

УДК 629.735.45, 621.833.24

DOI: 10.18698/0536-1044-2018-6-32-43

Анализ влияния сил трения в зацеплении на динамические нагрузки в зубчатых передачах

Д.В. Калинин^{1,2}, Ю.М. Темис^{1,2}

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

² ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова», 111116, Москва, Российская Федерация, Авиамоторная ул., д. 2

An Analysis of the Influence of Friction Forces on Dynamic Loads in Gears

D.V. Kalinin^{1,2}, Y.M. Temis^{1,2}

¹ BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

² Federal State Unitary Enterprise Baranov Central Institute of Aviation Motors CIAM, 111116, Moscow, Russian Federation, Aviamotornaya St., Bldg. 2



e-mail: kalinin@ciam.ru, tejour@ciam.ru



Разработана модель для исследования влияния сил сухого и вязкого трения, действующих в зацеплении зубьев, на динамические нагрузки в зубчатой передаче. Силы трения в модели представлены как внешний источник возмущения, изменяющийся по полигармоническому закону, в котором учтены характер эквивалентного коэффициента трения, количество трущихся пар, изменение направления силы трения в течение фазы зацепления, плеча силы трения и других факторов. Показано, что вязкое трение в упругогидродинамическом слое смазки в зацеплении не оказывает существенного влияния на динамические нагрузки и крутильные колебания зубчатой передачи, в том числе и в области резонанса. На основании исследования влияния силы сухого трения в зацеплении сделан вывод, что при вибродиагностике зубчатых колес эффективно измерять сигналы вибраций отдельно по направлениям вдоль и нормально к линии зацепления, что позволяет независимо оценивать воздействие разных источников возбуждения колебаний на сигналы вибраций и использовать их при разработке диагностических признаков технического состояния зубчатых колес.

Ключевые слова: зубчатая передача, трение в зацеплении, динамическая модель, параметрические колебания



The influence of dry and viscous friction forces in the meshing of teeth on dynamic loads in gears is studied using a model developed by the authors. Frictional forces in the model are presented as an external vibration source that varies in accordance with a polyharmonic function, that takes into account the equivalent coefficient of friction, the number of meshing pairs, the change of direction of the frictional force during the meshing period, the arm of friction force and other factors. It is shown that viscous damping in the elastic-hydrodynamic layer of lubricant in gearing does not have a significant effect on dynamic loads and torsional vibrations, including those in the resonance region. Based on the study of frictional forces in meshing, it is concluded that when gears are diagnosed using vibration analysis, it is effective to measure vibration signals separately, along and normal to the line of meshing. This makes it possible to independently evaluate the influence of various sources of vibration excitation on vibration signals and use them when developing diagnostic indicators of the condition of gears.

Keywords: gears, meshing friction, dynamic model, parametric vibrations

В большинстве известных динамических моделей зубчатых передач трение в зацеплении либо не учитывается [1], либо условно представляется через коэффициент демпфирования, значение которого выбирается на основе экспериментальных данных и варьируется в широком диапазоне. Данных о влиянии силы трения на динамику передач для обоснования необходимости ее учета при моделировании колебаний зубчатых колес (ЗК) в настоящее время недостаточно.

Цель работы — моделирование силы трения в зацеплении ЗК и оценка ее влияния на динамику ЗК.

Для достижения поставленной цели сделаем предположения о том, что сила трения в зацеплении пары зубьев:

- является периодической функцией на фазе их зацепления, зависящей от времени, и ее можно рассматривать как источник внешнего возбуждения в системе;
- изменяет направление после прохождения точкой контакта через полюс зацепления;
- направлена перпендикулярно к линии зацепления, и ее влияние на динамику ЗК можно исследовать отдельно от параметрического возбуждения колебаний ЗК кинематической погрешностью зацепления.

Модель силы трения в зацеплении. Потери энергии в зацеплении ЗК обусловлены как демпфирующими свойствами материала ЗК и слоя упругогидродинамической смазки в контакте зубьев, так и трением скольжения контактирующих рабочих поверхностей зубьев.

Для оценки влияния сил трения в зацеплении на динамическое возбуждение в системе рассмотрим схему взаимодействия контактирующих зубьев (рис. 1).

Для передачи с коэффициентом перекрытия $\varepsilon < 2$ в течение периода зацепления на каждое ЗК попеременно действует сила трения со стороны то одной, то двух пар зубьев, находящихся в зацеплении. При этом в зацеплении зубьев возникает упругий контакт качения со скольжением. В процессе пересопрежения зубьев контактирующие поверхности в разные моменты времени имеют переменное соотношение скоростей качения и скольжения, а трение качения в чистом виде теоретически реализуется в полюсе зацепления. В каждой паре контактирующих зубьев в течение фазы зацепления сила трения в соответствии с изменением направления скорости скольжения меняет направление после прохождения точкой контакта полюса зацепления P (рис. 2), в котором сила трения равна нулю.

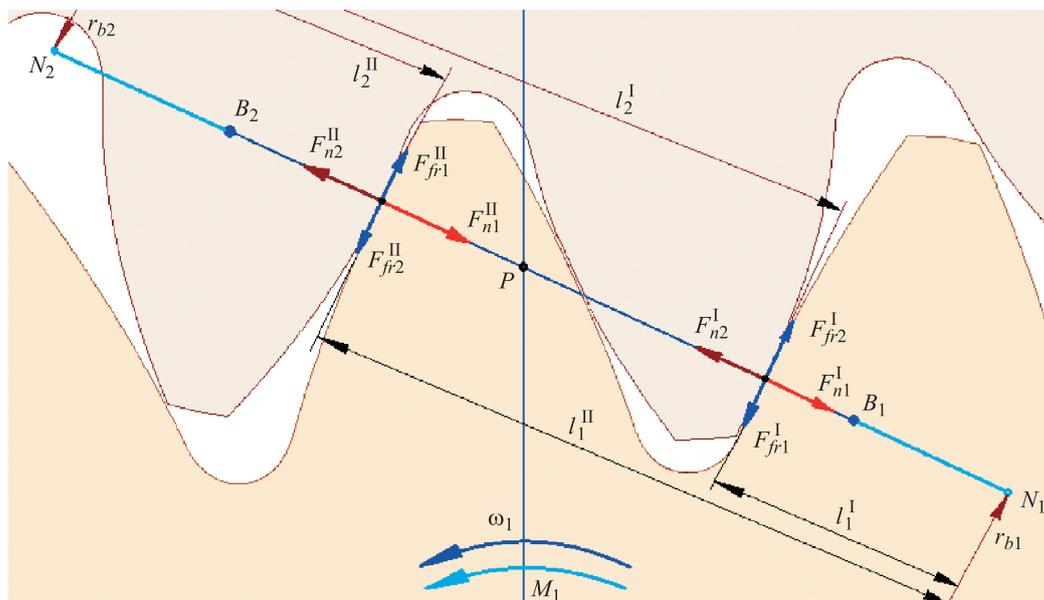


Рис. 1. Расчетная схема распределения сил трения в зубчатом зацеплении: P — полюс зацепления; ω_1 и M_1 — частота вращения ведомого ЗК и крутящий момент на нем; r_{bi} — радиус основной окружности k -го ЗК ($k = 1, 2$); l_k^i — плечо силы трения F_{frk}^i в i -й паре зубьев ($i = I, II$) для k -го ЗК; F_{nk}^i — нормальная сила в зацеплении i -й пары зубьев, действующая на k -е ЗК; N_1N_2 — линия зацепления; B_1B_2 — активный участок линии зацепления

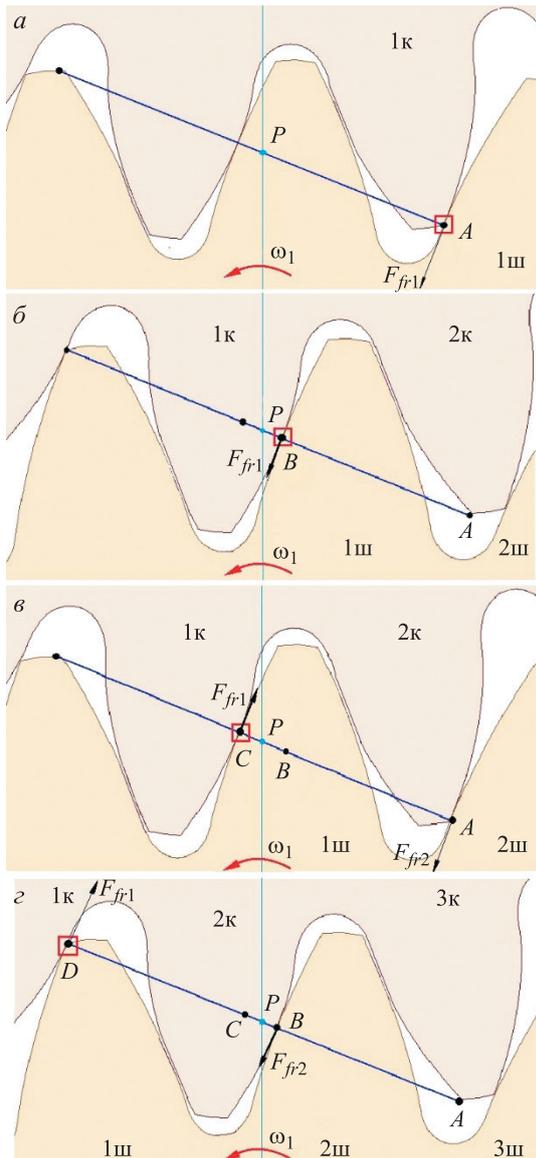


Рис. 2. Изменение числа контактирующих пар и направления силы трения в процессе зацепления ЗК:
а-г — варианты расположения точек контакта пары зубьев

Рассмотрим схему взаимодействия пары ЗК и действующие на ведущее ЗК — шестерню (ш) — силы трения (см. рис. 2), имея в виду, что на ведомое ЗК (к) оказывают влияние равные и противоположно направленные им силы трения.

На рис. 2 показано, что в промежутках времени, соответствующих положению точки контакта (красный квадрат) на отрезках AB и CD , на ведомое ЗК действуют силы трения в контакте зубьев 1к–1ш и 2к–2ш со стороны шестерни в двух парах зубьев, при этом они имеют противоположное направление. На промежут-

ке, соответствующем отрезку CB , действует сила трения F_{fr1} в одной паре зубьев, меняя свое направление после прохождения точки контакта полюса зацепления (точка P).

Согласно рекомендациям последних исследований [2–4], при моделировании силы трения в зацеплении i -й пары зубьев F_{fr}^i рассмотрим следующую модель сухого трения:

$$F_{fr}^i(t) = \mu(\varphi(t)) \operatorname{sgn} v_{\text{СК}} F_n^i(t), \quad (1)$$

где $\mu(\varphi(t))$ — переменный коэффициент смешанного трения в зацеплении (φ — угол поворота ЗК, t — время); $\operatorname{sgn} v_{\text{СК}}$ — функция, определяющая знак силы трения в зависимости от направления скорости скольжения $v_{\text{СК}}$ в контакте зубьев; $F_n^i(t)$ — нормальная сила в зацеплении i -й пары зубьев, рассчитываемая в квазистатической постановке методом конечных элементов (МКЭ).

В выражении (1)

$$\operatorname{sgn} v_{\text{СК}} = \begin{cases} -1 & \text{при } v_{\text{СК}} > 0; \\ 0 & \text{при } v_{\text{СК}} = 0; \\ 1 & \text{при } v_{\text{СК}} < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Сила трения в одной паре зубьев F_{fr}^i пропорциональна нормальной силе в зацеплении F_n^i , зависящей от количества находящихся в контакте пар зубьев и изменяющейся в течение фазы зацепления. Для подробного моделирования силы трения, действующей в зацеплении, смоделируем зацепление МКЭ с целью определения закона изменения нормальной силы F_n^i в зацеплении каждой пары зубьев в зависимости от угла поворота ЗК φ (рис. 3).

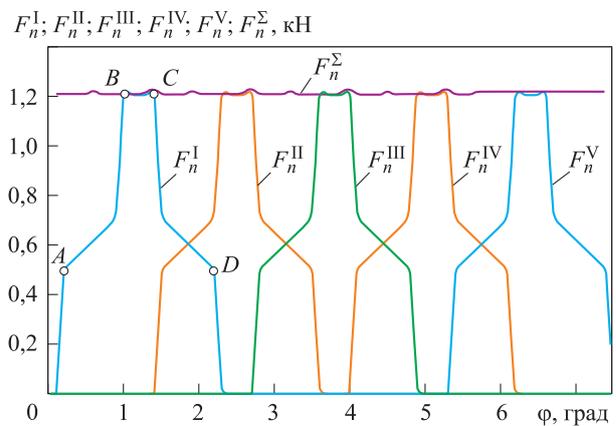


Рис. 3. Зависимость суммарной нормальной силы в зацеплении F_n^{Σ} и нормальных сил в зацеплении первой F_n^I , второй F_n^{II} , третьей F_n^{III} , четвертой F_n^{IV} и пятой F_n^V пар зубьев от угла поворота ЗК φ

Участок графика *BC* нормальной силы в зацеплении для одной пары зубьев (см. рис. 2) соответствует однопарному зацеплению, при котором крутящий момент от ведомого ЗК к шестерне передается одной парой зубьев, а на участках *AB* и *CD* — двумя. Суммарная нормальная сила в зацеплении является постоянной величиной, определяемой соотношением $F_n^\Sigma = M_2/(d_1/2)$, где M_2 — крутящий момент, передаваемый ведущим ЗК; d_1 — делительный диаметр.

Экспериментально установлено, что в ЗК гидродинамическое трение в чистом виде не реализуется, и большая часть зубчатых передач работает в области смешанного (или граничного) трения. Одна часть нагрузки во время зацепления зуба передается через слой упругогидродинамической смазки, другая — непосредственно через металлический контакт [5, 6]. Только у слабонагруженных передач с цилиндрическими ЗК при удельных нагрузках на зубьях менее 150 Н/см и окружных скоростях более 10 м/с имеет место жидкостное трение. Коэффициент смешанного трения изменяется в течение фазы зацепления, так как является функцией многих переменных, в том числе скорости скольжения, шероховатости поверхности и радиуса контактирующих поверхностей.

Анализ результатов экспериментальных исследований по измерению силы трения и коэффициента трения μ в зацеплении авиационных зубчатых передач, проведенных в NASA [2, 3, 7], показал, что на коэффициент трения значительно влияют такие факторы, как температура масла и шероховатость контактирующих поверхностей зубьев.

На рис. 4 показана экспериментальная зависимость коэффициента трения в зацеплении ЗК от угла поворота ЗК, полученная в работе [7] при частоте вращения ЗК $\omega = 800 \text{ мин}^{-1}$ и различных значениях температуры масла T_m . Как видно из рисунка, при увеличении температуры масла от комнатной ($T_m = 25 \text{ }^\circ\text{C}$) до ее рабочего значения в авиационных редукторах ($100 \text{ }^\circ\text{C}$) коэффициент трения вследствие снижения вязкости масла уменьшается в 4 раза.

В настоящей работе использована зависимость эквивалентного коэффициента трения качения со скольжением от скорости скольжения, твердости и шероховатости поверхности, вязкости масла и других параметров в обозначениях статьи [8], которая была эксперимен-

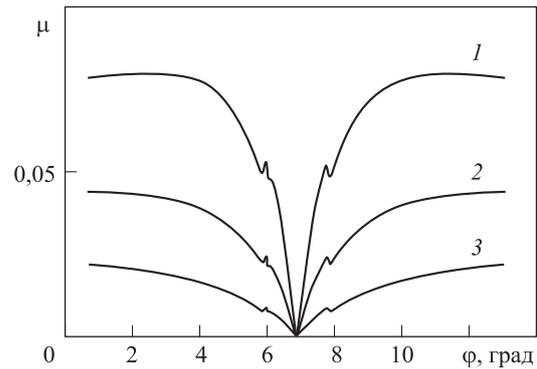


Рис. 4. Экспериментальная зависимость коэффициента трения μ в зацеплении ЗК от угла поворота ЗК ϕ при частоте вращения ЗК $\omega = 800 \text{ мин}^{-1}$ и температуре масла $T_m = 25$ (1), 50 (2) и $100 \text{ }^\circ\text{C}$ (3) [7]

тально проверена на стенде ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова»:

$$\mu_x = \frac{0,57 \left(7 + \lg \frac{HBR_a}{E_{\text{пр}} \rho_{\text{пр}x}} \right) \rho_{\text{пр}x}^{0,1}}{\nu^{0,07} V_{\text{ск}x}^{0,35} V_{\Sigma\text{кач}x}^{0,1} \rho_{\text{пр}x}^{0,25}}, \quad (3)$$

где $HВ$ — твердость менее твердой из поверхностей зубьев, $HВ \geq 50 \text{ кг/см}^2$; R_a — среднеарифметическое отклонение профиля поверхности зубьев (параметр шероховатости), $R_a \geq 0,1 \text{ мкм}$; $E_{\text{пр}}$ — приведенный модуль упругости материала зубьев, кГ/см^2 ; $\rho_{\text{пр}x}$ — приведенный радиус кривизны поверхности зубьев, мм; ν — кинематическая вязкость масла при температуре масла на выходе из зацепления, сСт ; $V_{\text{ск}x}^{0,35}$ — скорость скольжения поверхностей зубьев в их относительном движении, мм/с ; $V_{\Sigma\text{кач}x}$ — скорость качения, мм/с .

На рис. 5 приведены зависимости сил трения в зацеплении пар зубьев от угла поворота ЗК, вычисленные с помощью соотношений (1)–(3). При этом суммарная сила трения F_{fr}^Σ изменяется по сложному полигармоническому закону, дважды меняя направление за период зацепления. Таким образом, сила трения в зацеплении ЗК представляет собой как диссипативную силу, так и полигармонический источник возбуждения параметрических колебаний в системе ЗК.

Оценку крутильных колебаний в зубчатых передачах при динамическом анализе следует проводить с учетом суммарного крутящего момента, создаваемого силами трения в зацеплениях зубьев,

$$M_{fr}^{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^n \mu(\varphi(t)) \operatorname{sgn} v_{\text{сж}} F_n^i(t) l(\varphi(t))_i. \quad (4)$$

Здесь n — количество пар зубьев, находящихся в зацеплении; $l(\varphi(t))_i$ — плечо силы трения в i -й паре зубьев, определяемое в зависимости от угла поворота ЗК соотношением

$$l(\varphi)_i = \frac{d_{b1}}{2} \operatorname{tg}(\varphi + \alpha_{p1}) = \frac{d_{b2}}{2} \times \\ \times \operatorname{tg} \left\{ \varphi + \operatorname{arctg} \left[(1+u) \operatorname{tg} \alpha_w - u \operatorname{tg} \arccos \frac{d_{a2}}{d_{b2}} \right] \right\},$$

где d_{b1} , d_{b2} и d_{a1} , d_{a2} — диаметры основных окружностей и окружностей вершин ЗК; u — передаточное отношение пары ЗК; α_w — угол зацепления; α_{p1} — угол профиля ЗК в нижней активной точке профиля.

Более подробно геометрические расчеты зубчатых передач приведены в справочнике [9].

На рис. 6 показана зависимость определенного по выражению (4) суммарного крутящего момента сил трения M_{fr}^{Σ} в зацеплении пары ЗК от угла поворота ЗК.

Зависимость $M_{fr}^{\Sigma} = f(\varphi)$ имеет выраженный полигармонический характер. Следует отметить, что при отрицательном среднем значении суммарного крутящего момента сил трения на фазе зацепления существуют участки, где M_{fr}^{Σ} становится положительным.

Динамическая модель ЗК с учетом диссипативных сил. В процессе проектирования ЗК авиационных двигателей, работающих при высоких нагрузках и частотах вращения в усло-

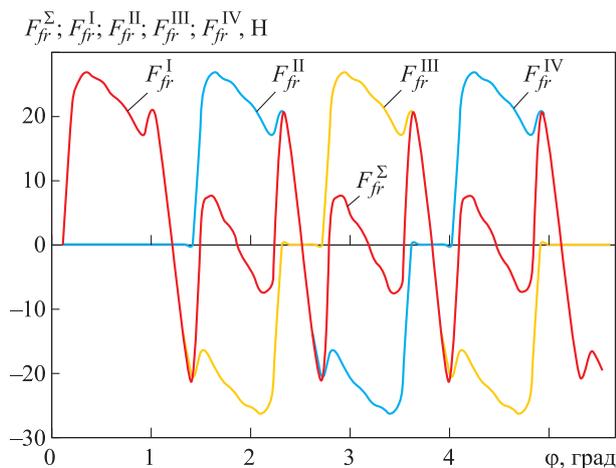


Рис. 5. Зависимость суммарной силы трения в зацеплении F_{fr}^{Σ} и сил трения в зацеплении первой F_{fr}^I (1), второй F_{fr}^{II} (2), третьей F_{fr}^{III} и четвертой F_{fr}^{IV} пар зубьев ЗК от угла поворота ЗК φ

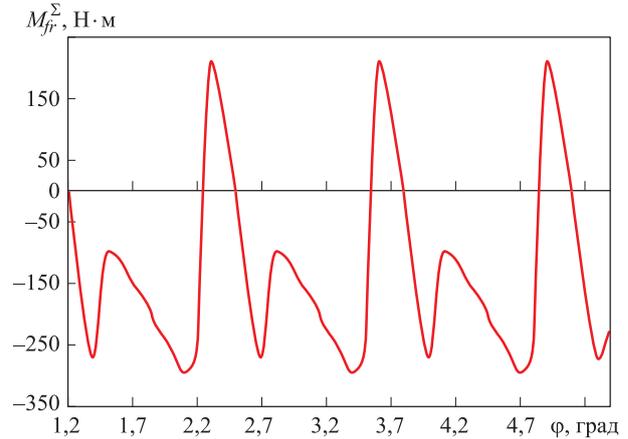


Рис. 6. Зависимость суммарного момента сил трения M_{fr}^{Σ} в зацеплении пары ЗК от угла поворота ЗК φ

виях жестких требований по массе, важным является прогнозирование динамических и вибрационных нагрузок, возбуждаемых в зацеплении [9].

Динамическая модель зубчатой передачи — это система с шестью степенями свободы [10], включающая в себя:

- ведомое и ведущее ЗК, представляемые жесткими дисками массой m_1 и m_2 и моментами инерции J_1 и J_2 и соединенными упругодемпфирующей связью с переменной жесткостью $k_z(t)$, направленной вдоль линии зацепления зубьев;
- подшипниковые опоры валов ЗК, характеризующиеся жесткостями k_{bx1} , k_{bx2} и k_{by1} , k_{by2} в соответствии с направлениями выбранной ортогональной системы координат для каждого ЗК.

Система уравновешена крутящими моментами, приложенными в противоположных направлениях к ведомому M_1 и ведущему M_2 ЗК (рис. 7).

Систему уравнений Лагранжа, описывающую колебания ЗК с учетом действия сил трения и суммарного момента трения, можно записать в следующем матричном виде:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{q}}\} + [\mathbf{K}(t, \mathbf{q})]\{\mathbf{q}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{q}}\} = \\ = \{\mathbf{F}(t)\} + \{\mathbf{F}_{fr}(t, \mathbf{q})\}, \quad (5)$$

где $[\mathbf{M}] = \operatorname{diag}[J_1, J_2, m_1, m_1, m_2, m_2]$ — диагональная матрица инерции, элементами которой являются моменты инерции и массы ЗК; $\{\mathbf{q}\} = \{\varphi_1, \varphi_2, x_1, x_2, y_1, y_2\}^T$ — вектор-столбец обобщенных координат системы, которыми являются углы поворота φ_1, φ_2 , горизонтальные x_1, x_2 и вертикальные y_1, y_2 перемещения цент-

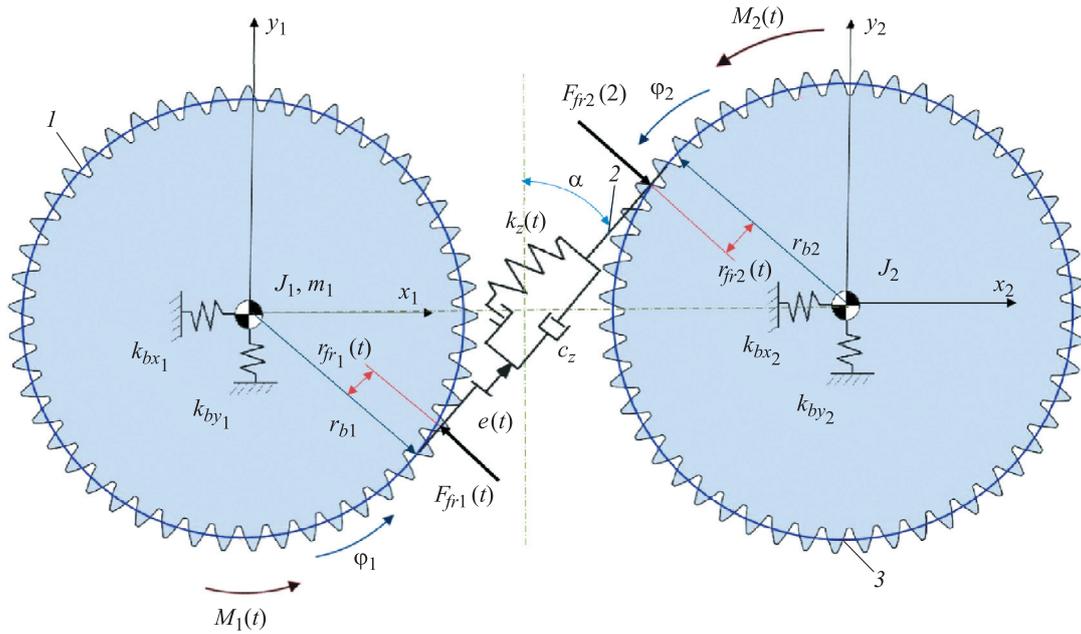


Рис. 7. Схема динамической модели зацепления пары ЗК:

1 и 3 — основная окружность ведомого и ведущего ЗК; 2 — линия зацепления; $F_{fr1}(t)$, $F_{fr2}(t)$ и $r_{fr1}(t)$, $r_{fr2}(t)$ — силы трения и их плечи; $e(t)$ — технологическая кинематическая погрешность

ров масс ведомого и ведущего ЗК соответственно; $[K(t, q)]$ — симметричная матрица жесткости; $[C]$ — симметричная матрица демпфирования, получаемая по аналогии с матрицей жесткости $[K(t, q)]$; $\{F(t)\}$ — вектор-столбец внешних сил, $\{F(t)\} = \{M_1(t), M_2(t), 0, 0, 0, 0\}^T$; $\{F_{fr}(t, q)\}$ — вектор-столбец сил трения.

Симметричная матрица жесткости

$$[K(t, q)] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} K_{11} &= r_{b1}^2 k_z(t); & K_{12} &= K_{21} = r_{b1} r_{b2} k_z(t); \\ K_{13} &= K_{31} = r_{b1} k_z(t) \sin \alpha; \\ K_{14} &= K_{41} = -r_{b1} k_z(t) \sin \alpha; \\ K_{15} &= K_{51} = r_{b1} k_z(t) \cos \alpha; \\ K_{16} &= K_{61} = -r_{b1} k_z(t) \cos \alpha; \\ K_{22} &= r_{b2}^2 k_z(t); & K_{23} &= K_{32} = r_{b2} k_z(t) \sin \alpha; \\ K_{24} &= K_{42} = -r_{b2} k_z(t) \sin \alpha; \\ K_{25} &= K_{52} = r_{b2} k_z(t) \cos \alpha; \\ K_{26} &= K_{62} = -r_{b2} k_z(t) \cos \alpha; \\ K_{33} &= k_{bx1} + k_z(t) \sin^2 \alpha; & K_{34} &= K_{43} = -k_z(t) \sin^2 \alpha; \\ K_{35} &= K_{53} = k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{36} &= K_{63} = -k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha; \\ K_{44} &= k_{bx2} + k_z(t) \sin^2 \alpha; \\ K_{45} &= K_{54} = -k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha; \\ K_{46} &= K_{64} = k_z(t) \sin \alpha \cos \alpha; \\ K_{55} &= k_{by1} + k_z(t) \cos^2 \alpha; \\ K_{56} &= K_{65} = -k_z(t) \sin^2 \alpha; \\ K_{66} &= k_{by2} + k_z(t) \cos^2 \alpha; \end{aligned}$$

α — угол зацепления.

С учетом выражений (1) и (4) вектор-столбец сил трения имеет вид

$$\{F_{fr}(t, q)\} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \mu(t) \operatorname{sgn} v_{ck} F_n^{dyn}(t)_i l(t)_{1i} \\ \sum_{i=1}^n \mu(t) \operatorname{sgn} v_{ck} F_n^{dyn}(t)_i l(t)_{2i} \\ -\sum_{i=1}^n \mu(t) \operatorname{sgn} v_{ck} F_n^{dyn}(t)_i \sin \alpha \\ \sum_{i=1}^n \mu(t) \operatorname{sgn} v_{ck} F_n^{dyn}(t)_i \sin \alpha \\ -\sum_{i=1}^n \mu(t) \operatorname{sgn} v_{ck} F_n^{dyn}(t)_i \cos \alpha \\ \sum_{i=1}^n \mu(t) \operatorname{sgn} v_{ck} F_n^{dyn}(t)_i \cos \alpha \end{array} \right\}. \quad (6)$$

Жесткость зацепления пары ЗК $k_z = f(t, q)$ является периодической функцией времени, зависящей от числа находящихся в зацеплении зубьев. Переменная жесткость зацепления —

основной источник кинематического возбуждения параметрических колебаний в динамической системе зубчатой передачи [9]. Для вычисления жесткости зацепления и кинематической погрешности передачи использован МКЭ (рис. 8).

Нелинейность, связанная с размыканием зубьев [10] как при резонансных колебаниях, так и при выборке бокового зазора, учитывается в матрице жесткости через добавку к зависимостям, определяющим жесткость зацепления:

$$k(q, t) = h(\delta_{12})\hat{k}(t),$$

где $h(\delta_{12})$ — функция бокового зазора; δ_{12} — относительное перемещение точек пружин, имитирующих жесткость зацепления ЗК, $\delta_{12} = r_{b1}\varphi_1 + r_{b2}\varphi_2 + e(t) + (y_1 - y_2)\cos\alpha + (x_1 - x_2)\sin\alpha$; $\hat{k}(t)$ — линейная, периодически изменяющаяся жесткость зацепления, рассчитываемая с помощью МКЭ.

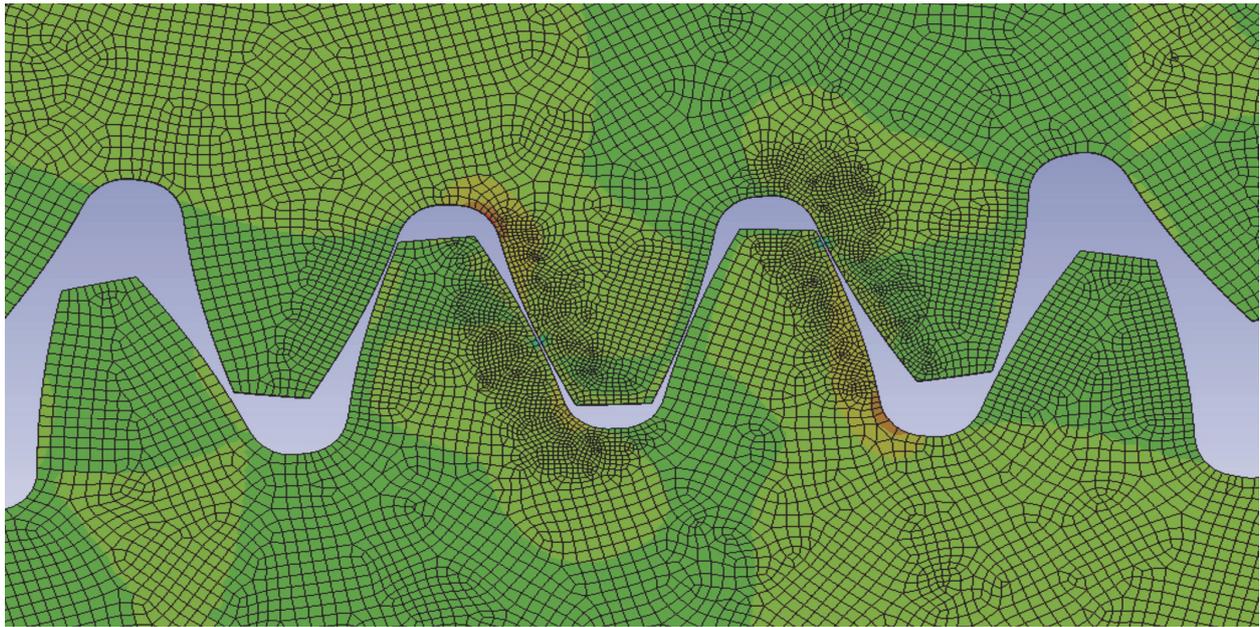
В этом выражении

$$h(\delta_{12}) = \begin{cases} 1 & \text{при } \delta_{12} > 0; \\ 0 & \text{при } \delta_{12} \leq 0. \end{cases}$$

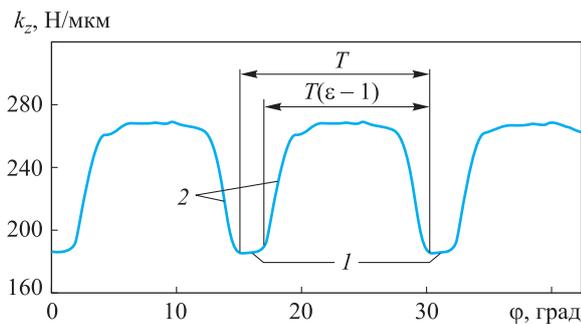
Перемещения центров масс ЗК учитываются в общей составляющей динамической кинематической погрешности: крутильные колебания ЗК и радиальные колебания их центров масс влияют друг на друга через динамическую нормальную силу в зацеплении

$$F_n^{dyn}(t) = k_z(t)[r_{b1}\varphi_1 + r_{b2}\varphi_2 + e(t) + (y_1 - y_2)\cos\alpha + (x_1 - x_2)\sin\alpha].$$

При вычислении сил трения в векторстолбце (6) использована динамическая составляющая нормальной силы в зацеплении $F_n^{dyn}(t)$, которая зависит от изменения обобщенных координат φ_1 и φ_2 , поэтому сила трения формально не является внешним источником возмущения.



а



б

Рис. 8. Результаты моделирования зацепления пары ЗК:

а — конечно-элементная модель зацепления пары ЗК;
б — зависимость жесткости зацепления k_z от угла поворота ЗК φ при одно- (1) и двухпарном (2) зацеплениях (T — период зацепления)

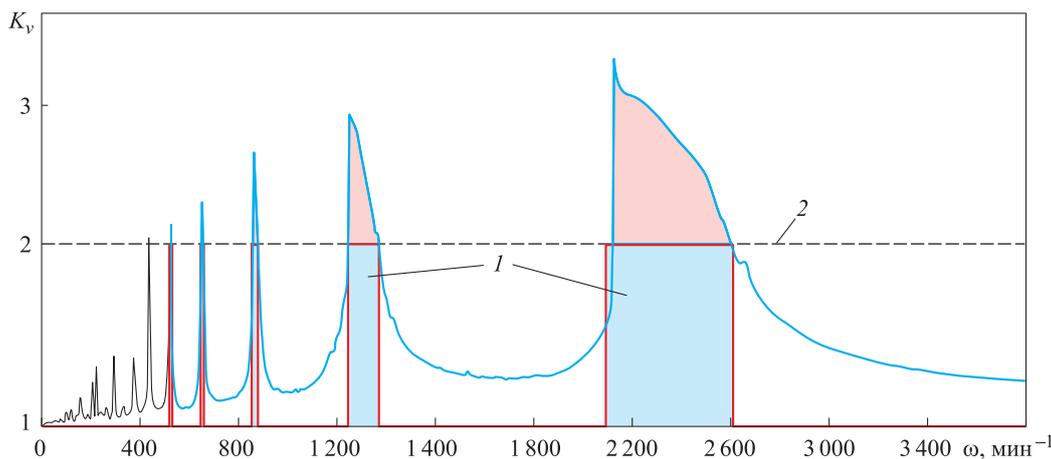


Рис. 9. Типичный вид АЧХ коэффициента динамичности K_v в цилиндрических зубчатых передачах [10] с потерей (—) и без потери (---) контакта: 1 — зоны разрывных колебаний; 2 — условие потери контакта зубьев

Экспериментальная оценка диссипативных сил по параметру логарифмического декремента затухания колебаний d и производных от него для зубчатых передач является трудной задачей. В линейных системах декремент затухания колебаний с достаточной степенью точности можно определить по экспериментальным амплитудно-частотным характеристикам (АЧХ) колебаний через ширину резонансной кривой, используя приближенное выражение [11]

$$d \approx \pi \frac{f_2 - f_1}{f_0} \frac{k_A}{\sqrt{1 - k_A^2}},$$

где f_2 и f_1 — частоты после и до резонансной частоты f_0 , для амплитуд которых выполняется условие $k_A^2 = 1/2$; k_A — отношение амплитуды колебаний на частотах f_1 и f_2 к ее максимальному значению в резонансе.

Анализ результатов моделирования и экспериментальных исследований [4, 7] свидетельствует о том, что резонансная кривая для динамической системы зубчатой передачи имеет особенности, обусловленные наличием разрывных колебаний в системе на резонансных частотах и, как следствие, несимметричной формой кривой резонансного пика на АЧХ, характерной для нелинейных систем. Отсюда следует вывод, что амплитуда колебаний в резонансе не зависит от уровня демпфирования в системе, поэтому метод амплитудной кривой нельзя применять для определения декремента затухания колебаний (рис. 9).

Параметр, характеризующий вязкое демпфирование в зацеплении зубьев в матрице демпфирования [С], определяется выражением

$$c_z = 2\zeta \sqrt{\frac{k_z}{\frac{r_{b1}^2}{J_1} + \frac{r_{b2}^2}{J_2}}},$$

где ζ — коэффициент демпфирования.

Как показали результаты испытаний [7], значение коэффициента демпфирования в масляном слое зацепления оказывает незначительное влияние на значение амплитуд колебаний ЗК при резонансах, а также на смещение резонансной частоты, однако может изменить устойчивость переходного нелинейного процесса разрывных колебаний при параметрическом резонансе.

В работе [8] установлено, что рассеивание энергии в зацеплении происходит в упругом гидродинамическом контакте смазки и рабочих поверхностях зубьев ЗК за счет ее сжатия и сдвига. Согласно результатам экспериментальных исследований NASA [8], коэффициент демпфирования следует выбирать в диапазоне $\zeta = 0,05 \dots 0,17$. В разработанной модели использовано среднее значение коэффициента демпфирования в направлении линии зацепления $\zeta = 0,1$.

Результаты моделирования. Система нелинейных дифференциальных уравнений (5) решалась численным методом Рунге-Кутты 4-го порядка в пакете Simulink программного комплекса MATLAB. Для построения АЧХ колебаний ЗК проводился цикл расчетов для каждого значения частоты вращения, задаваемой через период изменения жесткости зацепления $k_z(t)$ и силы трения $F_{fr}(t)$. В каждой расчетной точке в процессе моделирования выполнялось плав-

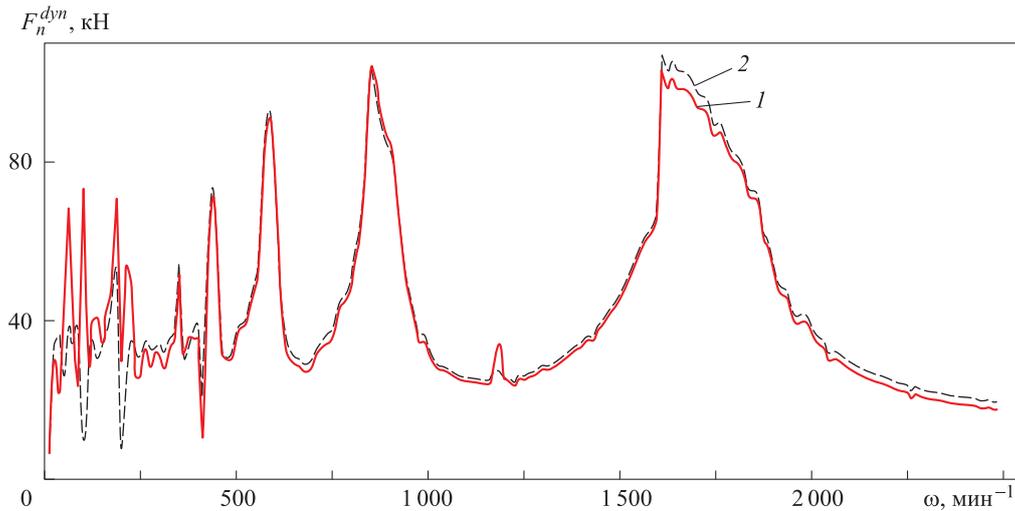


Рис. 10. АЧХ нормальной силы в зацеплении динамической системы F_n^{dyn} с учетом (1) и без учета (2) силы трения и демпфирования

ное нагружение системы крутящим моментом с выходом на установившиеся колебания, после чего определялось максимальное значение вычисляемого параметра за несколько периодов.

Моделировалось зацепление цилиндрических ЗК, имевших следующие параметры:

Число зубьев ведомого/ведущего ЗК	49/51
Крутящий момент, Н · м	2 000
Угол профиля, град	20
Модуль зацепления, мм	4
Коэффициент перекрытия	1,78
Ширина ЗК, мм	20

Анализ результатов сравнительных расчетов показал, что диссипативный вклад силы трения в зацеплении слабо влияет на динамические нагрузки и практически не сказывается на амплитуде колебаний динамических сил при резонансе, характер которой определяется зонами начала и конца разрывных колебаний. Согласно данным расчетов, дополнительного возбуждения крутильных колебаний от периодически изменяющейся силы трения не наблюдается (рис. 10).

Результаты моделирования динамики ЗК с учетом силы трения и демпфирования в системе свидетельствуют о том, что динамические модели, в которых не принято во внимание трение в зацеплении, являются достаточно точными для описания крутильных колебаний.

Для адекватного определения вклада сил трения необходимо оценивать динамические нагрузки в опорах ЗК, возбуждаемые в направлении, нормальном к линии зацепления. Со-

гласно схеме, приведенной на рис. 1, в течение процесса зацепления силы трения и нормальная сила в зацеплении ортогональны, при этом крутильные колебания ЗК возбуждаются кинематической погрешностью, пропорциональной динамической составляющей нормальной силы в зацеплении. Поэтому характер АЧХ колебаний в опорах в направлении вдоль линии зацепления ЗК будет идентичен характеру АЧХ крутильных колебаний. Колебания в опорах в направлении, нормальном к линии зацепления, возбуждаются только действием периодически изменяющейся силы трения.

На рис. 12 приведены АЧХ виброускорений в опоре ЗК в нормальном к линии зацепления

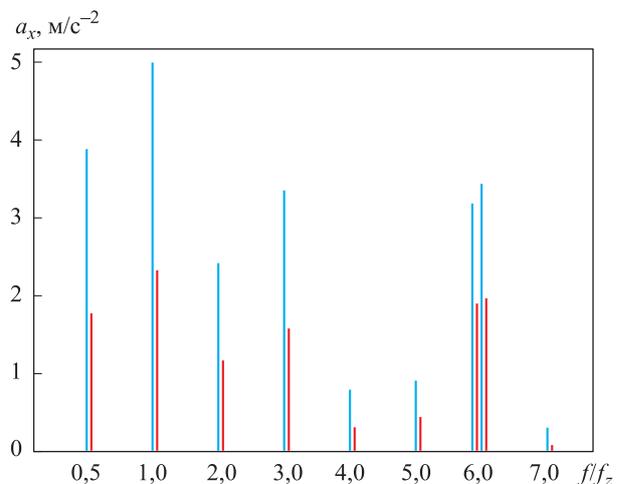


Рис. 11. Спектральный состав сигнала виброускорения a_x в опоре ЗК в нормальном к линии зацепления направлении от отношения f/f_z при температуре масла $T_m = 25$ (—) и 95 °C (—)

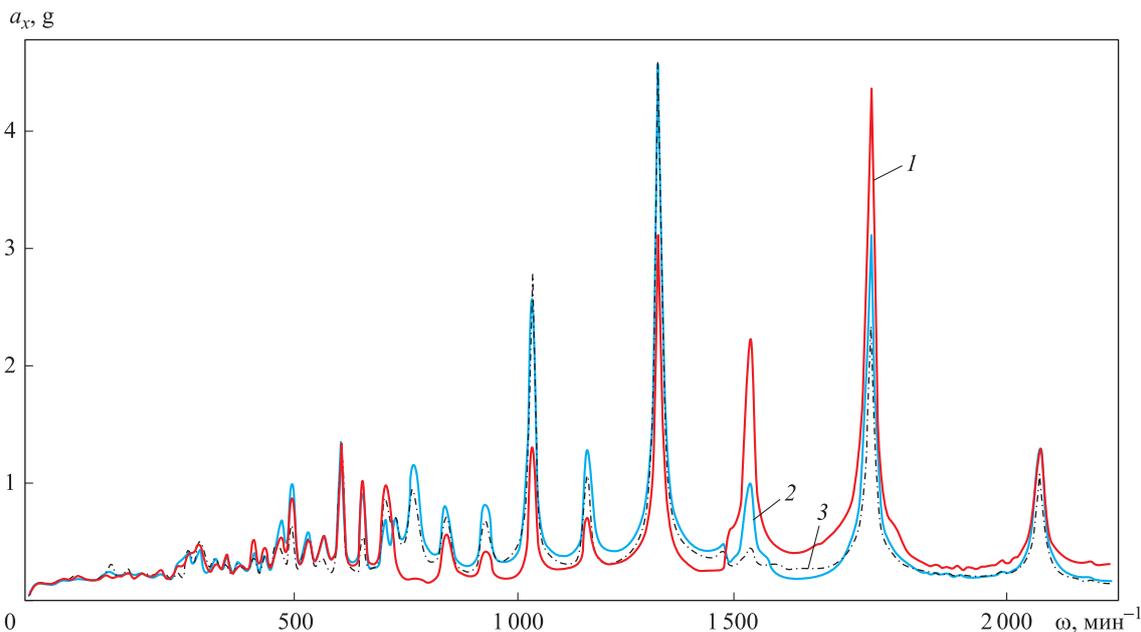


Рис. 12. АЧХ виброускорения a_x в опоре ЗК в нормальном к линии зацепления направлении от частоты вращения ω ЗК при коэффициенте перекрытия передачи $\varepsilon = 1,2$ (1), 1,5 (2) и 1,8 (3)

направлении при различных значениях коэффициента перекрытия передачи ε , вычисленные с помощью разработанной динамической модели зацепления.

Эту особенность можно использовать при вибродиагностике зубчатых передач путем установки датчиков вибраций в двух направлениях — вдоль линии зацепления и нормальном к нему. Теоретически установлено, что спектры и уровни вибраций в опорах зубчатой передачи, измеряемых в нормальном к линии зацепления направлении, зависят от коэффициента трения, на который, в свою очередь, влияют температура масла, шероховатость и другие параметры, определяющие состояние рабочих поверхностей зубьев.

Спектры сигналов виброускорений в опоре ЗК в направлении, нормальном к линии зацепления ЗК, полученные по результатам моделирования зацепления при разной температуре масла T_m , показаны на рис. 11, где f_z — частота пересопряжения зубьев. С ростом температуры масла уменьшаются его кинематическая вязкость, коэффициент трения в зацеплении и, как следствие, амплитуда вибраций, возбуждаемых силами трения.

Анализ результатов моделирования (см. рис. 12) показал, что при различных значениях коэффициента перекрытия передачи максимальные виброускорения реализуются на разных характерных частотах возбуждения. При

частоте вращения ЗК $\omega = 1560$ Гц, соответствующей резонансу крутильных колебаний, возбуждаемых кинематической погрешностью, с увеличением коэффициента перекрытия амплитуда вибраций снижается. Это обусловлено тем фактом, что при стремлении коэффициента перекрытия к $\varepsilon = 2$ силы трения от двух пар зубьев уравниваются друг друга практически на всем периоде зацепления.

Выводы

1. Разработана динамическая модель зацепления цилиндрических ЗК, учитывающая силы трения и вязкое демпфирование. Результаты моделирования показали, что динамические модели, в которых не принято во внимание трение в зацеплении, можно применять для описания крутильных колебаний ЗК.

2. При измерении сигналов вибраций зубчатых передач эффективно устанавливать вибродатчики в двух взаимно перпендикулярных направлениях — вдоль линии зацепления и по нормали к ней. Вибрации в каждом из этих направлений обусловлены разными источниками возбуждения: вдоль линии зацепления — кинематической погрешностью в зацеплении, по нормали к линии зацепления — воздействием переменных сил трения в зацеплении зубьев.

3. Изменение амплитудных или спектральных составляющих сигнала вибраций по нор-

мали к линии зацепления при изменении функционального состояния рабочих поверхностей ЗК можно использовать как диагностический признак. Начало процесса выкрашивания или питтинга в зубьях следует отслеживать средствами вибродиагностики на основе указанного диагностического признака, что поможет своевременно предотвратить поломки ЗК особо ответственных изделий.

4. В динамических моделях трансмиссий и редукторов, включающих в себя несколько пар ЗК, подробное моделирование силы трения в зацеплении нецелесообразно, поскольку в таких передачах нельзя выделить независимые колебания в одном из направлений, возбуждаемые только силой трения, а влияние диссипативных сил и воздействия переменной силы трения на крутильные колебания слишком мало.

Литература

- [1] Tamminana V.K., Kahraman A., Vijayakar S. A study of the relationship between the dynamic factor and the dynamic transmission error of spur gear pairs. *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference – DETC2005*, 24–28 September 2005, vol. 5, pp. 917–927.
- [2] Li S., Kahraman A. A spur gear mesh interface damping model based on elasto-hydrodynamic contact behavior. *International Journal of Powertrains*, 2011, vol. 1, no. 1, pp. 4–21.
- [3] Kahraman A., Lim J., Ding H. A Dynamic model of a spur gear pair with Friction. *Materials of 12th IFToMM World Congress*, Besançon, France, June 18–21, 2007.
- [4] Parker R.G., Vijayakar S.M., Imajo T. Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, vol. 237(3), pp. 435–455.
- [5] Крагельский И.В. *Трение и износ*. Москва, Машиностроение, 1968. 475 с.
- [6] Чичинадзе А.В. *Основы трибологии (трение, износ, смазка)*. Москва, Машиностроение, 2001. 664 с.
- [7] Rebbelch B., Oswald F.B., Townsend D.P. *Measurement of gear tooth dynamic friction*. NASA, Technical report ARL-TR-1165, 1996.
- [8] Дроздов Ю.Н., Смирнов В.И. Исследование коэффициента трения скольжения при высоких параметрах контакта. *Вестник машиностроения*, 1977, № 6, с. 19–23.
- [9] Вулгакова Э.Б., ред. *Авиационные зубчатые передачи и редукторы. Справочник*. Москва, Машиностроение, 1981. 374 с.
- [10] Калинин Д.В., Темис Ю.М. Моделирование нелинейных колебаний цилиндрических зубчатых передач авиационных приводов. *Вестник СГАУ*, 2015, т. 14, № 3, ч. 1, с. 193–202.
- [11] Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д. *Динамика планетарных механизмов*. Москва, Наука, 1980. 256 с.

References

- [1] Tamminana V.K., Kahraman A., Vijayakar S. A study of the relationship between the dynamic factor and the dynamic transmission error of spur gear pairs. *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference – DETC2005*, 24–28 September 2005, vol. 5, pp. 917–927.
- [2] Li S., Kahraman A. A spur gear mesh interface damping model based on elasto-hydrodynamic contact behavior. *International Journal of Powertrains*, 2011, vol. 1, no. 1, pp. 4–21.
- [3] Kahraman A., Lim J., Ding H. A Dynamic model of a spur gear pair with Friction. *Materials of 12th IFToMM World Congress*, Besançon, France, June 18–21, 2007.
- [4] Parker R.G., Vijayakar S.M., Imajo T. Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, vol. 237(3), pp. 435–455.
- [5] Kragel'skii I.V. *Trenie i iznos* [Friction and wear]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1968. 475 p.
- [6] Chichinadze A.V. *Osnovy tribologii (trenie, iznos, smazka)* [Fundamentals of tribology (friction, wear, lubrication)]. Moscow, Mashinostroenie publ., 2001. 664 p.

- [7] Rebbechi B., Oswald F.B., Townsend D.P. *Measurement of gear tooth dynamic friction*. NASA, Technical report ARL-TR-1165, 1996.
- [8] Drozdov Iu.N., Smirnov V.I. Issledovanie koeffitsienta treniia skol'zheniia pri vysokikh parametrov kontakta [Investigation of the sliding friction coefficient at high contact parameters]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1977, no. 6, pp. 19–23.
- [9] *Aviatsionnye zubchatye peredachi i reduktory. Spravochnik* [Aviation gears and reducers. Directory]. Ed. Vulgakova E.B. Moscow, Mashinostroenie publ., 1981. 374 p.
- [10] Kalinin D.V., Temis Iu.M. Modelirovanie nelineinykh kolebani tsilindricheskikh zubchatykh peredach aviatsionnykh privodov [Dynamic modelling of non-linear vibrations in cylindrical tooth gearing of aircraft drive systems]. *Vestnik SGAU* [Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering]. 2015, vol. 14, no. 3, pt. 1, pp. 193–202.
- [11] Airapetov E.L., Genkin M.D. *Dinamika planetarnykh mekhanizmov* [Dynamics of planetary mechanisms]. Moscow, Nauka publ., 1980. 256 p.

Статья поступила в редакцию 26.03.2018

Информация об авторах

КАЛИНИН Дмитрий Владимирович (Москва) — ассистент кафедры «Теория машин и механизмов». МГТУ им. Н.Э. Баумана; начальник отдела «Прочность, ресурс и оптимальное проектирование» Инжинирингового центра «Авиационные приводы». ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова» (111116, Москва, Российская Федерация, Авиамоторная ул., д. 2, e-mail: kalinin@ciam.ru).

ТЕМИС Юрий Моисеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная математика». МГТУ им. Н.Э. Баумана. Начальник отдела математического моделирования ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова» (111116, Москва, Российская Федерация, ул. Авиамоторная д. 2, e-mail: tejoum@ciam.ru).

Information about the authors

KALININ Dmitry Vladimirovich (Moscow) — Teaching Assistant, Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University. Head of Strength, Lifespan and Optimal Design Department, Engineering Centre — Aviation Drives. Federal State Unitary Enterprise Baranov Central Institute of Aviation Motors CIAM (111116, Moscow, Russian Federation, Aviamotornaya St., Bldg. 2, e-mail: kalinin@ciam.ru).

TEMIS Yuriy Moiseevich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Applied Mathematics. Bauman Moscow State Technical University. Head of Mathematical Modelling Department. Federal State Unitary Enterprise Baranov Central Institute of Aviation Motors CIAM (111116, Moscow, Russian Federation, Aviamotornaya St., Bldg. 2, e-mail: tejoum@ciam.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Калинин Д.В., Темис Ю.М. Анализ влияния сил трения в зацеплении на динамические нагрузки в зубчатых передачах. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2018, № 6, с. 32–43, doi: 10.18698/0536-1044-2018-6-32-43.

Please cite this article in English as:

Kalinin D.V., Temis Y.M. An Analysis of the Influence of Friction Forces on Dynamic Loads in Gears. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2018, no. 6, pp. 32–43, doi: 10.18698/0536-1044-2018-6-32-43.