

УДК 621.2.082.18

## Экспериментальное определение коэффициента демпфирования светоотражающей поверхности солнечного паруса

**А.С. Попов, С.М. Тененбаум**

*Экспериментально получен логарифмический декремент колебаний тонкой пленки, аналогичной пленке, используемой в качестве светоотражающей поверхности солнечного паруса. Описана экспериментальная установка, модель и схема получения результата.*

**Ключевые слова:** внутреннее трение, солнечный парус, коэффициент демпфирования.

*The logarithmic decrement of vibrations of a thin film similar to the one used as a reflective surface of a solar sail has been obtained experimentally. The experimental equipment, the model and the scheme to obtain the result are described.*

**Keywords:** internal friction, solar sail, damping factor.

В настоящее время в мире ведут работы по созданию крупногабаритных тонкопленочных космических конструкций. Эксперименты «Знамя» [1], Irakos [2] показали их практическую реализуемость. Однако о массовом использовании таких конструкций пока говорить рано. Это связано с целым рядом факторов: невозможность отработки раскрытия в наземных условиях; необходимость решения сложных нелинейных задач в динамической постановке, отсутствие опыта проектирования систем, обеспечивающих раскрытие подобной конструкции в космосе, сложность процесса управления и др.

Очевидно, что реализация математического моделирования раскрытия и управления тонкопленочной конструкцией в приведенном списке факторов является необходимым условием для дальнейшего их развития и применения на практике. При этом следует отметить, что вычислительные способности современных компьютерных систем и современное программное обеспечение, такое как, например, конечно-элементные пакеты MSC Nastran, MSC Marc, MSC Dytran, позволяют решать сложные нелинейные задачи в динамической постановке в течение разумного времени. Однако, одной из серьезных проблем, возникающих при математическом моделировании, является не столько сложность или объемность задачи, сколько возможность задать верные свойства материалов и адекватно учесть некоторые физические особенности процесса, например внутреннее демпфирование.

В космическом пространстве отсутствуют какие-либо факторы, вызывающие диссипацию энергии, помимо внутреннего демпфирования. Поэтому знание характеристик внутреннего демпфирования —



**ПОПОВ**  
Александр Сергеевич  
старший преподаватель



**ТЕНЕНБАУМ**  
Степан Михайлович  
студент кафедры  
«Аэрокосмические  
системы»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

необходимое условие проведения расчетов динамики крупногабаритных тонкопленочных космических конструкций.

Необходимость учета внутреннего демпфирования при проектировании космического аппарата с солнечным парусом показана в работе [3]. На полученной в этой работе диаграмме (рис. 1) по вертикальной оси откладывается квадрат первой собственной частоты колебаний лопасти солнечного паруса, а по горизонтальной — ее декремент колебаний. На диаграмме видно, что существуют некоторые значения  $\omega^{2*}$  и  $\delta^*$ , которые являются границей между областями в которых конструкцию солнечного паруса можно считать абсолютно жесткой, и где важен учет ее податливости. Собственная частота зависит от параметров жесткости лопасти паруса и ее можно вычислить аналитически. Однако определение аналитически декремента колебаний представляется затруднительным. Соответствующие методики расчетов и экспериментальные данные были описаны, например, в работе [4], но использовать их, как точные, применительно к тонким пленкам представляется некорректным.

В данной работе представлена технология экспериментального получения логарифмического декремента колебаний системы, затухание колебаний в которой происходит только вследствие внутреннего трения в тонкой пленке. Проведена серия экспериментов, по их результатам определен логарифмический дек-

ремент колебаний. Измерения проводились для лавсановой пленки толщиной 4 мкм, аналогичной пленкам типа «майлар», используемым в качестве светоотражающей поверхности солнечного паруса.

## Описание модели

Для получения декремента колебаний пленки использовалась простейшая динамическая модель в виде колебательной системы с одной степенью свободы. Таким образом, подвесив на исследуемой светоотражающей лавсановой ленте груз, можно получить модель математического маятника. Однако, экспериментально было замечено, что возможен эффект возникновения крутильных колебаний ленты, вследствие чего аппроксимация этой системы маятником с одной степенью свободы становится несправедливой. Чтобы исключить влияние крутильных колебаний модель математического маятника была заменена моделью физического маятника (рис. 2), которая состоит из двух пластин оргстекла 1 и 3, толщиной по 1 мм и вклеенной между ними лентой 2. Толщина зеркала 4 1 мм. В результате получена динамическая система, которую можно рассматривать как физический маятник с одной степенью свободы, подвешенный на шарнире с демпфером 2. Роль шарнира с демпфером играет исследуемый образец пленки.

## Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка выполнена на базе вакуумной камеры ВК-01. Необходимость проведения эксперимента в вакууме обусловлена требованием исключения торможения маятника об атмосферу.

Схема экспериментальной установки показана на рис. 3. Маятник подвешивается к потолку вакуумной камеры при помощи магнита с проушиной, на которой, посредством винта, закреплена верхняя часть маятника 1 (см. рис. 2). Считается, что она абсолютно жесткая. Через специальное окно 6 камеры ВК-01 5 луч лазера 7, выпущенный из лазерного моду-



Рис. 1. Диаграмма определения механических характеристик солнечного паруса

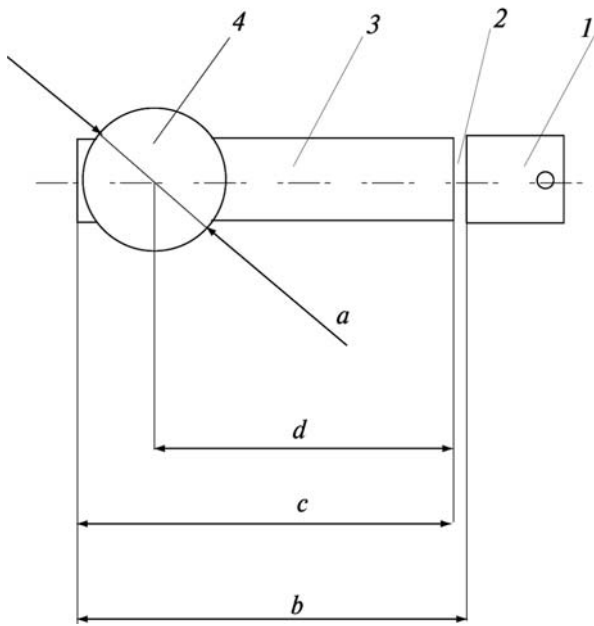


Рис. 2. Модель физического маятника:

$a = 46$  мм;  $b = 124$  мм;  $c = 121$  мм;  $d = 98$  мм

ля 8, подается на зеркало 4, жестко закрепленное в нижней части маятника. Луч, попадая на зеркало под углом, отличным от нормали, отражается и проецируется на экран 9, установленный на значительном расстоянии  $e$  от точки подвеса маятника. Такая схема позволяет регистрировать достаточно малое отклонение маятника от положения равновесия (от  $0,15^\circ$  и менее в данном эксперименте). Следует отметить, что фактическое значение минимально регистрируемого отклонения в данной установ-

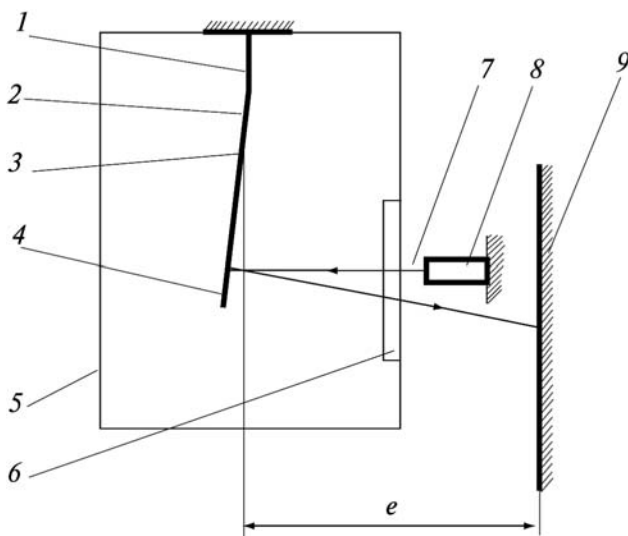


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

ке определяется преимущественно расстоянием  $e \approx 2,5$  м. Смещение лазерного луча на экране записывается на видеокамеру. Результатом проведения одного эксперимента является видеофайл переходного процесса затухания колебаний маятника.

## Обработка экспериментальных данных

На рис. 4 показан пример кадра из видеофайла результатов одного из экспериментов. Из анализа этого рисунка следует, что пятно от лазера на экране состоит из нескольких областей: центральной части (ярко-белая область), окружающих ее красных бликов (градации красного) и серого фона самого экрана. Очевидно, что для анализа колебательного процесса необходимо выделить характерную точку в этом пятне. Для этого была написана специальная программа на языке C#, алгоритм которой представлен ниже:

- 1) из видеофайла считывается кадр в виде растрового изображения;
- 2) для каждого пикселя считанного изображения определяется: находится ли он в заданном заранее интервале цветов (который соответствует следу лазерного луча на видеозаписи). Если пиксель принадлежит интервалу, то его координаты записываются в массив **P**;
- 3) для полученного массива **P** точек, принадлежащих пятну от лазера, ищется центр. При этом используются формулы для нахождения центра масс системы материальных точек, находящихся в поле действия системы параллельных сил. Полученные в результате этой операции координаты средней точки ( $X$ ,  $Y$ )



Рис. 4. Кадр из видеофайла

считаются истинными координатами центра лазерного луча для данного момента времени (кадра) и записываются в выходной файл в формате Excel. Время съемки конкретного кадра определяется автоматически из данных, имеющихся в видеофайле;

4) операции 1—3 повторяются для каждого кадра видеофайла.

Следующим шагом в анализе данных является выделение максимумов из полученных экспериментальных точек. Для решения этой задачи были опробованы разные методы, однако наилучшие результаты показал метод, основанный на использовании возможностей программы Mathematica 7.0 в области аппроксимации функции по заданным точкам (функция Interpolation), и нахождении затем корней уравнения

$$\frac{d}{dt} f(t) = 0, \quad (1)$$

где  $f(t)$  — аппроксимированная функция по точкам, которые были получены при работе программы в C#.

При решении уравнения (1) получается набор времен, соответствующих максимумам и минимумам отклонений маятника от положения равновесия. Затем выполняется центрирование данных с выбором только максимальных значений отклонений.

Полученный описанным выше алгоритмом набор данных позволяет определить логарифмический декремент колебаний динамической системы по формуле

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_n}, \quad (2)$$

где  $\delta$  — логарифмический декремент колебаний;  $n$  — число колебаний между амплитудами колебаний  $A_0$  и  $A_n$  ( $A_0 > A_n$ ).

В таком эксперименте количество полученных амплитуд в одном опыте измеряется сотнями. Поэтому расчеты по формуле (2) могут выполняться по-разному. Были опробованы разные методы расчета и оценки ошибки, и авторы остановились на следующем: все время эксперимента (~10...12 мин — ~1 000 колеба-

ний) разбивается на несколько ( $i = 1...3$ ) интервалов, на которых значение логарифмического декремента рассчитывается по формуле (2), где в качестве  $A_0$  выбирается первый максимум из интервала, а в качестве  $A_n$  — последний. Количество и длительность интервалов определяются после просмотра результатов эксперимента, т. е. при анализе графика функции  $f(t)$ . Известно [5], что значение логарифмического декремента напрямую связано с показателем экспоненциальной функции, описывающей убывание амплитуды колебаний со временем, следующей зависимостью:

$$\beta = \frac{T}{\delta}, \quad (3)$$

где  $\beta$  — показатель экспоненты;  $T$  — период колебаний.

Как показали расчеты, период колебаний  $T$  определяется с высокой точностью из экспериментальных данных.

Таким образом, изменение амплитуды на интервале времени ( $t_1, t_2$ ) может быть описано следующим выражением:

$$A_i(t) = A_i^0 e^{-\beta(t-t_i^0)}, \quad (4)$$

где  $A_i(t)$  — функция, определяющая изменение амплитуды от времени на  $i$ -м интервале;  $A_i^0$  — первое значение амплитуды на  $i$ -м интервале;  $t_i^0$  — время, соответствующее амплитуде  $A_i^0$ ;  $t$  — время, отсчет которого ведется от начала эксперимента (по данным видеофайла).

Рассчитав по формуле (4) значения амплитуд в каждой известной экспериментальной точке, определяют максимальную по модулю разницу значений  $\Delta A_{\max}$ , полученных в эксперименте. Это значение позволяет найти максимальную ошибку определения логарифмического декремента колебаний в данном интервале времени по следующей формуле:

$$\Delta \delta_i^{\max} = \left| \delta_i - \frac{T}{t_i^{\Delta A_{\max}}} \ln \frac{A_i^0}{A_i^{\Delta A_{\max}}} \right|, \quad (5)$$

где  $\delta_i$  — логарифмический декремент колебаний, определенный по формуле (2) для всего интервала;  $T$  — период колебаний;  $t_i^{\Delta A_{\max}}$  — вре-

мя, соответствующее  $\Delta A_{\max}$ , отсчитываемое от начала рассматриваемого временного интервала;  $A_i^0$  — первая амплитуда  $i$ -го интервала;  $A_i^{\Delta A_{\max}}$  — экспериментальное значение амплитуды, соответствующее  $\Delta A_{\max}$ .

Поскольку во всех остальных экспериментальных точках ошибка меньше, чем в точке, соответствующей  $\Delta A_{\max}$ , то полученная по формуле (5) ошибка является максимальной. Таким образом определяется оценка сверху ошибки проведения эксперимента.

### Результаты экспериментов

По описанной выше методике была проведена серия экспериментов. Ниже приведена таблица результатов экспериментов.

Таблица

В приведенной таблице под экспериментом

Эксперимент	Номер опыта	Логарифмический декремент колебаний $\delta$	Ошибка $\Delta \delta_{\max}$ , %
1	1	0,0039	8
	2	0,0027	6
	3	0,0022	30
2	4	0,0028	11
3	5	0,0020	180
4	6	0,0020	145
5	7	0,0021	13
6	8	0,0028	201

понимается совокупность данных, полученных при наблюдении одного переходного процесса колебаний маятника, а под опытом — совокупность данных, полученных при наблюдении одного переходного процесса, принадлежащая определенному временному интервалу этого процесса.

Среди результатов есть те, в которых погрешность достигает очень больших величин (эксперименты № 3, 4, 6). Такая погрешность возникает вследствие того, что в этих экспериментах маятник подвешивался с большим отклонением от вертикали, чем в остальных экспериментах, что приводило к появлению крутильных колебаний, которые значительно

ухудшали экспериментальные данные. На графике переходного процесса в этих случаях замечено «биение» амплитуды колебаний.

Для того чтобы получить окончательную оценку логарифмического декремента колебаний, отбрасываются неудачные эксперименты (№ 3, 4, 6). Среди оставшихся экспериментов находится среднее значение и среднеквадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 (\delta_i - \bar{\delta})^2}. \quad (6)$$

Окончательно логарифмический декремент колебаний тонкой пленки из майлара рассчитывают по формуле

$$\delta = 0,0028 \pm 26\%. \quad (7)$$

### Выводы

1. Создана и отработана методика определения декремента колебаний системы, диссипация энергии в которой происходит преимущественно за счет внутреннего демпфирования в тонкой (4 мкм) пленке.

2. Проведена серия экспериментов, в результате которых с достаточной точностью получено значение логарифмического декремента колебаний.

3. Экспериментально определено, что на точность эксперимента значительное влияние оказывает вертикальность подвеса маятника, а также диаметр лазерного пятна, получаемого на экране.

### Литература

1. Райкунов Г.Г., Комков В.А., Мельников В.М., Харлов Б.Н. Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 448 с.
2. Ikaros spacecraft <http://www.jspec.jaxa.jp/e/activity/ikaros.html>
3. Попов А.С. Влияние упругости конструкции солнечного паруса на траекторию движения космического аппарата, покидающего сферу действия Земли. // Тез. докл. Труды XXXII академических чтений по космонавтике. М.: Комиссия РАН, 2008. С. 459—460.
4. Рассеяние энергии при колебаниях механических систем / Г.С. Писаренко, О.Е. Богинич и др. Киев: «Наукова думка», 1978, 230 с.
5. Ильин М.М., Колесников К.С., Саратов Ю.С. Теория колебаний М: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2003. 272 с.

Статья поступила в редакцию 20.09.2011