

УДК 534.1

Моделирование колебаний ротора на несимметричной балочной опоре

С.В. Аринчев, А.С. Федюшкин

Даны особенности гироскопического эффекта для ротора на несимметричной упругой опоре — отсутствие кратности частот собственных колебаний нераскрученного ротора. Для иллюстрации данного эффекта в статье рассмотрена так называемая элементарная гироскопическая система, приведены результаты лабораторных частотных (резонансных) испытаний, а также результаты электронного моделирования кинематического возбуждения ротора на балочной опоре в среде MSC.Nastran.Rotordynamics.

Ключевые слова: ротор, несимметричная балочная опора, элементарная гироскопическая система, частотные испытания, тон обратной прецессии, пакет MSC.Nastran.Rotordynamics.

Simulation of Oscillations of the Rotor Fixed on a Non-Symmetric Beam Support

S.V. Arinchev, A.S. Fedyushkin

The main feature of the specified effect is the absence of frequency multiplicity of the non-accelerated rotor natural oscillations. The situation takes place when dynamics of the available rotor elastic support is also taken into account. The article considers this effect simulated by the elementary gyroscopic system, the results of the laboratory resonance tests are presented as well as the results of modeling the kinematic excitation of the beam-supported rotor using the MSC.Nastran.Rotordynamics software.

Keywords: rotor, non-symmetric beam support, elementary gyroscopic system, frequency test, retrograde-precession mode, MSC.Nastran.Rotordynamics software.

В настоящее время решение задач роторной динамики, как правило, связано с изучением движения ротора на осесимметричной опоре. Такая постановка характерна, например, даже для современных задач анализа погрешности ориентации космического летательного аппарата [1].

Известно, что при вращении ротора имеет место парное взаимодействие степеней свободы из двух каналов вибраций, при этом все множество тонов колебаний разбивается на пары. На рисунке 1 представлена зависимость частот пары взаимодействующих тонов колебаний (из двух разных каналов) от частоты вращения ротора. Система осесимметрична, поэтому для нераскрученного ротора имеются кратные частоты колебаний. С увеличением частоты вращения ротора



АРИНЧЕВ

Сергей Васильевич
доктор технических наук,
профессор
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ARINCHEV

Sergey Vasilievich
Dr. Sc. Techn., Professor
(MSTU named
after N.E. Bauman)



ФЕДЮШКИН

Андрей Сергеевич
аспирант
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

FEDYUSHKIN

Andrey Sergeevich
Post-Graduate
(MSTU named
after N.E. Bauman)

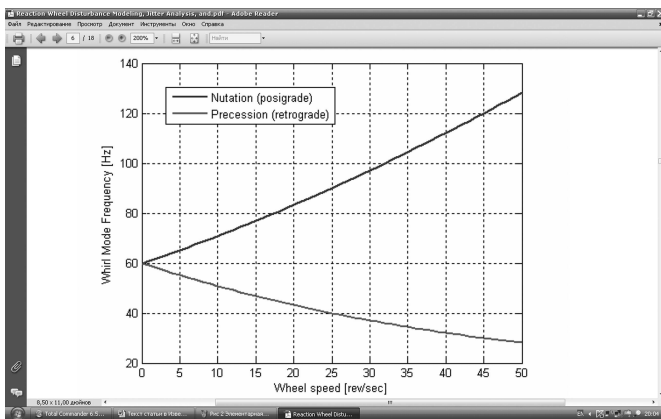


Рис. 1. Классический эффект «расщепления» кратной частоты колебаний ротора на симметричной опоре [1]

кратные частоты колебаний расщепляются: верхняя частота становится все выше, а нижняя — все ниже. Данный эффект называется классическим гироскопическим эффектом.

Научное направление, связанное с изучением влияния несимметричной упругой опоры на колебания ротора, развито недостаточно. В настоящей статье рассматривается тестовая задача о колебаниях ротора, установленного на несимметричной балочной упругой опоре. Несимметрия обусловлена особенностью крепления консольной балки к основанию (монтажной плите вибростенда).

Для иллюстрации рассмотрим сначала колебания элементарной гироскопической системы. Понятие элементарной гироскопической системы введено в работе [2]. Такая система является консервативной. Она представляет собой груз, который может колебаться сразу в двух каналах (рис. 2). Гироскопическая сила в одном канале вибраций пропорциональна скорости изменения фазовой координаты в другом канале вибраций. Гироскопические силы в разных каналах имеют различные знаки. Опора крепления тела (ротора) к основанию — несимметрична: жесткости крепления тела к основанию в разных каналах c_1 и c_2 — разные. Система уравнений динамики без трения имеет вид:

$$\begin{aligned} -m\ddot{y}_1 - c_1 y_1 + a\dot{y}_2 &= 0; \\ -m\ddot{y}_2 - c_2 y_2 - a\dot{y}_1 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где a — параметр гироскопического нагружения, моделирующий момент инерции и частоту вращения ротора.

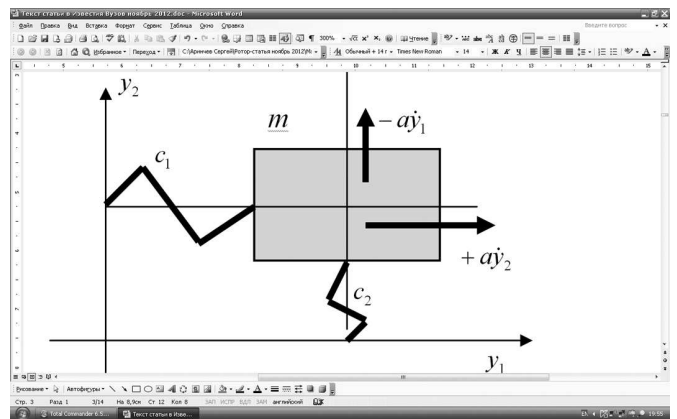


Рис. 2. Элементарная гироскопическая система с несимметричной опорой

Решение уравнений динамики ищется в экспоненциальной форме с мнимой единицей:

$$y(t) = ye^{i\omega t}. \quad (2)$$

i — мнимая единица; ω — искомая частота колебания; t — время.

Путем подстановки решения (2), исходные дифференциальные уравнения сводятся к алгебраическим:

$$\begin{aligned} m\omega^2 y_1 - c_1 y_1 + ai\omega y_2 &= 0; \\ m\omega^2 y_2 - c_2 y_2 - ai\omega y_1 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Частотная матрица A задачи имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} m\omega^2 - c_1 & \omega \\ -ai\omega & m\omega^2 - c_2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Характеристическое уравнение является биквадратным:

$$m^2\omega^4 - [m(c_1 + c_2) + a^2]\omega^2 + c_1 c_2 = 0. \quad (5)$$

Корни характеристического уравнения:

$$\omega_{1,2}^2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}, \quad (6)$$

где $p = \frac{m(c_1 + c_2) + a^2}{m^2}$; $q = \frac{c_1 c_2}{m^2}$.

Для частного случая несимметрии, когда $m = 1$ (кг), $c_1 = 1$ (Н/м), $c_2 = 0,1$ (Н/м), имеем:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1,1 + a^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,1 + a^2}{2}\right)^2 - 0,1}. \quad (7)$$

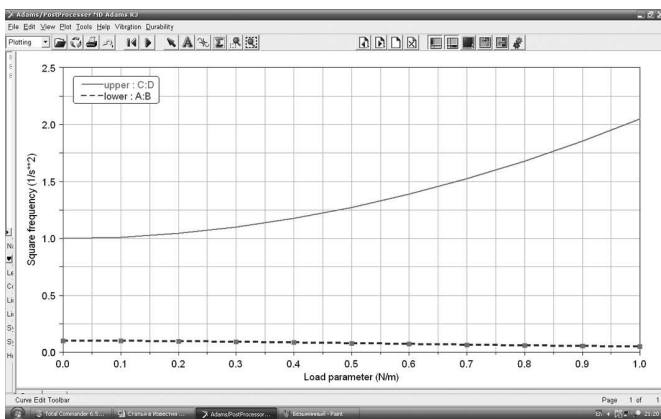


Рис. 3. «Расщепление» частот колебаний элементарной гироскопической системы с несимметричной упругой опорой. Кратность частот колебаний ротора отсутствует

Результаты расчета частот колебаний элементарного ротора по формуле (6) представлены на рис. 3. На рисунке видно, что характер зависимости частот колебаний от параметра гироскопического нагружения изменился. Кратность частот колебаний нераскрученного ротора отсутствует. Энергия вращения поразному распределилась между тонами взаимодействующей пары.

Гироскопический эффект для ротора на несимметричной балочной опоре изучался в лаборатории динамических испытаний кафедры «Аэрокосмические системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Частотные испытания выполнялись резонансным методом на оборудовании компании DataPhysics Corporation с математическим обеспечением SignalStarVector. Использован вибростенд SignalForce марки V55 (см. www.dataphysics.com). Для измерений взяты три одноосных датчика ускорений Kistler, тип датчика 8730AE500. Их коэффициенты усиления равны 9,77; 10,51 и 9,71 мВ/г соответственно. Резонансная частота датчика 76,0 кГц. Датчики устанавливались на пластилин.

На рисунке 4 представлена лабораторная установка. Здесь показан вибростенд с балочным ротором. Балка крепится болтом к монтажной плите вибростенда. Для измерений использованы три одноосных датчика ускорений. Один датчик (управляющий) расположен на монтажной плите вибростенда. На него приходит одноосное кинематическое возбуждение с амплитудным ускорением 1g. Другие два датчика — из-



Рис. 4. Лабораторная установка для частотных (резонансных) испытаний ротора на несимметричной балочной опоре

мерительные: один установлен посередине балки в пучности формы рассматриваемого тона колебаний (основное измерение), другой — в непосредственной окрестности ротора (фиксирует уровень шумов, обусловленных люфтами крепления ротора к балке). Рабочее напряжение, подаваемое на ротор, равно 12 В постоянного тока, рабочий ток равен 0,3 А.

Частота вращения ротора измерялась бесконтактным лазерным тахометром UT372 с диапазоном измерения 10...10⁵ об/мин.

Ротор представляет собой компьютерный вентилятор (кулер) марки BlueStar (рис. 5) с размерами 92×92×25 мм и номинальной частотой вращения 3 500 об/мин (см. www.spirecoolers.com). У кулера отпилена корпусная пластиковая деталь. Момент инерции кулера пренебрежимо мал. Для повышения момента инерции крыльчатка кулера обмотана изоляционной лентой ЭРА на ПВХ-основе (длина 19 м, ширина 15 мм, толщина 0,15 мм) (см. www.eraworld.ru). Масса ленты 0,072 кг. Момент инерции ротора — момент инерции кольца радиусом 0,04 м, образованного лентой. Биениями такого ротора при изучении гироскопического эффекта можно пренебречь. Электродвигатель кулера крепится клеем к консольной балке с помощью шайбы. Между крыльчаткой кулера и его электродвигателем имеются зазоры. Скоростная характеристика экспериментального ротора (зависимость частоты вращения ротора от подаваемого напряжения) представлена на рис. 6, на котором видно, что номинальному напря-



Рис. 5. Крепление ротора к полипропиленовой балке. Установка лазерного бесконтактного тахометра. Установка датчика ускорений рядом с ротором

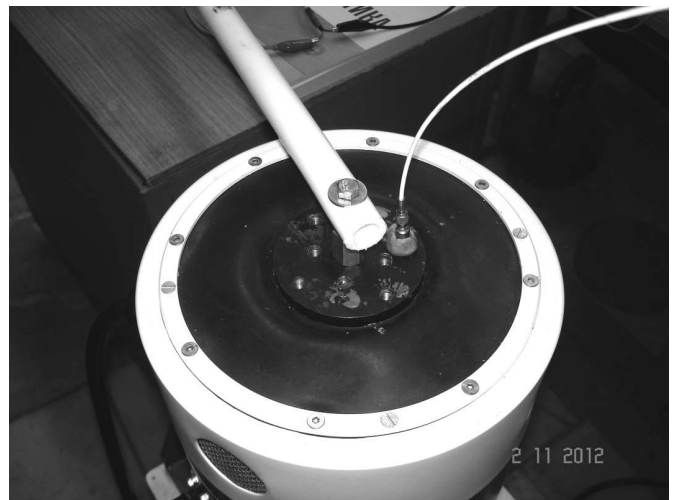


Рис. 7. Крепление балки ротора и установка управляющего датчика ускорений на монтажной плите вибростенда

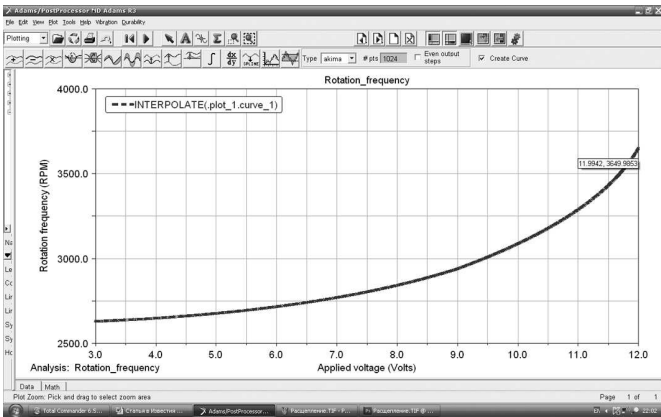


Рис. 6. Скоростная характеристика ротора. Снята бесконтактным лазерным тахометром UT372

жению 12 В соответствует частота вращения 3 650 об/мин. Данная частота вращения закладывалась в расчет.

Балка ротора — напорная (сантехническая) труба длиной 0,45 м, диаметром 20 мм с толщиной стенки 3,4 мм, выполненная из белого полипропилена марки PP R-80 по ГОСТ Р 52134—2003. Модуль упругости полипропилена при изгибе составляет 1 220...1 670 МПа, плотность — 900...910 кг/м³ (см. www.ruspolimery/roripropilen.php).

На рисунке 7 показано крепление балки к монтажной плите вибростенда болтом М6 и латунным переходником. Данное крепление является несимметричным: крутильные жесткости болтовой консольной опоры в вертикальной плоскости (плоскости кинематическо-

го возбуждения) и в горизонтальной плоскости различны. Кроме того, сама монтажная опора вибростенда имеет различные жесткости в разных плоскостях. Принцип работы вибростенда электромагнитный, следовательно крутильная жесткость монтажной плиты вибростенда зависит от частоты возбуждения. Эксперимент показал, что в рассматриваемом случае на частоте около 90 Гц крутильная жесткость монтажной опоры в вертикальной плоскости ниже ее крутильной жесткости в горизонтальной плоскости. Поэтому в данном одноосном эксперименте возбуждаются колебания балки с ротором для нижнего тона из пары взаимодействующих тонов колебаний. Верхний тон (колебания в горизонтальной плоскости) этой пары при одноосных частотных испытаниях не возбуждается. На рисунке 7 также показана установка (на пластилин) на монтажной плите управляющего датчика ускорений.

Очевидно, что жесткость опоры определяется ее сборкой. Поэтому в работе независимо выполнялись три опыта. В каждом опыте моделирования гироскопического эффекта опора разбиралась и собиралась заново. На рисунке 8 представлены фазо-частотная и амплитудно-частотная характеристики колебаний нераскрученного ротора для опыта № 2. Частотные испытания проводились резонансным методом в диапазоне частот 70...110 Гц. На рисунке 8 четко видны фазовые изменения при переходе

через резонанс. Резонанс (собственная частота колебаний) локализуется там, где фазовый сдвиг составляет примерно -90° (на рис. 8 — $-86,6^\circ$). Область резонанса зашумлена, что обусловлено наличием люфтов крепления крыльчатки кулера к электродвигателю. Резонансная частота нераскрученного ротора оказалось равной 87 Гц. Амплитудно-частотные характеристики сняты со всех трех датчиков. Датчик на монтажной плите выдает постоянное ускорение, равное $1g$. Ниже этого единичного уровня расположена амплитудно-частотная характеристика, снятая с датчика рядом с ротором (см. рис. 5). Этот датчик попадает в узел формы (рис. 9). Определяющей является амплитудно-частотная характеристика, снятая со среднего датчика, который попадает в пучность формы (см. рис. 9). Максимальное зафиксированное ускорение примерно равно $6g$.

Экспериментальное исследование гироскопического эффекта требует его предварительного математического моделирования. В среде MSC.Nastran.Rotordynamics выполнены расчеты собственных значений задачи, а также компьютерное моделирование одноосного кинематического возбуждения ротора. Балочная расчетная модель представлена на рис. 9 (сле-

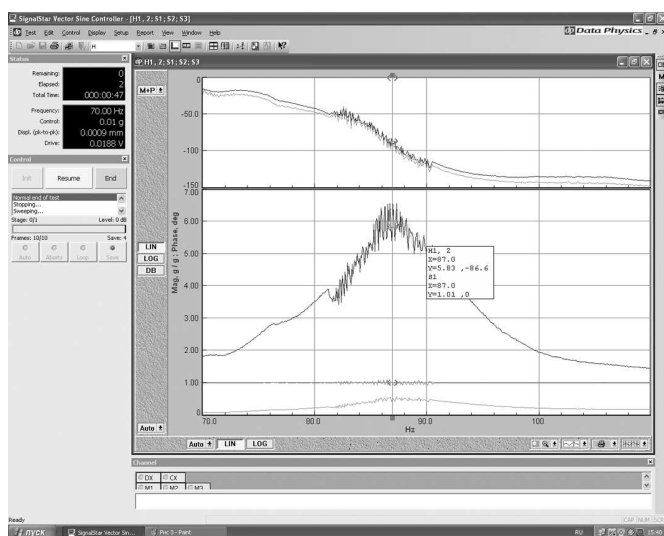


Рис. 8. Фазо-частотная и амплитудно-частотная характеристики резонансных испытаний нераскрученного ротора на балочной несимметричной опоре. Возбуждается только нижний тон пары взаимодействующих тонов колебаний ротора



Рис. 9. Форма колебаний нижнего тона пары взаимодействующих тонов ротора при моделировании его кинематического возбуждения в среде MSC.Nastran.Rotordynamics

ва-направо). Модель включает три балки: балка опоры, несущая балка, балка ротора. Крайнее левое сечение заземлено. Балка опоры разбита на два одномерных bush-элемента. Первый bush-элемент моделирует жесткости монтажной опоры. Второй bush-элемент моделирует жесткости болтового крепления консольной балки и латунного переходника. Эти два балочных элемента сопрягаются через точечный элемент № 1, в котором располагается большая (фиктивная) сосредоточенная масса. К этой массе прикладывается внешняя гармоническая сила. Ее амплитуда такова, что амплитудное ускорение массы равно $1g$. Это соответствует условиям кинематического возбуждения в эксперименте. Жесткости bush-элементов идентифицируются так, чтобы результаты расчета совпадали с результатами эксперимента.

Крайний правый узел балки опоры объединяется с крайним левым узлом несущей балки оператором equivalence. Несущая балка ротора — полипропиленовая труба с заданными выше характеристиками.

Рассмотрим балку ротора. Ось ротора выполнена из алюминиевого сплава. В середине балки ротора размещается точечный элемент № 2, в котором задается масса ротора и его моменты инерции. Балка ротора и несущая балка сопрягаются твердотельным элементом RBE2. Люфты ротора в расчете не учитываются.

Результаты расчета собственных частот колебаний ротора на балочной несимметричной опоре представлены на рис. 12 (кривые Low-

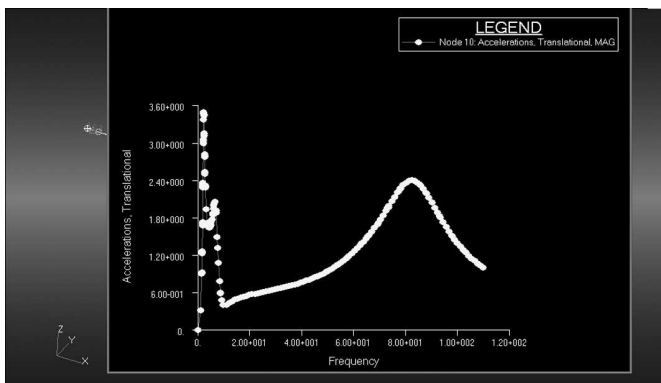


Рис. 10. Амплитудно-частотная характеристика кинематического возбуждения модели ротора в среде MSC.Nastran. Возбуждается только нижний тон пары взаимодействующих тонов колебаний

er_Nastran и Upper_Nastran). Кратные частоты отсутствуют. Расчетные кривые зависимостей частот колебаний от частоты вращения ротора имеют сравнительно большой наклон. Тона колебаний образуют пару. В расчете каждому тону пары присуще характерное вращательное движение в форме прямой или обратной прецессии. Это подтверждается экспериментом. В работе [1] (см. рис. 1) эти движения называются нутацией и прецессией соответственно. В эксперименте реализуется нижний тон пары. Верхний тон рассматриваемой пары не возбуждается.

Компьютерное моделирование одноосного кинематического возбуждения показывает (см. рис. 10), что в диапазоне 70...110 Гц проявляется только один тон взаимодействующей пары (кривая имеет только один «горб»). Это подтверждается экспериментом.

На рисунке 11 представлены результаты частотных испытаний раскрученного ротора с частотой вращения 3 650 об/мин. В частотном диапазоне 70...110 Гц имеется только один резонанс, что подтверждается формой фазо-частотной характеристики. Резонанс локализуется там, где фазовый сдвиг составляет примерно -90° (на рис. 11 — $-88,3^\circ$).

Резонансная частота раскрученного ротора в опыте № 2 равна 85,7 Гц, т. е. с увеличением частоты вращения ротора частота колебаний системы падает. Это соответствует характеру поведения тона обратной прецессии (ориентирован, главным образом, в вертикальной плос-

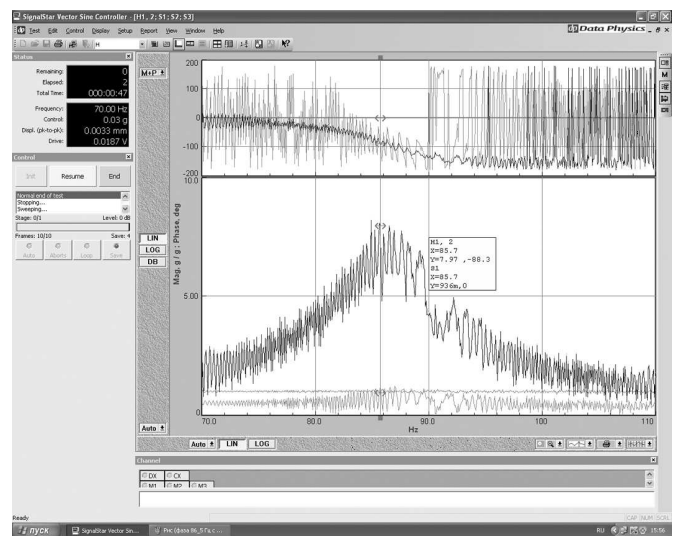


Рис. 11. Фазо-частотная и амплитудно-частотная характеристики ротора на балочной опоре с частотой вращения 3 650 об/мин. Возбуждается только нижняя частота пары взаимодействующих тонов

кости). Тон прямой прецессии (ориентирован, главным образом, в горизонтальной плоскости) в эксперименте не возбуждается.

На рисунке 11 приведены также амплитудно-частотные характеристики, снятые со всех трех датчиков ускорений. Датчик на монтажной плите выдает постоянные ускорения, равные примерно $1g$. Амплитудно-частотная характеристика датчика рядом с ротором (см. рис. 5). Фазо-частотная характеристика этого датчика сильно зашумлена. Главные показания дает датчик, расположенный посередине несущей балки. Его амплитудно-частотная характеристика также зашумлена.

Отметим высокий уровень шумов при проведении частотных испытаний роторов. Это обусловлено следующими основными причинами: наличие неизбежных люфтов в конструкции крепления крыльчатки ротора к электродвигателю, так называемый jitter-эффект (джиттер) [1]. Считается (см., например, www.greatkorzhik.tripod.com/jitteressay.htm), что jitter-эффект связан с работой электронного блока преобразования аналогового сигнала в цифровой и обратно. Цифровое считывание аналогового сигнала происходит в фиксированные дискретные моменты времени. Рассогласование указанных

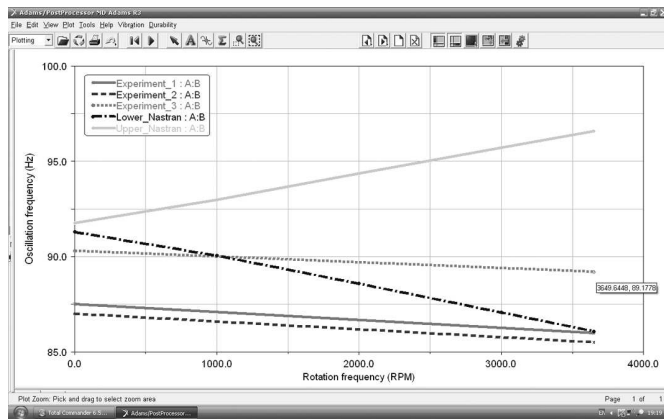


Рис. 12. Сравнение результатов частотных (резонансных) испытаний и результатов расчета свободных колебаний ротора в среде MSC.Nastran

моментов времени в отдельных элементах блока и зашумляет результаты измерений.

Частоты колебаний нераскрученного ротора не являются кратными.

На рисунке 12 дано сравнение результатов испытаний и результатов расчета — зависимости частоты колебаний от частоты вращения ротора. Расчетные кривые, построенные по пяти точкам, имеют сравнительно большой наклон. Наклон экспериментальных кривых, построенных по двум точкам, во всех трех опытах меньше, так как из-за люфтов гироскопические моменты, действующие со стороны ротора на балку, — слабее. Результаты эксперимента описывают только нижний тон (тон обратной прецессии) ротора. Верхний тон (тон прямой прецессии) не рассматривался.

Выводы

1. Кратность частот колебаний рассмотренной роторной системы отсутствует.
2. При одноосном кинематическом возбуждении несимметричного ротора один из пары взаимодействующих тонов не возбуждается (в данном случае не возбуждается тон прямой прецессии). Это подтверждается частотными испытаниями и результатами компьютерного моделирования.
3. Результаты частотных испытаний ротора могут быть сильно зашумлены. Это обусловлено наличием люфтов в конструкции крепления крыльчатки к электродвигателю, а также наличием jitter-эффекта (джиттера).

Литература

1. Liu K.C., Maghami P., Blaurock C. Reaction wheel disturbance modeling, jitter analysis, and validation tests for solar dynamics observatory // AIAA 2008—7232, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 18—21 August 2008, Honolulu, Hawaii. 18 p.
2. Аринчев С.В. Теория колебаний неконсервативных систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 464 с.

References

1. Liu K.C., Maghami P., Blaurock C. *Reaction wheel disturbance modeling, jitter analysis, and validation tests for solar dynamics observatory*. AIAA 2008—7232, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Honolulu, Hawaii. 18—21 August 2008. 18 p.
2. Arinchev S.V. *Teoriia kolebanii nekonservativnykh system* [Oscillation theory of non-conservative systems]. Moscow. MSTU named after N.E. Bauman publ., 2002. 464 p.

Статья поступила в редакцию 12.11.2012

Информация об авторах

АРИНЧЕВ Сергей Васильевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Россия, ул. 2-я Бауманская, д.5, стр.1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

ФЕДЮШКИН Андрей Сергеевич (Москва) — аспирант кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Россия, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1).

Information about the authors

ARINCHEV Sergey Vasilievich (Moscow) — Dr. Sc. Techn., Professor of «Aerospace Systems» Department. MSTU named after N.E. Bauman. (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya, 5, 105005, Moscow, Russia, e-mail: arinchev@inbox.ru).

FEDYUSHKIN Andrey Sergeevich (Moscow) — Post-Graduate of «Aerospace Systems» Department. MSTU named after N.E. Bauman. (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya, 5, 105005, Moscow, Russia).