гибкого (ГК) и жесткого (ЖК) колес.

Однако до настоящего времени не оценивалось влияние взаимного углового расположения векторов погрешностей кулачка, ГК и ЖК на КП передачи, не проверялась возможность уменьшения КП ВЗП путем подбора углового положения неподвижного колеса.

Цель работы — анализ влияния угловой координаты неподвижного ЗК на наибольшую кинематическую погрешность ВЗП с кулачковым генератором волн, а также проверка возможности увеличения КП передачи за счет поворота неподвижного колеса.

Математическая модель. Объектом исследования являлась ВЗП с кулачковым генератором волн, конструктивная схема которой приведена на рис. 1. На КП значительное влияние оказывает деформация элементов ВЗП, поэтому для определения КП выполняют расчет упругого взаимодействия ЗК и гибкого подшипника (ГП).

При этом ВЗП представляют в виде упругой системы с односторонним контактом звеньев [8, 9]. В математической модели учитывают контактные деформации боковых поверхностей зубьев, тел качения, дорожек качения ГП и упругие деформации ГК, опор ЗК и кулачка.

Разрешающая система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & G_1 & G_2 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & G_3 & G_4 & 0 \\ 0 & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & G_5 & G_6 \\ A_1 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ A_1^* & A_2 & 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2^* & A_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3^* & 0 & 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_1 - \delta_{1p} \\ \delta_2 - \delta_{2p} \\ \delta_3 - \delta_{3p} \\ 0 \\ B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \delta_j \geq 0, \\ F_j \geq 0, \\ \delta_j \cdot F_j \geq 0, \quad j=1, \dots, M. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь D_{ij} — приведенные матрицы податливости; G_k — матрицы, связывающие приращение зазоров с векторами смещений, $k = 1, \dots, 6$; $A_1, A_1^*, A_2, A_2^*, A_3, A_3^*$ — матрицы коэффициентов в уравнениях равновесия ЖК, ГК, наружного кольца ГП (НКГП) и кулачка как

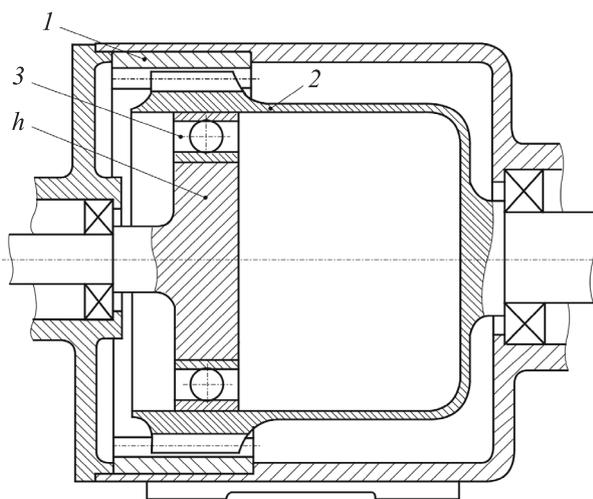


Рис. 1. Конструктивная схема ВЗП с кулачковым генератором волн:

1 — ЖК; 2 — ГК; 3 — гибкий подшипник;
h — кулачок

жестких тел в плоскости движения; C_1, C_2 и C_3 — матрицы жесткости опор ЖК, ГК и кулачка соответственно; F_1, F_2, F_3 — векторы узловых сил между боковыми поверхностями зубьев, взаимодействующими поверхностями ГК и ГП, внутренним кольцом ГП и телами качения соответственно; a_1, a_2, a_3, a_4 — векторы смещений ЖК, ГК, НКГП и кулачка; $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ — векторы зазоров в узловых точках между ЖК и ГК, ГК и НКГП, НКГП и телами качения соответственно; $\delta_{1p}, \delta_{2p}, \delta_{3p}$ — векторы зазоров в узловых точках между недеформированными элементами (ЖК и ГК, ГК и НКГП, НКГП и телами качения); $V = (0, 0, M_g)^T$ — вектор внешних сил, действующих на ГК, M_g — вращающий момент на ГК; 0 — нулевая матрица; M — количество односторонних связей в системе, равное сумме размерностей векторов F_1, F_2, F_3 .

Последние четыре строки системы линейных уравнений в системе (1) представляют собой уравнения равновесия ЖК и ГК, наружно-го колеса ГП и кулачка. Два неравенства и последнее уравнение выражают односторонний характер взаимодействия. Для решения системы (1) используют метод введения восстанавливающих сил [10].

К причинам возникновения КП ВЗП с кулачковым генератором волн относятся:

- упругая деформация ГК и ГП; КП при абсолютно точном изготовлении и установке деталей передачи называется собственной КП и составляет $0,25 \dots 2,00''$;
- неточность установки кулачка, вызванная погрешностями изготовления деталей передачи;
- погрешность изготовления ЗК; при совпадении базовой и технологической осей ЗК эти погрешности обусловлены изменением угловых координат зубьев.

Погрешности деталей, расположенные в разных плоскостях, приводятся к расчетной плоскости с помощью коэффициентов приведения [11, 12]. Такие погрешности являются векторами. Погрешность установки кулачка равна геометрической сумме трех составляющих

$$e_h = e_h^h + e_h^g + e_h^b,$$

где e_h^h и e_h^g — погрешности, вращающиеся с кулачком и с ГК; e_h^b — неподвижная погрешность установки кулачка.

Проекции погрешности e_h на подвижные оси координат x_1 и y_1 , жестко связанные с кулачком, определяются выражениями

$$e_{hx1} = e_h^h \cos \varphi_h^h + e_h^g \cos(\varphi_h^g + \varphi_g - \varphi_h) + e_h^b \cos(\varphi_h^b - \varphi_h);$$

$$e_{hy1} = e_h^h \sin(\varphi_h^h) + e_h^g \sin(\varphi_h^g + \varphi_g - \varphi_h) + e_h^b \sin(\varphi_h^b - \varphi_h),$$

где $e_h^h = |e_h^h|$, $e_h^g = |e_h^g|$, $e_h^b = |e_h^b|$; $\varphi_h^h, \varphi_h^g, \varphi_h^b$ — угловые координаты погрешностей e_h^h, e_h^g, e_h^b в начальном положении, т. е. при $\varphi_h = 0$ и $\varphi_g = 0$; φ_g — угловая координата ГК; φ_h — угловая координата кулачка, т. е. угол между неподвижной осью x и малой осью кулачка (осью x_1).

Погрешность e_h^g , оказывающая незначительное влияние на кинематическую точность ВЗП, при расчетах не учитывается ($e_h^g = 0$). При определении КП передачи предполагается, что начальные фазы погрешностей e_h^h и e_h^b равны нулю ($\varphi_h^h = 0, \varphi_h^b = 0$).

В погрешности ЗК принята во внимание только первая гармоника. При этом КП ЗК учитывается путем задания отклонения угловых координат зубьев ГК и ЖК от их номинальных положений. Разности между действительными и номинальными положениями зубьев ГК $\Delta\varphi_i^g$ и ЖК $\Delta\varphi_i^b$ колес относительно большой оси кулачка определяются следующим образом:

$$\Delta\varphi_i^g = \frac{F'_{i1}}{2r_1} \sin(\varphi_i^g + \xi^g + \varphi_g - \varphi_h);$$

$$\Delta\varphi_i^b = \frac{F'_{i2}}{2r_2} \sin(\varphi_i^b + \xi^b - \varphi_h),$$

где F'_{i1} и F'_{i2} — допуски на кинематическую погрешность ГК и ЖК; φ_i^g — угловая координата i -го зуба ГК при $\varphi_g = 0$; φ_i^b — угловая координата i -го зуба ЖК; ξ^g и ξ^b — фазы расположения погрешностей ГК и ЖК; r_1 и r_2 — делительные радиусы ГК и ЖК.

В приведенных далее результатах исследования КП передачи вычислялась при медленном вращении кулачка и постоянном значении вращающего момента на ГК M_g .

При заданном значении φ_h КП передачи определяется как разность номинального и расчетного углов поворота ГК $F_{кпп}(\varphi_h) = \varphi_h / u_{ng} - (\varphi_g - \varphi_{g0})$, где u_{ng} — передаточное отношение ВЗП; φ_{g0} — начальный угол пово-

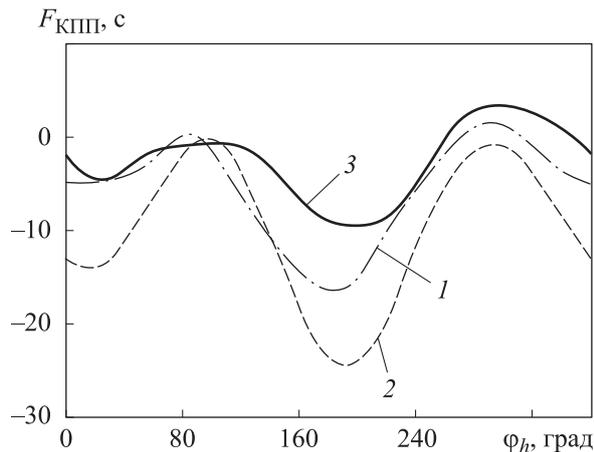


Рис. 2. Зависимость КП ВЗП $F_{\text{КПП}}$ от угловой координаты кулачка φ_h при вращающем моменте на ГК $M_g = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и различных угловых положениях ГК:

1 — $\varphi_g = 20^\circ$; 2 — $\varphi_g = 100^\circ$; 3 — $\varphi_g = 300^\circ$

рота ГК (при $\varphi_h = 0$). Наибольшая КП передачи F'_{ior} равна наибольшей алгебраической разности значений КП передачи $F_{\text{КПП}}$ за полный цикл изменения относительного положения ЗК ($\varphi_h \in [0^\circ, 360^\circ]$) и $\varphi_{g0} \in [0^\circ, 360^\circ]$.

Результаты исследования. Для теоретического исследования выбрана ВЗП (см. рис. 1), имеющая следующие основные параметры: числа зубьев ГК $z_g = 200$ и ЖК $z_b = 202$; модуль зацепления $m = 0,8 \text{ мм}$; коэффициенты смещения $x_g = 3,1$ и $x_b = 3,3$; толщина обода ГК под зубчатым венцом $h_1 = 1,4 \text{ мм}$; толщина оболочки ГК $h_3 = 1,4 \text{ мм}$; ширина зубчатого венца $b_w = 32 \text{ мм}$; длина оболочки ГК $l = 160 \text{ мм}$; число тел качения в ГП $N = 24$. Начальная радиальная деформация ГК $W_0 = 1,2m$. Допуски на КП зубчатых колес $F'_{i1} = F'_{i2} = 75 \text{ мкм}$, погрешности установки кулачка $e_h^b = 80 \text{ мкм}$ и $e_h^l = 30 \text{ мкм}$.

На рис. 2 показано изменение КП передачи $F_{\text{КПП}}$ за один оборот кулачка при вращающем моменте на ГК $M_g = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и различных угловых положениях ГК ($\varphi_g = 20, 100$ и 300°). При получении зависимостей $F_{\text{КПП}} = f(\varphi_h)$ приняты фазы расположения КП ГК $\xi^b = 260^\circ$ и ЖК $\xi^g = 0^\circ$.

Угол поворота ГК φ_g оказывает значительное влияние на наибольшую КП передачи, вычисленную за один оборот кулачка: погрешность изменяется в 2–3 раза. Этот факт объясняется тем, что взаимное расположение

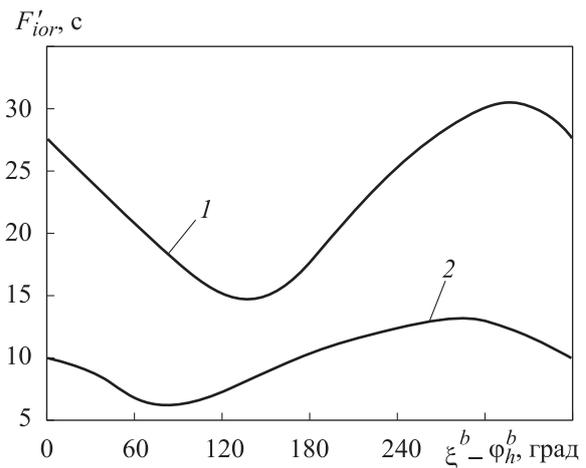


Рис. 3. Зависимость наибольшей КП ВЗП F'_{ior} от разности фаз $\xi^b - \varphi_h^b$ при различных значениях вращающего момента на ГК:

1 — $M_g = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}$; 2 — $M_g = 800 \text{ Н}\cdot\text{м}$

погрешностей, определяемое фазами $\varphi_g + \xi^g$, ξ^b и φ_h^b , влияет на время, в пределах которого осуществляется одноволновое зацепление. Одноволновое зацепление, появляющееся из-за погрешностей изготовления и установки деталей передачи, значительно увеличивает КП.

Приведенные на рис. 2 зависимости указывают на то, что наибольшую КП ВЗП F'_{ior} необходимо определять за полный оборот ГК. При этом кулачок должен совершить число оборотов, определяемое выражением $u_{hg} = z_g l / (z_g - z_b)$.

На рис. 3 показана зависимость наибольшей КП передачи F'_{ior} от взаимного расположения погрешности ЖК и неподвижной погрешности кулачка e_h^b . Взаимное расположение указанных погрешностей характеризуется разностью фаз $\xi^b - \varphi_h^b$. Изменение разности фаз $\xi^b - \varphi_h^b$ при $M_g = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}$ позволяет уменьшить наибольшую КП с 31 до 15" (см. рис. 3, кривая 1), а при $M_g = 800 \text{ Н}\cdot\text{м}$ — с 13 до 2" (кривая 2). Следовательно, подбором углового положения ЖК наибольшую КП ВЗП можно снизить более чем в 2 раза.

Выводы

1. Размах КП ВЗП зависит от углового положения подвижного ЗК, поэтому наибольшую КП следует определять за один полный оборот ведомого ГК.

2. Взаимное расположение погрешности передачи. Значение КП можно значительно уменьшить путем подбора углового положения неподвижного ЖК. Значение КП можно значительно уменьшить путем подбора углового положения неподвижного ЖК.

Литература

- [1] Истомина С.Н., Шувалов С.А., Попов П.К. *Кинематическая точность приборных волновых передач*. Москва, Машиностроение, 1987. 160 с.
- [2] Полетучий А.И. *Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов*. Харьков, Изд-во НАУ «ХАИ» им. М. Жуковского, 2005. 675 с.
- [3] Поляков А.В. *Повышение точности вращения круговых приводов подачи станков с волновыми редукторами*. Автореферат дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2004. 22 с.
- [4] Ghorbel F.H., Gandhi P.S. Alpeter F. On the kinematic error in harmonic drive gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2001, vol. 123, no. 1, pp. 90–97, doi: 10.1115/1.1334379
- [5] Тимофеев Г.А., Костиков Ю.В. Степень влияния ошибок изготовления деталей волновой зубчатой передачи на ее кинематическую точность. *Приводы и компоненты машин*, 2016, № 3, с. 10–13.
- [6] Тимофеев Г.А., Барбашов Н.Н. Анализ действующих ошибок двухпрофильного волнового зацепления. *Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2017, № 1(112), с. 41–47, doi: 10.18698/0236-3941-2017-1-41-47
- [7] Lyuminarsky I.E., Lyuminarsky S.E. Kinematic error of a harmonic drive. *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 224, no. art. 01039, doi: 10.1051/mateconf/201822401039
- [8] Люминарский С.Е. Влияние погрешности обката гибкого колеса на кинематическую погрешность ВЗП-80. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2012, № 1. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/306686.html> (дата обращения 15 января 2012).
- [9] Клеников С.С., Люминарский И.Е., Семин И.И. Расчетная модель волновых передач с учетом несимметрии нагружения элементов по волнам зацепления. *Вестник машиностроения*, 1993, № 1, с. 17.
- [10] Люминарский И.Е., Люминарский С.Е. Метод расчета линейных систем, ограниченных односторонними связями, при статическом нагружении. *Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2009, № 2(75), с. 84–90.
- [11] Тайц Б.А., Марков И.И. *Точность и контроль зубчатых колес*. Ленинград, Машиностроение, 1978. 136 с.
- [12] Дунаев П.Ф., Леликов О.П. *Расчет допусков размеров*. Москва, Машиностроение, 2006. 400 с.

References

- [1] Istomin S.N., Shuvalov S.A., Popov P.K. *Kinematicheskaya tochnost' pribornykh volnovykh peredach* [The kinematic accuracy of the instrument wave transmission]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1987. 160 p.
- [2] Poletuchiy A.I. *Teoriya i konstruirovaniye vysokoeffektivnykh volnovykh zubchatykh mekhanizmov* [Theory and design of highly efficient wave gear mechanisms]. Kharkov, NAU "KHAI" im. M. Zhukovskogo publ., 2005. 675 p.
- [3] Polyakov A.V. *Povysheniye tochnosti vrashcheniya krugovykh privodov podach stankov s volnovymi reduktorami*. Avtoreferat Kand. Diss. [Improving the accuracy of rotation of circular drives of feed machines with wave reducers. Cand. Diss.]. Moscow, 2004. 22 p.
- [4] Ghorbel F.H., Gandhi P.S. Alpeter F. On the kinematic error in harmonic drive gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2001, vol. 123, no. 1, pp. 90–97, doi: 10.1115/1.1334379

- [5] Timofeyev G.A., Kostikov Yu.V. Degree of influence of manufacturing errors of wave gear parts on its kinematic precision. *Machine drives and parts*, 2016, no. 3, pp. 10–13 (in Russ.).
- [6] Timofeyev G.A., Barbashov N.N. Analysis of Existing Errors in Double-Flank Wave Engagement. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2017, no. 1(112), pp. 41–47 (in Russ.), doi: 10.18698/0236-3941-2017-1-41-47
- [7] Lyuminarsky I.E., Lyuminarsky S.E. Kinematic error of a harmonic drive. *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 224, no. art. 01039, doi: 10.1051/mateconf/201822401039
- [8] Lyuminarskiy S.E. Influence of an error in running-in of flexible gear on the kinematic error VZP-80. *Science and Education. BMSTU*, 2012, no. 1 (in Russ.). Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/306686.html> (accessed 15 January 2012).
- [9] Klenikov S.S., Lyuminarskiy I.E., Semin I.I. The calculated model of wave transmissions taking into account the asymmetry of loading elements on the waves of engagement. *Vestnik mashinostroyeniya*, 1993, no. 1, 17 p. (in Russ.).
- [10] Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E. Method of Design of Linear Systems with Unilateral Constraints in Static Loading. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2009, no. 2(75), pp. 84–90 (in Russ.).
- [11] Tayts B.A., Markov I.I. *Tochnost' i kontrol' zubchatykh koles* [Precision and control of gears]. Leningrad, Mashinostroyeniye publ., 1978. 136 p.
- [12] Dunayev P.F., Lelikov O.P. *Raschet dopuskov razmerov* [Calculation of dimensional tolerances]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 2006. 400 p.

Статья поступила в редакцию 24.05.2019

Информация об авторах

ЛЮМИНАРСКИЙ Игорь Евгеньевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: lie260@mail.ru).

ЛЮМИНАРСКИЙ Станислав Евгеньевич — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

ИВАНОВ Юрий Сергеевич — кандидат технических наук, доцент кафедры «Техническая механика». Московский политехнический университет (105005, Москва, Российская Федерация, ул. Большая Семеновская, д. 38, e-mail: jsivanov@mail.msiu.ru).

Information about the authors

LYUMINARSKY Igor Evgenievich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: lie260@mail.ru).

LYUMINARSKY Stanislav Evgenievich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

IVANOV Yuriy Sergeevich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Theoretical Mechanics Department. Moscow Polytechnic University (105005, Moscow, Russian Federation, Bolshaya Semenovskaya St., Bldg. 38, e-mail: jsivanov@mail.msiu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Люминарский И.Е., Люминарский С.Е., Иванов Ю.С. Влияние угловой координаты неподвижного зубчатого колеса на кинематическую погрешность волновой передачи. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2019, № 11, с. 3–8, doi: 10.18698/0536-1044-2019-11-3-8

Please cite this article in English as:

Lyuminarsky I.E., Lyuminarsky S.E., Ivanov Y.S. The Influence of the Angular Coordinate of a Fixed Gear Wheel on the Kinematic Error of a Harmonic Drive. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2019, no. 11, pp. 3–8, doi: 10.18698/0536-1044-2019-11-3-8