

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.833

DOI: 10.18698/0536-1044-2018-6-3-11

Влияние радиального смещения кулачка волновой зубчатой передачи на угловое смещение выходного вала

И.Е. Люминарский¹, С.Е. Люминарский¹, Ю.С. Иванов²¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1² Московский политехнический университет, 105005, Москва, Российская Федерация, ул. Большая Семеновская, д. 38

The Influence of the Cam Radial Displacement of a Harmonic Drive on the Angular Displacement of the Output Shaft

I.E. Lyuminarskiy¹, S.E. Lyuminarskiy¹, Y.S. Ivanov²¹ BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1² Moscow Polytechnic University, 105005, Moscow, Russian Federation, Bolshaya Semenovskaya St., Bldg. 38

e-mail: lie260@mail.ru, katjstas@mail.ru, jsivanov@mail.msiu.ru



Волновые зубчатые передачи нашли широкое применение в приводах машин, имеющих высокую кинематическую точность. Именно такие передачи в основном определяют точностные характеристики привода. Погрешности изготовления и установки различных деталей могут возбуждать поперечные колебания генератора волн, приводящие к периодическому изменению углового положения выходного вала и, следовательно, к повышению кинематической погрешности волновой зубчатой передачи. Амплитуда поперечных колебаний генератора зависит от его частоты, поэтому судить о возможности применения волновых передач в высокоточных приводах можно только по амплитудно-частотным характеристикам кинематической погрешности. Для теоретического определения указанных характеристик необходимо знать зависимость угла поворота выходного вала от поперечных перемещений кулачка. Предложена методика определения этой зависимости с помощью пространственной математической модели волновой зубчатой передачи. Для передачи ВЗП-160 расчетным путем показано, что при увеличении поперечных смещений кулачка двухволновое зацепление может переходить в одноволновое. Установлено, что вычисление угла поворота выходного вала при двухволновом зацеплении требует решения задачи упругого взаимодействия элементов передачи. Упрощенные формулы, используемые в различных информационных источниках, можно применять только при одноволновом зацеплении и однокромочном контакте зубьев.

Ключевые слова: волновая зубчатая передача, гибкое колесо, жесткое колесо, генератор волн, кинематическая погрешность, ортотропная оболочка

i Harmonic drives are widely used in drives of machines that have high kinematic accuracy. These are the transmissions that largely determine precision characteristics of the drive. Manufacturing and installation errors of different parts may induce transverse oscillations of the wave generator leading to periodic changes in the angular position of the output shaft and therefore, to an increase in the composite deviation of the harmonic drive. The amplitude of the transverse oscillation of the wave generator depends on its frequency, hence a decision on the possible use of harmonic drives in high-accuracy drives can be made only based on the frequency-response characteristics of the composite deviation. To determine these characteristics theoretically, it is necessary to know the dependency of the rotation angle of the output shaft on transverse displacements of the cam. The authors propose a technique for determining this dependency with the aid of a 3D mathematical model of a harmonic drive. The calculations for the VZP-160 drive show that when transverse displacements of the cam increase, dual-wave gearing can become single-wave gearing. It is established that to calculate the rotation angle of the output shaft at dual-wave gearing, it is necessary to solve a problem of elastic interaction between elements of the drive. Simplified formulae used in various information sources can be used only for single-wave gearing with single-edge tooth contact.

Keywords: harmonic drive, flex spline, circular spline, wave generator, composite deviation, orthotropic shell

Создание техники с улучшенными качественными характеристиками требует применения современных методов исследования и проектирования. Разработка уточненных математических моделей с использованием программных комплексов является важнейшим направлением повышения технико-экономического уровня машин и оборудования.

Волновые зубчатые передачи (ВЗП) получили распространение в приводах станков, грузоподъемных машин, роботов, оптических телескопов и различных систем управления. К достоинствам ВЗП можно отнести высокую кинематическую точность, небольшой «мертвый» ход, малую инерционность, достаточную крутильную жесткость, а также высокую несущую способность при малых габаритных размерах. Перечисленные достоинства обеспечивают ВЗП широкое применение в приводах точных систем. При этом именно волновые передачи в основном определяют точностные характеристики привода.

Постановка задачи. Исследованию кинематической погрешности (КП) ВЗП посвящены многие работы, в частности [1–7]. В этих публикациях выявлены ее основные причины — погрешности изготовления и установки зубчатых колес и радиальные перемещения кулачка вследствие неточности изготовления деталей. При этом в КП обычно выделяют три составляющие. Первая изменяется с частотой вращения генератора волн, вторая — с удвоенной частотой его вращения, третья — с частотой вращения выходного

вала. В ряде работ отмечается наличие собственной КП ВЗП, вызванной деформацией гибкого колеса (ГК). Частота ее проявления равна частоте пересопределения зубьев.

Кинематическая погрешность ВЗП в составе привода может значительно отличаться от таковой при медленном вращении входного вала, что связано с динамическими свойствами ВЗП. Погрешности изготовления и установки деталей передачи могут возбуждать поперечные колебания генератора волн [8–12], амплитуда которых зависит от частоты. Эти колебания приводят к возникновению погрешности углового положения выходного вала передачи. ВЗП работают в широком диапазоне скоростей, поэтому на этапе их проектирования необходимо исследовать точность передачи при различных частотах вращения, т. е. определять амплитудно-частотные характеристики КП [12].

Для оценки КП, возникающей от поперечных колебаний генератора волн, следует выявить зависимость изменения угла поворота выходного вала от поперечных смещений кулачка. В работе [10] предположено, что одна из двух зон зацепления является ведущей, вследствие чего она названа «ведущей волной». При этом угловое смещение выходного вала определяется через сближения зубьев ГК и жесткого колеса (ЖК) в этой волне

$$\theta = \frac{2(e_x + e_y \operatorname{tg} \alpha_w)}{d_1}, \quad (1)$$

где e_x и e_y — смещения кулачка относительно ЖК вдоль малой и большой осей генератора

волн; α_w — угол зацепления; d_1 — радиус делительной окружности ГК.

Формула (1) не учитывает изменение деформации ГК при смещении генератора волн. Для учета многопарности зацепления в нее введен поправочный коэффициент k [11–12]:

$$\theta = \frac{2(e_x + e_y \operatorname{tg} \alpha_w)}{d_1} k, \quad (2)$$

где $k = 1/\sqrt{z_\Sigma}$ (z_Σ — количество пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении).

Необходимо отметить, что при нормальной работе ВЗП происходит двухволновое зацепление, которое приводит к дополнительной деформации ГК. Эти деформации приближенно учитываются коэффициентом k . Расчетные исследования с использованием пространственной математической модели ВЗП показали, что формула (2) не всегда позволяет с достаточной точностью определять угол θ . Кроме того, эта формула не учитывает зависимость формы ГК от изменения следующих параметров передачи: момента сопротивления, формы кулачка, бокового зазора в зацеплении, начального размера деформирования и др.

Цель работы — теоретическое исследование влияния поперечных смещений кулачка относительно ЖК вдоль малой и большой осей генератора волн ВЗП на угловое смещение выходного вала.

Математическая модель. Рассмотрена ВЗП с кулачковым генератором волн и неподвижным ЖК (рис. 1).

Для проведения исследования использована математическая модель ВЗП [13–15], учитывающая пространственный характер взаимодей-

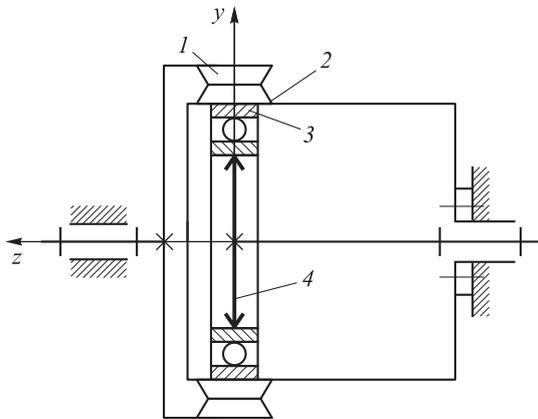


Рис. 1. Схема ВЗП:

1 — ГК; 2 — ЖК; 3 — гибкий подшипник; 4 — кулачок

ствия ее элементов: ГК, ЖК и наружного кольца гибкого подшипника (НКГП). Все указанные звенья приняты упругими элементами, деформация которых подчиняется закону Гука. В расчетной модели также учтено взаимодействие: боковых поверхностей зубьев ГК и ЖК, внутренней поверхности ГК и наружной поверхности НКГП, внутренней поверхности НКГП и тел качения.

Взаимодействующие поверхности разбиты взаимно перпендикулярными линиями. Каждому узлу образованных сеток поставлена в соответствие базисная функция, имеющая вид шестигульной пирамиды. Распределенные силы взаимодействия боковых поверхностей зубьев ГК и ЖК, внутренней поверхности ГК и наружной поверхности НКГП заменены линейными комбинациями базисных функций.

Введены следующие обозначения:

- вектор узловых сил взаимодействия элементов передачи

$$\mathbf{F} = \|\mathbf{F}^{(1)T}, \mathbf{F}^{(2)T}, \mathbf{F}^{(3)T}\|^T;$$

- вектор зазоров в узловых точках

$$\boldsymbol{\delta} = \|\boldsymbol{\delta}^{(1)T}, \boldsymbol{\delta}^{(2)T}, \boldsymbol{\delta}^{(3)T}\|^T;$$

- смещение элементов как жестких тел

$$\mathbf{a} = \|\mathbf{a}^{(1)T}, \mathbf{a}^{(2)T}, \mathbf{a}^{(3)T}, \mathbf{e}^T\|^T,$$

где $\mathbf{F}^{(1)}$, $\mathbf{F}^{(2)}$, $\mathbf{F}^{(3)}$ — векторы сил взаимодействия ЖК и ГК, ГК и НКГП, НКГП и тел качения гибкого подшипника соответственно; $\boldsymbol{\delta}^{(1)}$, $\boldsymbol{\delta}^{(2)}$, $\boldsymbol{\delta}^{(3)}$ — векторы зазоров в узловых точках между теми же элементами; $\boldsymbol{\delta}_0^{(1)}$, $\boldsymbol{\delta}_0^{(2)}$, $\boldsymbol{\delta}_0^{(3)}$ — векторы начальных зазоров (зазоров в недеформированной системе); $\mathbf{a}^{(1)} = \|\Delta x^{(1)}, \Delta y^{(1)}, \Delta \varphi_z^{(1)}\|^T$, $\mathbf{a}^{(2)} = \|\Delta x^{(2)}, \Delta y^{(2)}\|^T$, $\mathbf{a}^{(3)} = \|\Delta x^{(3)}, \Delta y^{(3)}, \Delta \varphi_x^{(3)}, \Delta \varphi_y^{(3)}\|^T$, $\mathbf{e} = \|e_x, e_y\|^T$ — векторы смещений ЖК, ГК, НКГП и кулачка соответственно.

С учетом введенных обозначений разрешающая система уравнений имеет вид

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}^{(11)} & \mathbf{D}^{(12)} & \mathbf{0} & \mathbf{G}^{(11)} & \mathbf{G}^{(12)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}^{(21)} & \mathbf{D}^{(22)} & \mathbf{D}^{(23)} & \mathbf{0} & \mathbf{G}^{(22)} & \mathbf{G}^{(23)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}^{(32)} & \mathbf{D}^{(33)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}^{(33)} \\ \mathbf{G}^{(11)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}^{(11)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G}^{(12)T} & \mathbf{G}^{(22)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}^{(22)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^{(23)T} & \mathbf{G}^{(33)T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{F}^{(1)} \\ \mathbf{F}^{(2)} \\ \mathbf{F}^{(3)} \\ \mathbf{a}^{(1)} \\ \mathbf{a}^{(2)} \\ \mathbf{a}^{(3)} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \delta^{(1)} - \delta_0^{(1)} \\ \delta^{(2)} - \delta_0^{(2)} \\ \delta^{(3)} - \delta_0^{(3)} - \mathbf{G}^{(34)} \mathbf{e} \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}; \quad (3)$$

$$\delta_j \geq 0, F_j \geq 0, \delta_j \cdot F_j = 0, j = 1, N,$$

где $\mathbf{D}^{(11)}, \mathbf{D}^{(12)}, \mathbf{D}^{(21)}, \mathbf{D}^{(22)}, \mathbf{D}^{(23)}, \mathbf{D}^{(32)}, \mathbf{D}^{(33)}$ — матрицы узловых податливостей; $\mathbf{G}^{(11)}, \mathbf{G}^{(12)}, \mathbf{G}^{(22)}, \mathbf{G}^{(23)}, \mathbf{G}^{(33)}, \mathbf{G}^{(34)}$ — матрицы, связывающие приращения зазоров в узловых точках с векторами смещений $\mathbf{a}^{(1)}, \mathbf{a}^{(2)}, \mathbf{a}^{(3)}, \mathbf{e}$; $\mathbf{C}^{(11)}, \mathbf{C}^{(22)}$ — матрицы жесткости валов ЖК и ГК; \mathbf{V} — вектор внешних нагрузок, $\mathbf{V} = \|0, 0, M_c\|^T$ (M_c — момент сопротивления, приложенный к ЖК); δ_j — элементы вектора зазоров δ ; N — размерность векторов \mathbf{F} и δ ; F_j — элементы вектора узловых сил \mathbf{F} .

Система (3) имеет две группы уравнений и неравенств. Уравнения первой группы (первые три строки) получают методом Бубнова-Галеркина, т. е. скалярным умножением уравнений взаимного непроникания поверхностей на базисные функции. Уравнения второй группы (строки 4–6) представляют собой уравнения равновесия тел. Последние два неравенства и уравнение выражают односторонний характер взаимодействия поверхностей.

Узловые податливости боковых поверхностей зубьев ЖК и ГК $D_{ij}^{(11)}$ определяются методом конечных элементов (МКЭ) с использованием пространственных элементов первого порядка, а узловые податливости внутренней поверхности ГК и наружной поверхности НКГП $D_{ij}^{(22)}$ — по линейной теории оболочек методом ортогональной прогонки. При этом ГК заменяется ортотропной оболочкой с эквивалентными жесткостями в области зубчатого венца. Для нахождения взаимных податливостей $D_{ij}^{(12)}, D_{ij}^{(21)}$ используются оба указанных метода. Узловые податливости дорожки качения НКГП и тел качения $D_{ij}^{(33)}$ вычисляются по формуле Герца.

Система уравнений и неравенств (3) имеет такой же вид, что и разрешающая система уравнений упругой системы, ограниченной односторонними связями. Поэтому для ее решения применены два метода — введения восстанавливающих сил и итераций.

Из полученной системы (3) видно, что момент сопротивления M_c и смещения кулачка

оказывают влияние на угол поворота выходного ЖК $\Delta\varphi_z^{(1)}$. Зависимость приращения угла поворота выходного звена от смещений кулачка определяется из выражения $\theta(M_c, e_x, e_y) = \Delta\varphi_z^{(1)}(M_c, e_x, e_y) - \Delta\varphi_z^{(1)}(M_c, 0, 0)$.

Результаты исследования. По предложенной методике определены зависимости угла поворота выходного звена θ от смещений кулачка e_x, e_y . Исследуемая передача МВЗ-160 имеет следующие основные параметры: числа зубьев ГК $z_g = 200$ и ЖК $z_b = 202$; коэффициенты смещения $x_b = 3,5$ (3,9) и $x_g = 3,1$; модуль зацепления $m = 0,8$ мм; ширина зубчатого венца ГК $b_w = 32$ мм; толщина ГК под зубом $h_1 = 1,7$ мм; толщина оболочки ГК $h_0 = 1,4$ мм; длина ГК $L = 160$ мм; коэффициент максимальной деформации ГК $W_0^* = W_0/m = 1,2$. Номинальный момент сопротивления на выходном валу $M_c = 800$ Н·м. Стандартный гибкий подшипник расположен посередине зубчатого венца ГК.

Зависимости угла поворота выходного вала θ от смещения кулачка вдоль большой оси генератора волн e_y при различных значениях момента сопротивления M_c приведены на рис. 2. Расчеты выполнены при коэффициенте смещения $x_b = 3,9$, что соответствует боковому зазору $j_n = 22$ мкм, при котором зубья взаимодействуют только по рабочим поверхностям.

Теоретические исследования показали, что при $M_c = 20$ Н·м и смещении кулачка $e_y < 70$ мкм реализуется двухволновое зацепление. В этом случае смещение кулачка вызывает дополнительную деформацию ГК, которая при-

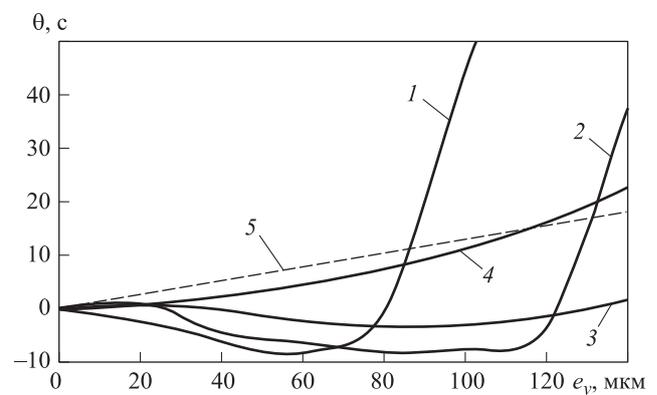


Рис. 2. Зависимость угла поворота выходного вала θ от смещения кулачка e_y при коэффициенте смещения $x_b = 3,9$ и моменте сопротивления $M_c = 20$ (1), 30 (2), 40 (3) и 800 Н·м (4, 5): — — — расчет по предложенной математической модели ВЗП; - - - - расчет по формуле (2)

водит к незначительному изменению угла поворота выходного вала.

При $M_c = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и смещении кулачка $e_y > 70 \text{ мкм}$ в одной из волн зацепления зубья ГК и ЖК настолько удаляются друг от друга, что полностью выходят из зацепления. Поэтому поворот ведомого колеса осуществляется только за счет одной ведущей волны. При одноволновом зацеплении рост e_y приводит к незначительному изменению деформации ГК. Угол θ , увеличивающийся по линейному закону, можно вычислить по формуле (1).

При моменте $M_c = 30 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и $0 < e_y < 115 \text{ мкм}$ реализуется двухволновое зацепление и, следовательно, угол θ изменяется незначительно (см. рис. 2, кривая 2). При $e_y > 115 \text{ мкм}$ происходит одноволновое зацепление зубьев, и угол θ растет по линейному закону, соответствующему формуле (1).

При $M_c = 40 \text{ Н}\cdot\text{м}$ в рассматриваемом диапазоне смещения кулачка $e_y = 0 \dots 140 \text{ мкм}$ осуществляется двухволновое зацепление, и угол θ изменяется незначительно (см. рис. 2, кривая 3).

Повышение момента сопротивления M_c приводит к возрастанию количества пар зубьев z_Σ , одновременно находящихся в зацеплении. Это является причиной уменьшения коэффициента k и определяемого по формуле (2) угла поворота выходного вала (рис. 3, кривые 3–5). Однако, как показывают расчеты, увеличение момента сопротивления M_c от 60 до 800 Н·м незначительно изменяет зависимость $\theta = f(e_y)$ (кривые 1 и 2). Небольшое отклонение кривых 1 и 2 от кривой 3 можно объяснить тем,

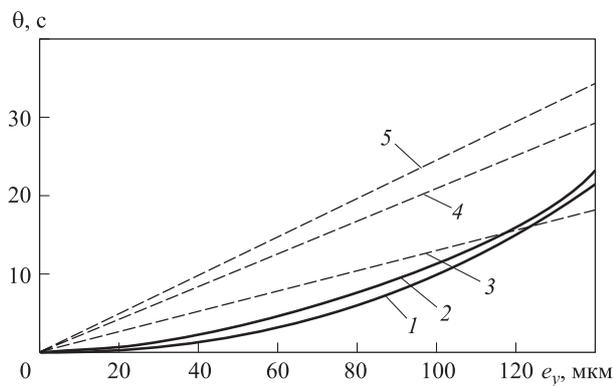


Рис. 3. Зависимость угла поворота выходного вала θ от смещения кулачка e_y при коэффициенте смещения $x_b = 3,9$ и моменте сопротивления $M_c = 60$ (1, 5), 800 (2, 3) и 100 Н·м (4): — расчет по предложенной математической модели ВЗП; - - - - расчет по формуле (2)

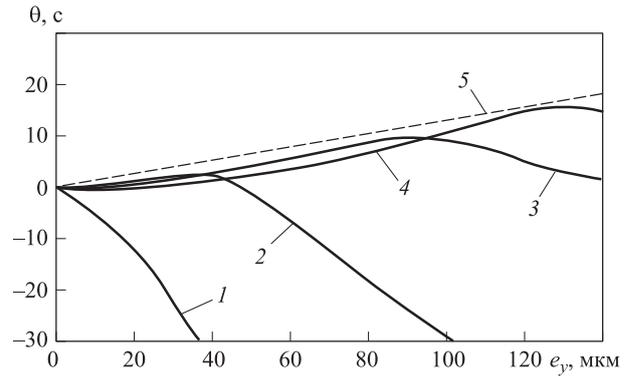


Рис. 4. Зависимость угла поворота выходного вала θ от смещения кулачка e_y при коэффициенте смещения $x_b = 3,5$ и моменте сопротивления $M_c = 20$ (1), 100 (2), 400 (3) и 800 Н·м (4, 5): — расчет по предложенной математической модели ВЗП; - - - - расчет по формуле (2)

что формула для вычисления коэффициента k подбиралась при номинальном моменте сопротивления.

На рис. 4 приведены результаты расчетов при небольшом значении бокового зазора в зубчатом зацеплении $j_n = 6,6 \text{ мкм}$ ($x_b = 3,5$). В этом случае зубья ГК и ЖК могут контактировать по рабочим и нерабочим поверхностям. При моменте $M_c = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$ (кривая 2) и смещении $e_y > 40 \text{ мкм}$ зубья ГК двумя кромками упираются во впадину ЖК. Это приводит к большой окружной деформации ГК и повороту ЖК в сторону, противоположную вращению выходного звена. Такой же поворот ЖК происходит при моменте $M_c = 400 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и смещении $e_y > 90 \text{ мкм}$ (кривая 3), моменте $M_c = 800 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и смещении $e_y > 120 \text{ мкм}$ (кривая 4). Следовательно, при двухкромочном зацеплении зубьев формулу (2) нельзя использовать для определения изменения угла поворота выходного вала.

На рис. 5 приведены зависимости изменения угла поворота выходного вала от смещения кулачка вдоль малой оси генератора волн e_x при боковом зазоре в зубчатом зацеплении $j_n = 22 \text{ мкм}$, обеспечивающем контакт зубьев только по рабочим поверхностям во всем диапазоне рассматриваемых смещений e_x и моментов M_c . При моменте $M_c = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ (кривая 1) и смещении $e_x < 60 \text{ мкм}$ в ВЗП происходит двухволновое зацепление, и ГК сильно деформируется. Выходное звено — ЖК, взаимодействуя с зубьями ГК, поворачивается в сторону, противоположную вращению.

При смещении $e_x > 60 \text{ мкм}$ зубья колес одной из волн полностью выходят из зацепле-

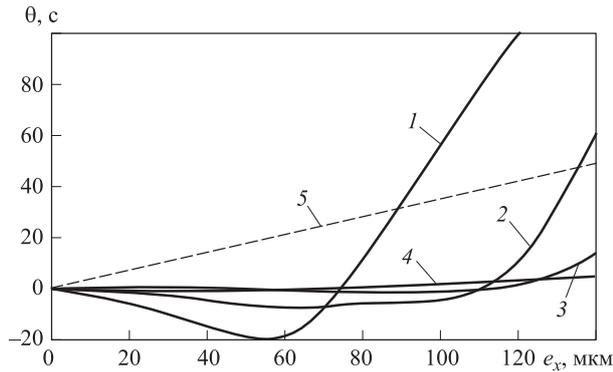


Рис. 5. Зависимость угла поворота выходного вала θ от смещения кулачка e_x при коэффициенте смещения $x_b = 3,9$ и моменте сопротивления $M_c = 20$ (1), 50 (2), 100 (3) и 800 Н·м (4, 5); — — — расчет по предложенной математической модели ВЗП; - - - - расчет по формуле (2)

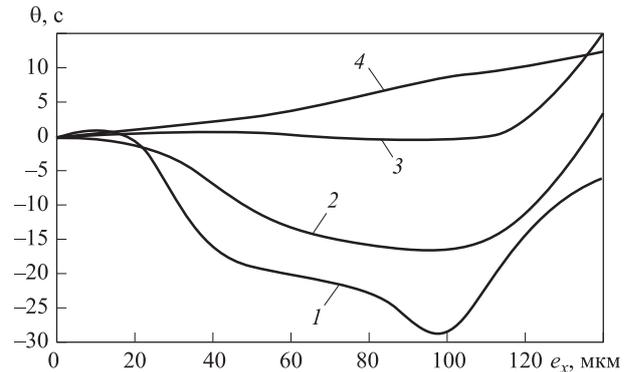


Рис. 6. Зависимость угла поворота выходного вала θ от смещения кулачка e_x , полученная по предложенной математической модели ВЗП, при коэффициенте смещения $x_b = 3,5$ и моменте сопротивления $M_c = 20$ (1), 40 (2), 100 (3) и 400 Н·м (4)

ния. Поворот ведомого колеса осуществляется за счет одной ведущей волны. При одноволновом зацеплении увеличение e_x приводит к незначительному изменению деформации ГК, поэтому угол θ поворота ведомого звена можно приближенно определять по линейной зависимости

$$\theta = 2e_x/d_1. \quad (4)$$

Анализ результатов расчетов показал, что при номинальном моменте ($M_c = 800$ Н·м) во всем диапазоне изменения e_x происходит двухволновое зацепление. При такой нагрузке зависимость $\theta = f(e_x)$, полученная путем расчета по предложенной математической модели (см. рис. 5, кривая 4), значительно отличается от зависимости, рассчитанной по формуле (2) (кривая 5).

Таким образом, при одноволновом зацеплении для определения зависимости $\theta = f(e_x)$ можно применять формулу (1), а при двухволновом зацеплении нельзя использовать формулы (1), (2).

Рассмотрено также влияние смещения кулачка вдоль малой оси генератора волн на угловое положение выходного звена при небольшом боковом зазоре $j_n = 6,6$ мкм ($x_b = 3,5$), обеспечивающем возможность двухкромочного контакта зубьев.

При нагрузке $M_c = 20$ Н·м (рис. 6, кривая 1) и $e_x < 20$ мкм реализуется двухкромочный контакт в двух зонах зацепления. При $e_x > 20$ мкм в одной волне зацепления образуется небольшой боковой зазор между нерабочими поверхностями. Это обуславливает пово-

рот выходного звена в сторону, противоположную вращению. Увеличение e_x более 100 мкм вызывает в другой волне зацепления прекращение контакта зубьев по рабочим поверхностям и образование одноволнового зацепления, при этом угол θ возрастет.

Угол поворота выходного звена увеличивается с ростом e_x при $M_c = 40$ Н·м и $e_x > 100$ мкм (см. рис. 6, кривая 2), а также при $M_c = 100$ Н·м и $e_x > 120$ мкм (кривая 3), что связано с переходом ВЗП в одноволновое зацепление.

Из анализа зависимостей, приведенных на рис. 6, следует, что при одноволновом зацеплении зависимость угла поворота выходного звена от смещения кулачка вдоль малой оси можно определять по формуле (2).

Выводы

1. Теоретические исследования с использованием пространственной математической модели ВЗП показали, что формулу (1) для определения изменения угла поворота выходного звена из-за поперечных смещений генератора волн e_x, e_y можно применять только в случае одноволнового зацепления и однокромочного контакта зубьев.

2. Для ВЗП-160 расчетным путем установлено, что при увеличении поперечных смещений генератора волн e_x, e_y возможен переход из двухволнового зацепления зубчатых колес в одноволновое. Значения перемещений, при которых происходит такой переход, зависят от момента сопротивления на выходном валу.

3. Для теоретического определения зависимости $\theta = f(e_x, e_y)$ при двухволновом зацеплении необходимо решать задачу упругого контактного взаимодействия элементов передачи.

Формулу (2) можно использовать для приближенного вычисления угла поворота выходного звена только при номинальной нагрузке и смещении генератора вдоль большой оси кулачка.

Литература

- [1] Тимофеев Г.А., Костиков Ю.В. Степень влияния ошибок изготовления деталей волновой зубчатой передачи на ее кинематическую точность. *Приводы и компоненты машин*, 2016, № 3(20), с. 10–13.
- [2] Тимофеев Г.А., Барбашов Н.Н. Анализ действующих ошибок двухпрофильного волнового зацепления. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2017, № 1(112), с. 41–47.
- [3] Полетучий А.И. *Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов*. Харьков, ХАИ им. М. Жуковского, 2005. 675 с.
- [4] Тимофеев Г.А. *Разработка методов расчета и проектирования волновых зубчатых передач для приводов следящих систем*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, ИМАШ РАН, 1997. 352 с.
- [5] Ghorbel F.H., Gandhi P.S., Alpeter F. On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears. *Journal of Mechanical Design*, 2001, vol. 123, is. 1, pp. 90–97.
- [6] Gandhi P.S., Ghorbel F.H. Closed-loop compensation of kinematic error in harmonic drives for precision control applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, vol. 10, is. 6, pp. 759–768.
- [7] Huimin Dong, Zhengdu Zhu, Weidong Zhou, Zhi Chen. Dynamic Simulation of Harmonic Gear Drives Considering Tooth Profiles Parameters Optimization. *Journal of Computers*, 2012, vol. 7, no. 6, pp. 1429–1436, doi:10.4304/jcp.7.6.1429–1436.
- [8] Lewis J. Fast forward for harmonic-drive gearing. *Glob. Des. News*, 2000, vol. 4, no. 2, pp. 46–47.
- [9] Were M., Ghorbel F. *Analysis and control of kinematic error in harmonic gear drive mechanisms*. Internal report ATP-96-1, Dynamic Systems and Control Laboratory, Rice University, Department of Mechanical Engineering, Houston, Texas, 1996. 87 p.
- [10] Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И. Экспериментальные исследования волновых приводов с различной конструкцией генератора волн. *Приводы и компоненты машин*, 2011, № 2–3, с. 16–18.
- [11] Попов П.К., Шамсутдинов Ф.А., Штриплинг Л.О. Расчет критических скоростей привода с волновой зубчатой передачей. *Вестник машиностроения*, 1987, № 3, с. 19–21.
- [12] Штриплинг Л.О. *Расчет точности работы зубчатых передач и приводов на их основе в реальных условиях эксплуатации*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1998. 241 с.
- [13] Клеников С.С., Люминарский И.Е., Семин И.И. Расчетная модель волновых передач с учетом несимметрии нагружения элементов по волнам зацепления. *Вестник машиностроения*, 1993, № 1, с. 17–19.
- [14] Люминарский С.Е., Люминарский И.Е. Кинематическая погрешность волновой зубчатой передачи. *Главный механик*, 2015, № 3. с. 35–43.
- [15] Люминарский И.Е., Люминарский С.Е. Метод расчета линейных систем, ограниченных односторонними связями, при статическом нагружении. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2009, № 2, с. 84–90.

References

- [1] Timofeev G.A., Kostikov Iu.V. Stepen' vlianiia oshibok izgotovleniia detalei volnovoi zubchatoi peredachi na ee kinematicheskuiu tochnost' [Degree of influence of manufacturing errors of wave gear parts on its kinematic precision]. *Privody i komponenty mashin* [Machine drives and parts]. 2016, no. 3(20), pp. 10–13.

- [2] Timofeev G.A., Barbashov N.N. Analiz deistvuiushchikh oshibok dvukhprofil'nogo volnovogo zatsepleniia [Analysis of existing errors in double-flank wave engagement]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2017, no. 1(112), pp. 41–47.
- [3] Poletuchiy A.I. *Teoriya i konstruirovaniye vysokoeffektivnykh volnovykh zubchatykh mekhanizmov* [Theory and design of highly efficient wave gear mechanisms]. Har'kov, HAI im. M. Zhukovskogo publ., 2005. 675 p.
- [4] Timofeev G.A. *Razrabotka metodov rascheta i proektirovaniia volnovykh zubchatykh peredach dlia privodov slediashchikh sistem*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Development of methods of calculation and design of wave gear drives for servo systems. Dr. tech. sci. diss.]. Moscow, 1997. 358 p.
- [5] Ghorbel F.H., Gandhi P.S., Alpeter F. On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears. *Journal of Mechanical Design*, 2001, vol. 123, is. 1, pp. 90–97.
- [6] Gandhi P.S., Ghorbel F.H. Closed-loop compensation of kinematic error in harmonic drives for precision control applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, vol. 10, is. 6, pp. 759–768.
- [7] Huimin Dong, Zhengdu Zhu, Weidong Zhou, Zhi Chen. Dynamic Simulation of Harmonic Gear Drives Considering Tooth Profiles Parameters Optimization. *Journal of Computers*, 2012, vol. 7, no. 6, pp. 1429–1436, doi:10.4304/jcp.7.6.1429–1436.
- [8] Lewis J. Fast forward for harmonic-drive gearing. *Glob. Des. News*, 2000, vol. 4, no. 2, pp. 46–47.
- [9] Were M., Ghorbel F. *Analysis and control of kinematic error in harmonic gear drive mechanisms*. Internal report ATP-96-1, Dynamic Systems and Control Laboratory, Rice University, Department of Mechanical Engineering, Houston, Texas, 1996. 87 p.
- [10] Kostikov Iu.V., Timofeev G.A., Fursiak F.I. Eksperimental'nye issledovaniia volnovykh privodov s razlichnoi konstruktsiei generatora voln [Experimental studies of harmonic drives with various constructions of wave generator]. *Privody i komponenty mashin* [Machine drives and parts]. 2011, no. 2–3, pp. 16–18.
- [11] Popov P.K., Shamsutdinov F.A., Shtripling L.O. Raschet kriticheskikh skorostei privoda s volnovoi zubchatoi peredachei [Calculation of the critical speeds of the drive with wave gear transmission]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1987, no. 3, pp. 19–21.
- [12] Shtripling L.O. *Raschet tochnosti raboty zubchatykh peredach i privodov na ikh osnove v real'nykh usloviakh ekspluatatsii*. Diss. dokt. tekhn. nauk [The calculation accuracy of gearing and driving on their basis in actual use. Dr. tech. sci. diss.]. Moscow, 1998. 241 p.
- [13] Klenikov S.S., Liuminarskii I.E., Semin I.I. Raschetnaia model' volnovykh peredach s uchetom nesimmetriinagruzheniia elementov po volnam zatsepleniia [Calculation model of wave transmissions taking into account the asymmetry of loading of elements along the engagement waves]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1993, no. 1, pp. 17–19.
- [14] Liuminarskii S.E., Liuminarskii I.E. Kinematicheskaiia pogreshnost' volnovoi zubchatoi peredachi [Conjugate deviation of harmonic drive]. *Glavnyi mekhanik* [Chief mechanical engineer]. 2015, no. 3, pp. 35–43.
- [15] Liuminarskii I.E., Liuminarskii S.E. Metod rascheta lineinykh sistem, ogranichennykh odnostoronnnimi svyaziami, pri sticheskomnagruzhenii [Method of Design of Linear Systems with Unilateral Constraints in Static Loading]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2009, no. 2, pp. 84–90.

Информация об авторах

ЛЮМИНАРСКИЙ Игорь Евгеньевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: lie260@mail.ru).

ЛЮМИНАРСКИЙ Станислав Евгеньевич (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

ИВАНОВ Юрий Сергеевич (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Техническая механика». Московский политехнический университет (105005, Москва, Российская Федерация, ул. Большая Семеновская, д. 38, e-mail: jsivanov@mail.msiu.ru).

Information about the authors

LYUMINARSKIY Igor Evgenievich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: lie260@mail.ru).

LYUMINARSKIY Stanislav Evgenievich (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

IVANOV Yuriy Sergeevich (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Engineering Mechanics. Moscow Polytechnic University (105005, Moscow, Russian Federation, Bolshaya Semenovskaya St., Bldg. 38, e-mail: jsivanov@mail.msiu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Люминарский И.Е., Люминарский С.Е., Иванов Ю.С. Влияние радиального смещения кулачка волновой зубчатой передачи на угловое смещение выходного вала. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2018, № 6, с. 3–11, doi: 10.18698/0536-1044-2018-6-3-11.

Please cite this article in English as:

Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E., Ivanov Y.S. The Influence of the Cam Radial Displacement of a Harmonic Drive on the Angular Displacement of the Output Shaft. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2018, no. 6, pp. 3–11, doi: 10.18698/0536-1044-2018-6-3-11.



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышло в свет 2-е издание учебного пособия под редакцией А.И. Николаева «Радиолокационные системы»

Изложены вопросы применения радиолокационных систем (РЛС) различного назначения в реальных условиях их функционирования, учитывающих влияние окружающей среды, подстилающей поверхности, воздействия помех. Рассмотрены задачи, требования и принципы построения РЛС управления воздушным движением, РЛС обнаружения, наведения и целеуказания, а также РЛС ракетно-космической обороны.

Содержание учебного пособия соответствует курсу лекций, который авторы читают в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов технических вузов, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов «Радиотехника». Может быть полезно аспирантам, работникам научно-исследовательских организаций и промышленности, занимающимся вопросами разработки РЛС различного назначения.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru